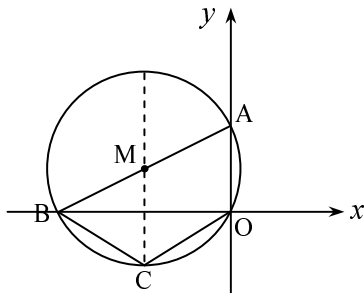


**פתרון מבחן מס' 5 (ספר לימוד – שאלון 035803)**

09-05-2017



$$(x + 12)^2 + (y - 5)^2 = 169 \quad (1)$$

(א) נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $y$  :

$$x = 0 \Rightarrow 144 + (y - 5)^2 = 169$$

$$(y - 5)^2 = 25$$

$$y - 5 = 5 \quad \text{או} \quad y - 5 = -5$$

$$y = 10 \quad \text{או} \quad y = 0$$

$$A(0,10) \quad , \quad O(0,0)$$

נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$  :

$$y = 0 \Rightarrow (x + 12)^2 + 25 = 169 \Rightarrow (x + 12)^2 = 144$$

$$x + 12 = 12 \quad \text{או} \quad x + 12 = -12$$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x = -24$$

$$O(0,0) \quad , \quad B(-24,0)$$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{OB \cdot OA}{2} = \frac{(x_O - x_B) \cdot (y_A - y_O)}{2} = \frac{(0 + 24) \cdot (10 - 0)}{2} = \quad (i) \quad (b)$$

$$= 120 \text{ יחידות שטח}$$

$$x_C = x_M = -12$$

(ii)

$$x = -12$$

כלומר משוואת הקוטר המאונך לציר ה- $x$  :

למציאת שיעור ה- $y$  של נקודה  $C$  נציב  $x = -12$

$$0^2 + (y - 5)^2 = 169$$

במשוואת המעגל ונקבל :

$$y - 5 = 13 \quad \text{או} \quad y - 5 = -13$$

$$y = 18 \quad \text{או} \quad y = -8$$

↓

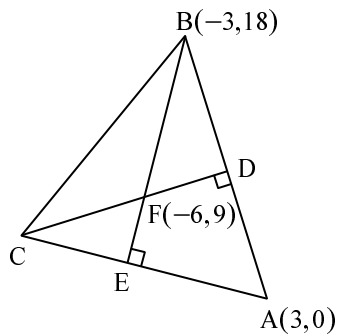
↓

מעל נקודה  $M$   $C(-12, -8)$

$$S_{ABCO} = S_{\Delta ABO} + S_{\Delta BOC} = 120 + \frac{\text{הגובה ל-} BO \cdot BO}{2} =$$

$$= 120 + \frac{(x_O - x_B) \cdot (y_O - y_C)}{2} = 120 + \frac{(0 + 24) \cdot (0 + 8)}{2} =$$

$$= 120 + \frac{24 \cdot 8}{2} = 120 + 96 = 216 \text{ יחידות שטח}$$



$$CD \perp AB \Rightarrow m_{CD} \cdot m_{AB} = -1 \quad (\text{א}) \quad (2)$$

$$m_{AB} = \frac{18-0}{-3-3} = -3 \Rightarrow m_{CD} = \frac{1}{3}$$

משוואת CD העובר דרך  $F(-6,9)$ ,

$$\text{ושיפועו } m = \frac{1}{3}$$

$$y - 9 = \frac{1}{3}(x + 6)$$

$$y = \frac{1}{3}x + 11 \quad \text{כלומר:}$$

$$m_{BE} = \frac{y_B - y_F}{x_B - x_F} = \frac{18-9}{-3-6} = \frac{9}{-9} = -1 \quad (\text{ב})$$

(ג) C היא נקודת החיתוך של הישרים CD ו-AC,

$$m_{AC} \cdot m_{BE} = -1 \quad \text{לכן } AC \perp BE$$

$$m_{AC} \cdot 3 = -1 \Rightarrow m_{AC} = -\frac{1}{3}$$

משוואת AC העובר דרך  $A(3,0)$  ושיפועו  $m = -\frac{1}{3}$ :

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

מציאת שיעורי נקודה C:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 11 \\ y = -\frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3} + 11 = -\frac{x}{3} + 1 \Rightarrow \frac{2x}{3} = -10 \Rightarrow x = -15$$

$$y = -\frac{15}{3} + 11 = 6 \Rightarrow C(-15,6) \quad \text{כלומר:}$$

(3) נסמן ב-  $x$  את מספר הטלויזיות שקנה סוחר א'.

ואז  $x + 4$  הוא מספר הטלויזיות שקנה סוחר ב'.

$$\frac{100-20}{100} \cdot 4,000 = 3,200 \text{ ש"ח} \quad \text{מחיר כל טלויזיה לסוחר א':}$$

$$\frac{100-30}{100} \cdot 4,000 = 2,800 \text{ ש"ח} \quad \text{מחיר כל טלויזיה לסוחר ב':}$$

על-סמך הנתון בשאלה נרכיב את המשוואה:

$$3,200x = 2,800(x + 4) \quad / : 400$$

$$8x = 7(x + 4) \Rightarrow 8x = 7x + 28 \Rightarrow x = 28$$

תשובה: סוחר א' קנה 28 טלויזיות וסוחר ב' קנה 32 טלויזיות.

(4) נסמן ב-  $x$  ס"מ את אורך צלע הריבוע התחתון,

ואז אורך צלע הריבוע העליון הוא  $(12 - x)$  ש"ח.

פונקציית המטרה (שטח הצורה) היא:

$$f(x) = x^2 + (12 - x)^2$$

$$f(x) = x^2 + 144 - 24x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 24x + 144$$

$$f'(x) = 4x - 24$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 24 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$f''(x) = 4 > 0 \Rightarrow \min$$

**תשובה:** שטח הצורה יהיה מינימלי כאשר אורך הצלע של הריבוע התחתון

יהיה 6 ס"מ (וגם אורך הצלע של הריבוע העליון).

(5) (א) למציאת שיעורי נקודות החיתוך A ו-B,

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 12 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 12 = 2x$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 6 \Rightarrow y = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow B(6, 12)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow A(2, 4)$$

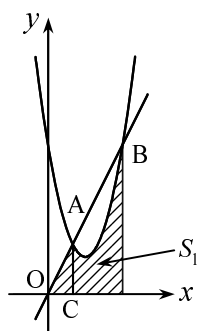
(ב) נוריד מהנקודה A אנך לציר ה- $x$  (AC).

נמצא את השטח המבוקש כסכום של

שטח המשולש AOC והשטח שמתחת לפרבולה

ומעל לציר ה- $x$  בגבולות מ- $x = 2$  ועד  $x = 6$

(נסמנו ב-  $S_1$ ).



המשך בעמוד הבא <<<

$$S_{\Delta AOC} = \frac{OC \cdot AC}{2} = \frac{x_C \cdot y_A}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_1 = \int_2^6 (x^2 - 6x + 12) dx = \left. \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 12x \right|_2^6 =$$

$$= \left( \frac{6^3}{3} - 3 \cdot 6^2 + 12 \cdot 6 \right) - \left( \frac{2^3}{3} - 3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 \right) =$$

$$= 36 - 14 \frac{2}{3} = 21 \frac{1}{3} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 4 + 21 \frac{1}{3} = 25 \frac{1}{3} \text{ יחידות שטח} \quad \text{ומכאן נקבל:}$$

(6) (א) תחום הגדרה:  $x \neq 0$  (מכנה  $\neq 0$ ).

$$f'(x) = 2 \cdot \left( -\frac{2}{x^3} \right) - \frac{1}{2} = -\frac{4}{x^3} - \frac{1}{2} \quad \text{(ב) + (ג)}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{4}{x^3} - \frac{1}{2} = 0 \quad / \cdot 2x^3$$

$$-8 - x^3 = 0 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$$

$$f(-2) = \frac{2}{4} + \frac{2}{2} = 1.5$$

כלומר הנקודה  $(-2, 1.5)$  חשודה לקיצון.

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f'(x)$	-	0	+	נקודת אי-הגדרה	-
$f(x)$	↘	min	↗		↘

$$f'(-3) = \frac{-4}{(-3)^3} - \frac{1}{2} < 0, \quad f'(-1) = \frac{-4}{(-1)^3} - \frac{1}{2} > 0$$

$$f'(1) = \frac{-4}{1} - \frac{1}{2} < 0$$

כלומר:  $\min(-2, 1.5)$ .

תחום עלייה:  $-2 < x < 0$ ,

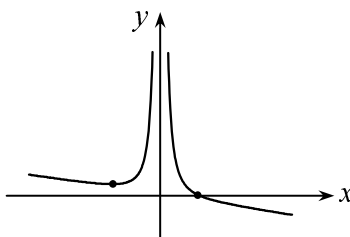
תחומי ירידה:  $x > 0$ ,  $x < -2$ .

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

(ד) נמצא את שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  :

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{2}{x^2} - \frac{x}{2} \quad / \cdot 2x^2$$

$$0 = 4 - x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{4} \Rightarrow (1.578, 0)$$



**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**