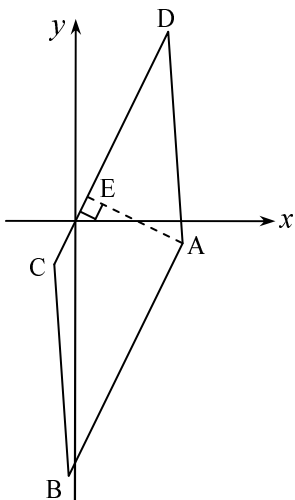


פתרון מבחן מס' 3 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) (א) C היא נקודת החיתוך של AC ו-CD.

$$\begin{cases} y = \frac{x}{6} - \frac{11}{2} \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{6} - \frac{11}{2} = 2x \quad / \cdot 6$$

$$x - 33 = 12x$$

$$-33 = 11x$$

כלומר: $x = -3$ ואז $y = 2 \cdot (-3) = -6$

כלומר: $C(-3, -6)$.

(ב) (i) $m_{CD} = 2$ ומכיוון ש- $AB \parallel CD$,

הרי שגם $m_{AB} = 2$.

משוואת ישר AB:

כלומר:

$$y + 35 = 2(x + 1)$$

$$y = 2x - 33$$

(ii) A היא נקודת החיתוך של הישרים AC ו-AB:

$$\begin{cases} y = 2x - 33 \\ y = \frac{x}{6} - \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow 2x - 33 = \frac{x}{6} - \frac{11}{2} \quad / \cdot 6$$

$$12x - 198 = x - 33$$

$$11x = 165 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow y = 2 \cdot 15 - 33 = -3$$

כלומר: $A(15, -3)$.

(ג) מכיוון ש- $CD \perp AE$, הרי ש- $m_{AE} = -\frac{1}{m_{CD}} = -\frac{1}{2}$

כי מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1.

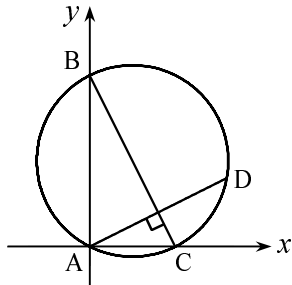
משוואת AE:

כלומר:

E היא נקודת החיתוך של AE ו-CD:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2} \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow 2x = -\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}x = 4\frac{1}{2}$$

כלומר: $x = 1.8 \Rightarrow y = 2 \cdot 1.8 = 3.6 \Rightarrow E(1.8, 3.6)$



$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10 \quad (א) \quad (2)$$

$$x=0 \Rightarrow 1+(y-3)^2 = 10$$

$$(y-3)^2 = 9$$

$$y_1 - 3 = 3 \Rightarrow y_1 = 6$$

$$y_2 - 3 = -3 \Rightarrow y_2 = 0$$

כלומר: $A(0,0)$, $B(0,6)$.

$$y=0 \Rightarrow (x-1)^2 + (-3)^2 = 10 \Rightarrow (x-1)^2 = 1$$

$$x_1 - 1 = 1 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 - 1 = -1 \Rightarrow x_2 = 0$$

כלומר: $A(0,0)$, $C(2,0)$.

תשובה: $A(0,0)$, $B(0,6)$, $C(2,0)$

$$m_{BC} = \frac{6-0}{0-2} = -3 \quad (ב)$$

$AD \perp BC$ ולכן מכפלת שיפועי BC ו- AD שווה ל-1,

$$. m_{AD} = \frac{1}{3} \text{ כלומר}$$

: AD משוואת

$$y-0 = \frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x$$

(ג) מציאת שיעורי נקודה D :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 3y \\ (x-1)^2 + (y-3)^2 = 10 \end{cases}$$

$$(3y-1)^2 + (y-3)^2 = 10$$

$$9y^2 - 6y + 1 + y^2 - 6y + 9 = 10$$

$$10y^2 - 12y = 0 \Rightarrow 2y(5y-6) = 0 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = 1.2$$

$$y_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \cdot 0 = 0$$

$$y_2 = 1.2 \Rightarrow x_2 = 3 \cdot 1.2 = 3.6 \Rightarrow D(3.6, 1.2)$$

השיפוע של BC (שהוא -3) ושל ישר המקביל לו שווים,

לכן משוואת הישר המקביל ל- BC העובר דרך D :

$$y - 1.2 = -3(x - 3.6)$$

$$y = -3x + 12$$

כלומר:

(3) נסמן ב- x ש"ח את מחיר מוצר ב' בקיץ, ואז $x + 20$ ש"ח יסמן את מחיר מוצר א' בקיץ. מוצר א' התייקר ב- 20%, כלומר ב- $0.2(x + 20)$ ש"ח. מוצר ב' התייקר ב- 30%, כלומר ב- $0.3x$ ש"ח. על סמך הנתון בשאלה, נרכיב את המשוואה:
 $0.2(x + 20) = 0.3x$
 $0.2x + 4 = 0.3x \Rightarrow 0.1x = 4 \Rightarrow x = 40$
תשובה: מחיר מוצר א' לפני ההתייקרות היה 60 ש"ח, מחיר מוצר ב' לפני ההתייקרות היה 40 ש"ח.

(4) (א) נתון:

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - a$$

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4\sqrt{\frac{1}{4}}} - a = 0$$

$$\frac{1}{4 \cdot \frac{1}{2}} - a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x}{2}$$

(ב)

תחום ההגדרה: $x \geq 0$.

$$f'(x) = \frac{1}{4\sqrt{x}} - \frac{1}{2}$$

(ג)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{x}} - \frac{1}{2} = 0 \quad / \cdot 4\sqrt{x}$$

$$1 - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{\frac{1}{2}}{2} - \frac{\frac{1}{4}}{2}$$

כלומר $y = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ ואז נקודה "חשודה" לקיצון $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$.

נתחשב גם בנקודות קצה: $x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0)$

$$f'\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{3}} - \frac{1}{2} > 0$$

$$f'(1) = \frac{1}{4 \cdot 1} - \frac{1}{2} < 0$$

x	$x = 0$	$0 < x < \frac{1}{4}$	$x = \frac{1}{4}$	$x > \frac{1}{4}$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗	max	↘

כלומר תחום העלייה: $0 \leq x < \frac{1}{4}$, תחום ירידה: $x > \frac{1}{4}$.

המשך בעמוד הבא <<<

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0) \quad (ד)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x}{2} / \cdot 2$$

$$\sqrt{x} - x = 0$$

$$\sqrt{x}(1 - \sqrt{x}) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \text{ או } \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים: $(1,0)$, $(0,0)$.

(5) (א) הפונקציה מקבלת מקסימום בקדקוד הפרבולה.

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4$$

$$y_{\text{קדקוד}} = -4^2 + 8 \cdot 4 - 7 = 9$$

שיעורי נקודת המקסימום: $(4,9)$.

(ב) המשיק לגרף בנקודת המקסימום $K(4,9)$ מקביל לציר ה- x

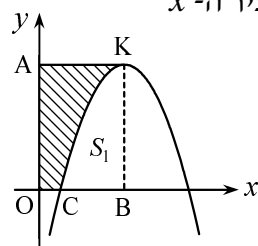
לכן משוואתו: קבוע $y = y_{\text{קדקוד}}$ כלומר: $y = 9$.

ולכן: $y = 9$.

(ג) את השטח המבוקש נמצא כהפרש בין שטח

המלבן $AKBO$ לבין השטח הנמצא בין הפרבולה,

ציר ה- x והאנך BK (S_1 - המסומן בסרטוט).



$$S_{AKBO} = AO \cdot OB = 9 \cdot 4 = 36 \text{ יחידות שטח}$$

נמצא את שיעור ה- x של נקודה C .

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 8x - 7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot (-1) \cdot (-7)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_1 = \frac{-8 + 6}{-2} = 1, x_2 = \frac{-8 - 6}{-2} = 7$$

כלומר: $x_C = 1$.

$$S_1 = \int_{x_C}^{x_B} f(x) dx = \int_1^4 (-x^2 + 8x - 7) dx = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 7x \Big|_1^4 =$$

$$= \left(-\frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4^2 - 7 \cdot 4 \right) - \left(-\frac{1^3}{3} + 4 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 \right) =$$

$$= -\frac{64}{3} + 64 - 28 - \left(-\frac{1}{3} + 4 - 7 \right) =$$

$$= -21\frac{1}{3} + 36 + \frac{1}{3} + 3 = 18 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 36 - 18 = 18 \text{ יחידות שטח}$$

ואז:

(6) נסמן $x_A = t$ ואז $y_A = -t^2 + 27$.

נקודה B היא נקודה סימטרית לנקודה A (ביחס לציר ה-y) כלומר $B(-t, -t^2 + 27)$.

$$\begin{aligned} f(t) = S_{\Delta AOB} &= \frac{AB \cdot (\text{הגובה ל-} AB)}{2} = \frac{(x_A - x_B) \cdot (y_A - 0)}{2} = \\ &= \frac{(t+t) \cdot (27 - t^2)}{2} = 27t - t^3 \end{aligned}$$

$$f'(t) = 27 - 3t^2$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow 27 - 3t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = \pm 3$$

נתון כי נקודה A נמצאת ברביע הראשון לכן $t = 3$, כלומר: $A(3, 18)$.
נראה שבמקרה זה שטח ΔAOB הוא מקסימלי.

$$f''(t) = -6t$$

$$f''(3) = -18 < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה: שיעורי נקודה A הם $A(3, 18)$.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות