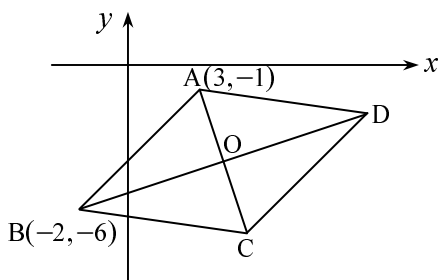


פתרון מבחן מס' 1 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) (א) במעוין האלכסונים חוצים זה את זה

ומאונכים זה לזה.

נבדוק איזה אלכסון (AC או BD)

מתארת המשוואה הנתונה.

נבדוק האם הנקודה $A(3, -1)$

נמצאת על האלכסון:

$$-1 \stackrel{?}{=} \frac{1}{3} \cdot 3 - 5\frac{1}{3}$$

$$-1 \neq -4\frac{1}{3}$$

לכן המשוואה איננה של האלכסון AC.

נוודא שהנקודה B נמצאת על הישר שמשוואתו $y = \frac{1}{3}x - 5\frac{1}{3}$:

$$-6 \stackrel{?}{=} \frac{1}{3} \cdot (-2) - 5\frac{1}{3}$$

$$-6 = -6$$

כלומר המשוואה מתאימה לאלכסון BD.

האלכסונים מאונכים זה לזה, לכן מכפלת שיפועיהם שווה ל- (-1) .

$$m_{BD} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow m_{AC} = -3$$

נמצא את משוואת האלכסון AC:

$$y - y_A = m_{AC}(x - x_A)$$

$$y + 1 = -3(x - 3)$$

$$y + 1 = -3x + 9$$

$$y = -3x + 8$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) (i) הנקודה O היא נקודת חיתוך האלכסונים, לכן כדי למצוא את שיעוריה, יש לפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 5\frac{1}{3} \\ y = -3x + 8 \end{cases} \Rightarrow -3x + 8 = \frac{1}{3}x - 5\frac{1}{3} \quad / \cdot 3$$

$$-9x + 24 = x - 16$$

$$10x = 40$$

$$x = 4 \Rightarrow y = -3 \cdot 4 + 8 = -4 \Rightarrow O(4, -4)$$

(ii) נמצא את שטח המשולש $S_{\Delta AOB}$:

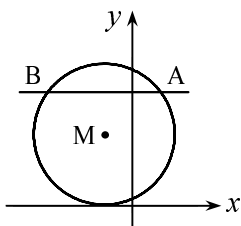
$$\begin{aligned} AO &= \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \\ &= \sqrt{(3 - 4)^2 + (-1 + 4)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ יחידות אורך} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BO &= \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} = \\ &= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-6 + 4)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} \text{ יחידות אורך} \end{aligned}$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{AO \cdot BO}{2} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}}{2} = 10 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta DOC} = S_{\Delta COB} = S_{\Delta AOB} = 10 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{ABCD} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ יחידות שטח}$$



$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25 \quad (2) \quad (א)$$

לפי משוואת המעגל,

שיעורי מרכז המעגל: $M(-2, 5)$.

שיעור ה- y של הנקודות A ו-B

$$\cdot y_A = y_B = 8 \text{ הוא}$$

לכן:

$$y = 8 \Rightarrow (x + 2)^2 + (8 - 5)^2 = 25$$

$$(x + 2)^2 + 9 = 25 \Rightarrow (x + 2)^2 = 16$$

$$x + 2 = 4 \quad \text{או} \quad x + 2 = -4$$

$$x = 2 \quad \quad \quad x = -6$$

$$A(2, 8) \quad \quad \quad B(-6, 8)$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$m_{MA} = \frac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \frac{8 - 5}{2 - (-2)} = \frac{3}{4} \quad (\text{ב})$$

(ג) המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס MA, לכן מכפלת השיפועים

$$m_{\text{משיק}} \cdot m_{AM} = -1 \quad \text{שווה ל- } (-1) :$$

$$m_{\text{משיק}} \cdot \frac{3}{4} = -1$$

$$m_{\text{משיק}} = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_A = m_{\text{משיק}} (x - x_A) \quad \text{משוואת המשיק היא:}$$

$$y - 8 = -\frac{4}{3}(x - 2)$$

$$y - 8 = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 10\frac{2}{3}$$

(3) (א) נסמן: x – מספר הכוסות שקנה הסוחר.

מכאן: $\frac{96}{x}$ ש"ח – מחיר הקנייה של כל כוס.

$$\cdot \frac{100\% + 25\%}{100\%} \cdot \frac{96}{x} = 1.25 \cdot \frac{96}{x} = \text{ש"ח } \frac{120}{x} \quad \text{מחיר המכירה:}$$

על פי נתוני הבעיה, נרכיב את המשוואה:

$$\underbrace{(x-2)}_{\substack{\text{מספר הכוסות} \\ \text{שלא נשברו}}} \cdot \underbrace{\frac{120}{x}}_{\substack{\text{מחיר המכירה}}} - \underbrace{96}_{\substack{\text{הסכום ששולם}}} = \underbrace{9}_{\substack{\text{רווח}}}$$

$$120 - \frac{240}{x} - 96 = 9$$

$$\frac{240}{x} = 15 \Rightarrow x = 16$$

תשובה: הסוחר קנה 16 כוסות.

$$\frac{96}{x} = \frac{96}{16} = \text{ש"ח } 6 \quad (\text{ב}) \quad \text{מחיר הקנייה של כל כוס:}$$

$$y = \frac{x}{A} + \frac{5}{x} \quad (4)$$

(א) נתון כי $y'(5) = 0$.

כדי להשתמש בתנאי זה, נגזור את הפונקציה:

$$y' = \frac{1}{A} - \frac{5}{x^2} \Rightarrow y'(5) = \frac{1}{A} - \frac{5}{5^2} \Rightarrow \frac{1}{A} - \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow A = 5$$

לכן: $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$.

(ב) תחום הגדרה: $x \neq 0$ (כל מספר חוץ מ-0).

(ג) נמצא את הנקודות שבהן הנגזרת שווה ל-0:

$$y' = \frac{1}{5} - \frac{5}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -5$$

$$y_1 = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} = 2$$

$$y_2 = \frac{-5}{5} + \frac{5}{-5} = -2$$

כלומר (5,2) ו-(-5,-2) הן נקודות חשודות לקיצון.

נגדיר את סוג הקיצון של הנקודות החשודות לקיצון שמצאנו.

x	$x < -5$	$x = -5$	$-5 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f'(x)$	+	0	-	נקודת אי-הגדרה	-	0	+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗

$$y'(-6) = \frac{1}{5} - \frac{5}{(-6)^2} > 0$$

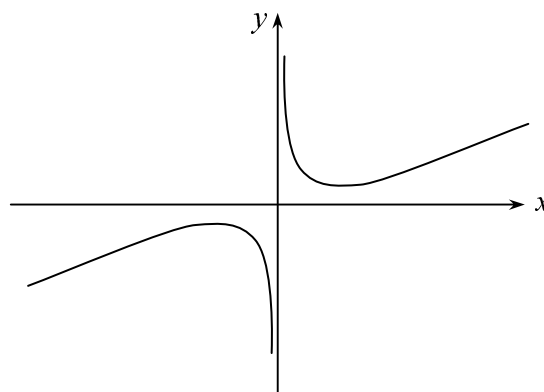
$$y'(-4) = \frac{1}{5} - \frac{5}{(-4)^2} < 0$$

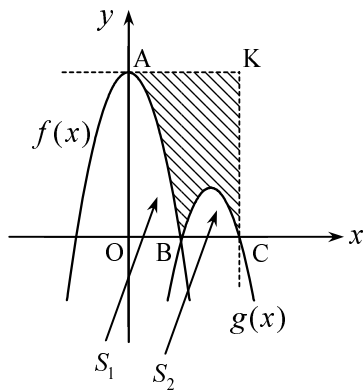
$$y'(1) = \frac{1}{5} - \frac{5}{1^2} < 0$$

$$y'(6) = \frac{1}{5} - \frac{5}{6^2} > 0$$

לכן: $\min(5,2)$, $\max(-5,-2)$.

(ד)





$$(5) \text{ (א) נתון: } f(x) = -x^2 + 9$$

עבור הנקודה A מתקיים: $x_A = 0$,

$$\text{מכאן: } f(0) = -0^2 + 9 = 9$$

מכאן: $A(0, 9)$.

(ב) משוואה של ישר העובר דרך הנקודה A

ומקביל לציר ה- x (הישר AK)

היא: $y = y_A$, כלומר: $y = 9$.

נבדוק שגרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x גם בנקודה B:

$$f(3) = -3^2 + 9 = -9 + 9 = 0$$

נמצא את השטח המקווקו כהפרש בין שטח המלבן AKCO

לבין סכום השטחים בין הפרבולות לציר ה- x

(השטחים S_1 ו- S_2 המסומנים בסרטוט):

$$S_{AKBO} = OC \cdot OA = x_C \cdot y_A = 6 \cdot 9 = 54 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_1 = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 9) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 9x \right) \Big|_0^3 =$$

$$= -\frac{3^3}{3} + 9 \cdot 3 - 0 = -9 + 27 = 18 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_2 = \int_3^6 g(x) dx = \int_3^6 (-x^2 + 9x - 18) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9x^2}{2} - 18x \right) \Big|_3^6 =$$

$$= -\frac{6^3}{3} + \frac{9 \cdot 6^2}{2} - 18 \cdot 6 - \left(-\frac{3^3}{3} + \frac{9 \cdot 3^2}{2} - 18 \cdot 3 \right) =$$

$$= -72 + 162 - 108 - (-9 + 40.5 - 54) =$$

$$= -18 + 22.5 = 4.5 \text{ יחידות שטח}$$

נקבל בסך הכול:

$$S_{\text{מבוקש}} = S_{AKBO} - S_1 - S_2 = 54 - 18 - 4.5 = 31.5 \text{ יחידות שטח}$$

$$y = x - 2 \cdot \sqrt{x} \quad (6)$$

(א) (i) תחום הגדרה: $x \geq 0$ (כי הביטוי בתוך השורש לא יכול להיות שלילי).

$$y' = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (ii)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$y(1) = 1 - 2\sqrt{1} = -1$$

נקודה חשודה לקיצון: $(1, -1)$. נבדוק את סוג הקיצון:

x	$0 \leq x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	min	↗

$y'(0.5) = 1 - \frac{1}{\sqrt{0.5}} < 0$
 $y'(4) = 1 - \frac{1}{\sqrt{4}} > 0$

לכן, הנקודה $(1, -1)$ היא נקודת מינימום.
 כמו כן, לפונקציה יש נקודת קיצון בקצה השמאלי: $(0, 0)$,
 והיא נקודת מקסימום, כי ממנה הפונקציה מתחילה לרדת.
 (iii) תחום עלייה: $x > 1$, תחום ירידה: $0 \leq x < 1$.

(iv) נקודת החיתוך עם ציר ה- y :

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 - 2\sqrt{0} = 0 - 0 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

נקודות החיתוך עם ציר ה- x :

$$y = 0 \Rightarrow 0 = x - 2\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0$$

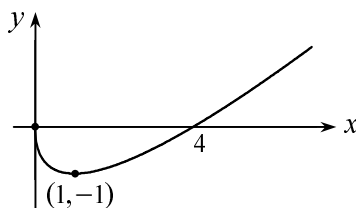
$$\sqrt{x} = 0 \quad \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$x = 0 \quad \sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$

כלומר, נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים הן:
 $(4, 0)$, $(0, 0)$.

(ב)



גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות