

רשימת הנושאים של שאלון ז' (מס' 035007)
רמת חמש יחידות לימוד
על-פי חוזר מפמ"ר המתמטיקה, תשס"ו / 1

1. גיאומטריה אנליטית

מרחק בין שתי נקודות, שיפוע ישר על פי שתי נקודות, משוואת ישר, נקודת חיתוך של שני ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, חלוקת קטע ביחס נתון, מרחק של נקודה מישר, זווית בין ישרים, משוואת חוצה זווית בין ישרים. מעגל (כללי), התנאי שהמשוואה $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ היא משוואה של מעגל. משיק למעגל בנקודה עליו ומנקודה מחוצה לו, תנאי השקה למעגל. פרבולה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד, מדריך ומשוואת המשיק. אליפסה, היפרבולה: הגדרותיהן כמקום גיאומטרי, המשוואות הקנוניות שלהן, ציריהן ומוקדיהן, האסימפטוטות של ההיפרבולה (אין צורך בתנאי ההשקה של ישר לאליפסה ולהיפרבולה). מקומות גיאומטריים.

2. וקטורים

וקטורים כחיצים במרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. וקטורים שראשיתם בנקודה אחת ומסתיימים על ישר, וקטורים שראשיתם בנקודה אחת ומסתיימים על מישור. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב. המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית. הוכחות של תכונות גיאומטריות במישור ובמרחב. מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בוקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. מצב הדדי של ישרים. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב. מצב הדדי בין מישורים, ובין ישר ומישור. חישובי מרחקים: בין שתי נקודות, בין נקודה לישר, בין נקודה למישור, בין ישרים מקבילים ובין ישרים מצטלבים, בין ישר למישור, ובין שני מישורים. חישוב זוויות: בין שני ישרים, בין שני מישורים, ובין ישר למישור.

- להלן המשפטים הנדרשים בנושא הוקטורים.
- משפטים א' – ג' נדרשים עם הוכחה. משפטים ד' – ה' ללא הוכחה (לשימושים בחישובים).
- (א) ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.
- (ב) ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.
- (ג) ישר l ניצב למישור ABC אם ורק אם $\underline{l} \cdot \vec{OA} = \underline{l} \cdot \vec{OB} = \underline{l} \cdot \vec{OC}$ כאשר \underline{l} וקטור על הישר ו- O ראשית הצירים.
- (ד) כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.
- (ה) כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

3. מספרים מרוכבים

- הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני.
- הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה-מואבר, שורשי יחידה, שורשים המשמעותיים הגיאומטריים של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים.
- הערה:** בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש ידע בסדרות, נוסחאות ויאטה ושימוש בזהויות טריגונומטריות.

4. הפונקציות x^r כאשר r רציונלי, כולל $f(x)^r$

הפונקציות והחשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי שלהן.

5. פונקציות מעריכיות ופונקציות לוגריתמיות

- פונקציות מעריכיות ופונקציות לוגריתמיות, תכונותיהן וייצוגן הגרפי. חוקי החזקות למעריך רציונלי (כולל אפס). לוגריתם בבסיס כלשהו. לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר מבסיס לבסיס. פתרון משוואות ואי שוויונים מעריכיים ולוגריתמיים. בעיות גידול ודעיכה. זמן מחצית חיים.

6. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות:

הנגזרות של: e^x , a^x , $\ln x$, $\log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$).

חוקי הגזירה: סכום וכפל בקבוע, מכפלה ומנה של פונקציות, פונקציה מורכבת (כלל השרשרת), גזירה סתומה.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה, נקודות פיתול.

שימושים: משוואת משיק, נקודות קיצון בקטע פתוח ובקטע סגור, קיצון מקומי וקיצון מוחלט (כולל קצות קטע). בעיות ערך קיצון (כולל קיצון בקצה קטע סגור). חקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה (החקירה כוללת: תחום הגדרה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), תחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים).

חשבון אינטגרלי של הפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות:

האינטגרל של e^x , a^x , $\frac{1}{x}$. אינטגרל לא מסוים (פונקציה קדומה), קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא פולינום לינארי.

מציאת פונקציה על פי נגזרתה ונקודה. אימות אינטגרלים על ידי גזירה.

אינטגרל מסוים, חישובי שטחים ונפח של גופי סיבוב. בעיות ערך קיצון.

הערות:

1. נזכיר שוב כי הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות x^r

והפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל את כל הנושאים, המיומנויות

(האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלונים 035006,

035005 (ראו את הכתוב בנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי בשאלון

035006, ובאלגברה שאלון 035005). לדוגמא, ייתכנו אינטגרלים מהצורה:

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \ln(e^x + 1) + c$$

$$\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 3} dx = \int \left(x^2 - 4x + 13 - \frac{40}{x-3} \right) dx$$

2. פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות שיש בהן מרכיב טריגונומטרי עשויות

להידרש הן בחשבון הדיפרנציאלי והן בחשבון האינטגרלי.

מבנה הבחינה של שאלון ז' (מס' 035007)
רמת חמש יחידות לימוד
על-פי חוזר מפמ"ר המתמטיקה, תשס"ו / 1
ועל-סמך עדכונים שפורסמו באתר מפמ"ר המתמטיקה

משך הבחינה: שעתיים.

מבנה הבחינה:

פרק א': גיאומטריה אנליטית, וקטורים.

שתי שאלות מתוך שלוש.

פרק ב': מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.

שאלה אחת מתוך שתיים.

תלמידים ליקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם יענו על שלוש שאלות ללא הגבלה בין הפרקים. בשאלה בחקירת פונקציה לא יידרשו לשרטט את גרף הפונקציה כחלק מהפתרון ולענות על סעיפים הנובעים משרטוט הגרף **בלבד**.

הערות:

- בשאלות בנושא תנאי ההשקה יידרשו השימושים הבאים:
 - (א) מרחק נקודה (מרכז המעגל) מישר.
 - (ב) איפוס הדיסקרימיננטה.
- תלמיד צריך לדעת כי למשיק לאליפסה יש בדיוק נקודת חיתוך אחת המתקבלת על-ידי איפוס הדיסקרימיננטה המתאימה. את שיפוע המשיק בנקודה נתונה על ההיפרבולה ועל האליפסה רצוי ללמד על-ידי גזירה סתומה. בכל מקרה לא תישאל שאלה המחייבת ידיעת תנאי ההשקה לאליפסה ולהיפרבולה.
- שאלה במספרים מרוכבים לא תופיע בהכרח בכל שאלון (ייתכן גם שתופיע כסעיף, כחלק משאלה).
- באותה שאלה בוקטורים עשויים להידרש וקטורים אלגבריים וגיאומטריים.
- בכל אחד מן הנושאים בשאלון זה עשויות להופיע שתי שאלות מאותו הנושא.
- המיומנויות הנדרשות באלגברה ובגיאומטריה בשאלון 035006 יכולות להידרש בשאלון 035007 בנושאים של בעיות קיצון, תחום הגדרה וכד'.
- שאלה במבחן יכולה להיות מורכבת מכמה נושאים. למשל, סעיף א' מספרים מרוכבים וסעיף ב' אי-שוויון מעריכי.
- אם משתמשים בנושאים ובמשפטים שאינם חלק מתוכנית הלימודים, על התלמיד להסביר הסבר קצר במה הוא משתמש ולנסח את המשפט (למשל שימוש במכפלה וקטורית, דטרמיננטות).