רשימת הנושאים של שאלון ו' (מס' 035006)
רמת חמש יחידות לימוד
(על-פי חוזר מפמ"ר המתמטיקה, תשס"ו / 1)

1. אלגברה:

בעיות מילוליות: תנועה, הספק, תערובות, בעיות קנייה ומכירה (כולל שימוש באחוזים בכל הבעיות).

אי-שוויונים עם ערך מוחלט: אי-שוויונים לינאריים המובילים לכל היותר לשני מחוברים בערך מוחלט עם ביטויים לינאריים ומספר ממשי.
מנה של שני ביטויים לינאריים, לדוגמא:

$$\left|\frac{2x-5}{x+3}\right| \le 3 \quad , \quad \frac{|x-3|}{|2x+1|} > 2$$

אי שוויון-ריבועי המוביל למחובר ריבועי אחד
בערך מוחלט, לדוגמא: $|x^2-5x+6| \le 2$.

אינדוקציה: עקרון ההוכחה באינדוקציה. הוכחות באינדוקציה של זהויות, אי-שוויונים, התחלקויות במספר נתון, התלכדות סדרות המוגדרות באופנים שונים (למשל ברקורסיה ולפי איבר כללי).

חלוקת פולינומים בפולינום לינארי (רק כטכניקה נדרשת בשאלון, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

הערה: כל טכניקה אלגברית שנלמדה בשאלון 035005 עשויה להידרש גם בשאלון זה.

2. טריגונומטריה:

הרדיאן כמידת זווית, אורך קשת ושטח גזרה. הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקצית הטנגנס לשיפוע של ישר. הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זווית, של זוויות משלימות לזווית ישרה, של זוויות המשלימות לזווית שטוחה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות.

פתרון משוואות טריגונומטריות (הדורשות שימוש בנוסחאות ובזהויות ו/או פירוק לגורמים או פתרון משוואה ריבועית) – פתרון כללי ופתרון בתחום נתון.

<u>פתרון בעיות גיאומטריות במישור ובמרחב:</u>

פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים והשימוש בהם להתרת משולשים ומצולעים אחרים. נוסחת שטח המשולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$.

חישובים במרחב: זוויות, אורכים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים) ונפחים, בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה, גליל, פירמידה, חרוט (ללא גופים חסומים).

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור ובמרחב (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זווית בין ישר למישור, זווית בין מישורים.

לפתרון בעיות ומשוואות טריגונומטריות יידרש שימוש בזהויות: $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$, ויידרשו הזהויות עבור:

$\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$,

$\sin\alpha \pm \sin\beta$, $\cos\alpha \pm \cos\beta$.

הערות:

(א) לא יידרש פתרון המשוואה: $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$
במקרה: $c \neq 0$ ו- $a \neq b$.

(ב) פתרון משוואות טריגונומטריות לא יידרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות בנושאים השייכים לשאלון, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

(ג) לא יידרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על-פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

3. חשבון דיפרנציאלי:

תיאור גרפי של פונקציות. פונקצית הערך המוחלט, פונקצית השורש הריבועי, פונקצית החזקה עבור מעריך שלם. נקודות אפס, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכדומה.

המשיק. שיפוע של גרף בנקודה. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

המהירות כנגזרת. הפונקציה הנגזרת.

חשבון דיפרנציאלי של פונקציות רציונליות (כולל פולינומים),

פונקציות שבהן יש ביטויים עם שורשים ריבועיים ופונקציות טריגונומטריות.

נגזרת של: סכום, מכפלה ומנה של פונקציות (מהמוזכרות לעיל),

פונקציה מורכבת (כלל השרשרת), פונקציה סתומה.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה

(x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושים: משוואת משיק, נקודות קיצון בקטע פתוח ובקטע סגור, קיצון מקומי וקיצון מוחלט (כולל קצות קטע). בעיות ערך קיצון (מכל הסוגים, כולל קיצון בקצה קטע סגור). חקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה כוללת: תחום הגדרה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), תחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים.

4. חשבון אינטגרלי:

אינטגרל לא מסוים (פונקציה קדומה), קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא לינארית. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונלית עם מכנה לינארי על-ידי חילוק פולינומים. מציאת אינטגרל על-ידי הצבה פשוטה (לא רק לינארית), מהצורה: $\int f(u)u'\,dx$ כאשר u היא פונקציה של x (כלומר, אינטגרל שבו יש צורך לזהות את הנגזרת הפנימית, ואינו מצריך שינוי גבולות בחישוב האינטגרל המסוים), לדוגמא:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}\,dx = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{x^3+2} + c$$

אימות אינטגרלים על ידי גזירה. מציאת פונקציה על פי נגזרתה ונקודה.
אינטגרל מסוים, פונקציית השטח בין גרף של פונקציה וציר ה- x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), שטח בין גרפים של פונקציות. חישוב שטחים מורכבים, נפח גופי סיבוב. בעיות ערך קיצון (מכל הסוגים).
האינטגרלים בפרק זה כוללים: פונקציות רציונליות (גם פולינום), פונקציות עם ביטויים של שורש ריבועי, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות).

הערה: שימו לב, בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,
ייתכן שימוש בחלוקת פולינומים.

* * * * *

מבנה הבחינה של שאלון ו' (מס' 035006)
רמת חמש יחידות לימוד
(על-פי חוזר מפמ"ר המתמטיקה, תשס"ו / 1)

משך הבחינה: שעתיים.

מבנה הבחינה:

<u>פרק א':</u> אלגברה – בעיות מילוליות, אי-שוויונים עם ערך מוחלט, אינדוקציה.
שאלה אחת מתוך שתיים.

<u>פרק ב':</u> טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
שתי שאלות מתוך שלוש.

* * * * *

מומלץ להתעדכן מדי פעם באתר מפמ"ר המתמטיקה:
http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika/

<u>הערות:</u>

- לא יידרשו אי-שוויונים (ערך מוחלט) עם פרמטרים.
- בשאלות בטריגונומטריה במרחב, לא יידרשו גופים חסומים.
- אם תלמיד מוסיף לשרטוט הנתון בשאלה קווי עזר נוספים ו/או אותיות נוספות הוא חייב להעתיק את השרטוט למחברת הבחינה.
- בטריגונומטריה יש להסביר ולנמק **בקצרה** חישובים שונים, כולל חישובי זוויות.
- בטריגונומטריה במישור ובמרחב חובה לציין את המשולש שאליו מתייחסים.
- בשימוש במשפט הסינוסים והקוסינוסים, אם יש מספר תשובות אפשריות, יש לרשום את כולן. אם יש נימוק לפסילת אחת מהתשובות יש לרשום זאת.
- המיומנויות הנדרשות באלגברה ובגיאומטריה בשאלון 035005 יכולות להידרש גם בשאלון 035006 בנושאים של בעיות קיצון, תחום הגדרה וכדומה.
- שאלה במבחן יכולה להיות מורכבת מכמה נושאים.

  למשל, סעיף (א) אי-שוויון עם ערך מוחלט וסעיף (ב) אינדוקציה.
- בפונקציות המוגדרות בתחום סגור, יש לבדוק תמיד את ערכי הפונקציה בקצות הקטע, להתייחס לסוג הקיצון בקצה, ולקבוע אם הוא מקומי או מוחלט. נזכיר כי נקודות מקסימום ומינימום של פונקציה אינן תלויות בקיום הנגזרת בנקודה, אלא בערך הפונקציה בנקודה ביחס לערכיה בסביבת הנקודה. בנקודות הקצה של התחום מתייחסים לסביבה חד-צדדית של נקודה, ולכן נקודת קצה יכולה להיות נקודת קיצון מוחלט או מקומי.
- בציון הנגזרת השנייה של פונקצית מנה אין להתעלם מהמכנה. אם גוזרים רק את המונה יש לסמן זאת באופן ברור ולהסביר מדוע פעולה זו מספיקה כדי לקבוע את סוג הקיצון.
- בהוכחה באינדוקציה יש להקפיד על כל חלקי הפתרון הנדרשים:

  (א) בדיקה.

  (ב) ציון הנחת האינדוקציה.

  (ג) כתיבה מפורשת של הטענה שאותה צריך להוכיח.

  (ד) הוכחה.

  (ה) סיכום ומסקנה.