

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד

אלגברה

$a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + b^{n-1})$ פירוק לגורמים

$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$ בינום ניוטון

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ נוסחאות וייטה

$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ x_2, x_1 שורשי משוואה ריבועית)

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה- n -י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$z = a + bi = r \cdot (\cos \theta + i \sin \theta)$ מספרים מרוכבים

$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ מכפלה בהצגה קוטבית:

$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ משפט דה-מואבר:

$z^n = r \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ שורשי המשוואה

הם: $z_k = \sqrt[n]{r} \cdot \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right]$, $k = 0, 1, \dots, n-1$

קומבינטוריקה

$P_n = n!$ מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$ מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שווים ביניהם:

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ מספר החליפות של k מתוך n עצמים A_n^k (בלי חזרות):

$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ מספר הצירופים של k מתוך n עצמים C_n^k (בלי חזרות):

וקטורים

מישור דרך קצות הוקטורים

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad : \quad \underline{c} = \overrightarrow{OC}, \quad \underline{b} = \overrightarrow{OB}, \quad \underline{a} = \overrightarrow{OA}$$

מכפלה סקלרית: $(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cdot \cos \alpha$

ניצבות: $\underline{x} \cdot \underline{y} = 0$

אורך של וקטור: $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $\underline{z} = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\underline{a} \cdot \underline{x} + c = 0$: $\frac{|\underline{a} \cdot \underline{z} + c|}{|\underline{a}|}$

זווית בין הישר $t\underline{b} + \underline{d}$ למישור $\underline{a} \cdot \underline{x} + c = 0$: $\sin \beta = \frac{|\underline{a} \cdot \underline{b}|}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|}$

זווית בין המישורים $\underline{b} \cdot \underline{x} + d = 0$, $\underline{a} \cdot \underline{x} + c = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\underline{a} \cdot \underline{b}|}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|}$

חוקות ולוגריתמים
 $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$ $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

טריגונומטריה

זהויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$r \cdot \alpha$ **אורך קשת:** $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$ **משפט הסינוס:**

$\frac{1}{2} r^2 \cdot \alpha$ **שטח גזרה:** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ **משפט הקוסינוס:**
 (של α רדיאנים)

הנדסת המרחב

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{נפח כדור} \quad V = \frac{1}{3} B \cdot h \quad \text{נפח חרוט ופירמידה: (B - שטח הבסיס)}$$

$$P = 4 \pi R^2 \quad \text{שטח פנים של כדור} \quad M = \pi \cdot R \cdot \ell \quad \text{שטח מעטפת חרוט}$$

אנליזה (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad (\sin x)' = \cos x \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \quad (\cos x)' = -\sin x \quad (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{v \cdot u' - v' \cdot u}{v^2} \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

כלל השרשרת: $f'(u(x)) = f'(u) \cdot u'(x)$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + c \quad \text{אינטגרלים}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(a) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(b)] \quad \text{כלל הטורף:}$$

פונקציות

פונקציה זוגית: $f(x) = f(-x)$ פונקציה אי-זוגית: $f(-x) = -f(x)$

נקודת פיתול: נקודת מעבר בין קמירות לקעירות. פונקציה קמורה: \cup

סטטיסטיקה והסתברות

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}} \quad \text{סטיית תקן:}$$

x_n, \dots, x_2, x_1 השכיחויות של f_n, \dots, f_2, f_1

$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$; \bar{x} ממוצע הנתונים

נוסחת ברנולי: הסתברות ל- k הצלחות ב- n נסיונות בהתפלגות בינומית עם הסתברות p :

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

נוסחאות בהסתברות: (נוסחאות חדשות, יצורפו לטופס הבחינה)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:}$$

$$P(A/B) \neq P(A/\bar{B}), \quad P(A/B) \neq P(A) \quad \text{קיים קשר סטטיסטי אם:}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:}$$

הנדסה אנליטית

קו ישר

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \quad \text{משוואת ישר דרך } (x_1, y_1) \text{ ששיפועו } m:$$

$$\text{tg } \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \right| \quad \text{נוסחה לזווית } \alpha \text{ שבין הישרים } y = m_2x + n_2, y = m_1x + n_1$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{ניצבות הישרים: } y = m_2x + n_2, y = m_1x + n_1$$

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{מרחק הנקודה } (x_0, y_0) \text{ מהישר } Ax + By + C = 0$$

$$\left(\frac{\ell \cdot x_1 + k \cdot x_2}{k + \ell}, \frac{\ell \cdot y_1 + k \cdot y_2}{k + \ell} \right) \quad \text{נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס } k : \ell \text{ : } (A(x_1, y_1), B(x_2, y_2))$$

מעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad \text{משוואת המשיק למעגל}$$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2 \quad \text{בנקודה } (x_0, y_0)$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה}$$

$$y = \pm \frac{b}{a} \cdot x \quad \text{האסימפטוטות:}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{מרחק המוקד מהראשית:}$$

$$\frac{x \cdot x_0}{a^2} - \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1 \quad \text{משיק להיפרבולה בנקודה } (x_0, y_0)$$

$$n^2 = m^2 \cdot a^2 - b^2 \quad \text{התנאי שהישר } y = mx + n \text{ ישיק להיפרבולה:}$$

$$y^2 = 2px \quad \text{פרבולה}$$

$$y \cdot y_0 = p \cdot (x + x_0) \quad \text{משיק לפרבולה בנקודה } (x_0, y_0)$$

$$n = \frac{p}{2m} \quad \text{התנאי שהישר } y = mx + n \text{ ישיק לפרבולה:}$$