נספח לספר הלימוד

שאלון 035802

(בעקבות עדכון המאגר לשאלון 035802 בחודש יוני 2012)

الملحق أ: المجمّع المجدّد للنموذج 035802

تظهر في هذا الملحق **كلُّ الأسئلة الجديدة** (مع تغييراتٍ عدديّة) التي أُضيفت إلى المُجمَّع في النموذج 035802 في شهر حزيران 2012 . في الملحق، تظهر أيضًا **كلّ الأسئلة** (مع تغييراتٍ عدديّة) التي كانت في المجمّع السابق وطرأت عليها تغييراتٌ، فعلى سبيل المثال : إضافة / إزالة بنودٍ وتغييراتٌ نصّيّة.

أصبح المُجمَّعُ المجدّدُ في حيّز التنفيذ ابتداءً من صيف 2013.

ملاحظة: في بداية كلّ سؤال، يظهر أيضًا رقمه في المُجمّع المجدّد، وذلك كما صَدرَ على يد التفتيش العامّ للرياضيّات في شهر حزيران 2012 .

لا تظهر الأسئلة حسب ترتيبها في المُجمّع، إنّما تظهر حسب درجة صعوبتها و/أو حسب المبدأ المُستند على أنّ الأسئلة ذوات الأفكار والأسس المشتركة، تظهر بشكلٍ متتالٍ.

في بداية كلّ موضوع، وُضِعَتْ تمارين محلولة ومن ثمّ، تلتها الأسئلة الجديدة التي تمَّت إضافتها إلى المُجمّع.

المواضيع التي يتضمَّنها النموذج 035802 هي: دوالُّ ورسوم بيانيّة، متواليات حسابيّة وهندسيّة، تزايد وتناقص (تضاؤل)، إحصاء، احتمال، توزيع طبيعيّ، حساب المثلّثات في المستوى وحساب المثلّثات في الفراغ.

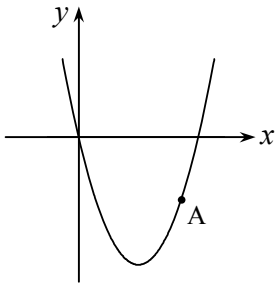
1 الجبر

1.1 دوالٌّ ورسومٌ بيانيّة

تمارين محلولة

(1) صفحة 7 سؤال 9 (سؤالٌ مماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجدّد في العام 2012)

أمامكم رسمٌ بيانيٌّ للدالة $y = x^2 - 6x$.



تقع النقطة A على الرسم البيانيِّ (أُنظروا الرسم).

(أ) معطى أنّ الإحداثيَّ x للنقطة A هو 5.
جدوا الإحداثيَّ y للنقطة A .

(ب) جدوا كم نقطة مشتركة يوجد بين الرسم البيانيِّ للدالة المعطاة والمستقيم $y = 4x - 25$ (إذا وُجدَتْ كهذه).

(ج) جدوا كم نقطة مشتركة يوجد بين الرسم البيانيِّ للدالة المعطاة والمستقيم $y = -5$ (إذا وُجدَتْ كهذه). علّلوا.

حلّ السؤال في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

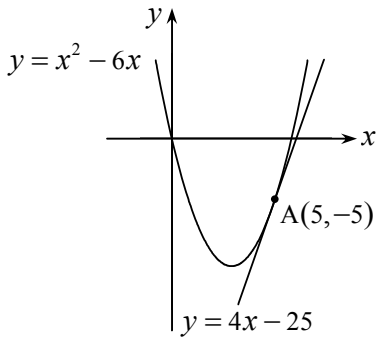
الحلّ:

(أ) معطى أنّ $x_A = 5$. نعوّض $x = 5$ في معادلة الدالة ونحصل على:

$$y_A = 5^2 - 6 \cdot 5 = 25 - 30 = -5$$

لذا، $A(5,-5)$.

(ب) كي نجد النقاط المشتركة بين الرسم البيانيّ للدالة المعطاة والمستقيم $y = 4x - 25$ ، نحلُّ هيئة المعادلات التالية:



$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = 4x - 25 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 4x - 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} = \frac{10 \pm 0}{2}$$

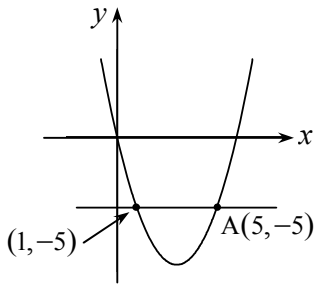
$$x_1 = x_2 = 5$$

$$y = 5^2 - 6 \cdot 5 = 25 - 30 = -5$$

ملاحظة: ليست هنالك حاجة في حساب قيمة y ، لأنّنا وجدنا في البند (أ) أنّه حين يكون الإحداثيُّ x لنقطةٍ ما على الرسم البيانيّ للدالة المعطاة مساويًا لـ 5 ، يكون الإحداثيُّ y للنقطة هو -5 .

للرسم البيانيّ للدالة المعطاة وللمستقيم المعطى نقطة مشتركة واحدة، وإحداثيّاها هما $(5,-5)$ ، أي أنّ المستقيم $y = 4x - 25$ والقطع المكافئ $y = x^2 - 6x$ يتقاطعان في نقطةٍ واحدةٍ. مستقيمٌ يقطع قطعًا مكافئًا في نقطةٍ واحدةٍ وغير موازٍ للمحور y ، هو مستقيمٌ يمسّ القطع المكافئ (مماس).

(ج) نجد نقاط تقاطع المستقيم $y = -5$ مع الرسم البيانيّ للدالة المعطاة بواسطة حلّ هيئة المعادلات التالية:



$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = -5 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = -5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{6\pm4}{2}$$
$$x_1=1\ ،\ x_2=5$$

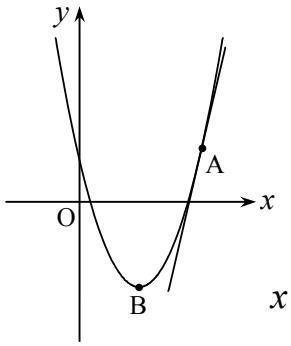
هنالك نقطتا تقاطع بين الرسم البيانيِّ للدالة
والمستقيم $y=-5$ وهما: $(5,-5)$ ، $(1,-5)$.

شرحٌ آخر: المستقيم $y=-5$ ، يمرّ عبر النقطة $A(5,-5)$
ويوازي المحور x .

الإحداثيُّ x لنقطة رأس القطع المكافئ هو: $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2\cdot1}=3$.
الإحداثيُّ y لنقطة رأس القطع المكافئ هو: $y=3^2-6\cdot3=9-18=-9$.
لذا، تقع النقطة A فوق رأس القطع المكافئ، أي أنّ
المستقيم $y=-5$ يقطع القطع المكافئ في نقطتين.

(2) صفحة 9 سؤال 16 (سؤالٌ مماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجدّد في العام 2012)

معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته $y=x^2-6x+3$
ومستقيمٌ معادلته $y=6x-33$.



(أ) جدوا إحداثيَّي النقطة المشتركة بين القطع المكافئ والمستقيم (النقطة A في الرسم).
(ب) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ (النقطة B في الرسم).
(ج) جدوا نقطة تقع على المستقيم المعطى بحيث يكون الإحداثيُّ x فيها مساويًا للإحدثيِّ x في نقطة رأس القطع المكافئ.

الحلّ:

(أ) كي نجد إحداثيَّي النقطة A
نحلّ هيئة المعادلات التالية:

$$\begin{cases}y=x^2-6x+3\\y=6x-33\end{cases}$$
$$x^2-6x+3=6x-33$$
$$x^2-12x+36=0$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

$$x_{1,2}=\frac{12\pm\sqrt{144-144}}{2}=\frac{12\pm 0}{2}$$
$$x_1=x_2=6$$
$$y_A=6\cdot 6-33=36-33=3$$

إحداثيّا النقطة A هما $(6,3)$.

(ب) النقطة B هي رأس القطع المكافئ.

إحداثيّاها هما $B(x_{\text{رأس}}\ ,\ y_{\text{رأس}})$.

القانون الذي نجد بواسطته الإحداثيَّ x لرأس القطع المكافئ المُمَثّل بواسطة المعادلة $y=ax^2+bx+c$ هو:

$x_{\text{رأس}}=-\frac{b}{2a}$.

في معادلة القطع المكافئ $y=x^2-6x+3$ يتحقّق: $b=-6$ ، $a=1$.

ومن هنا: $x_B=-\frac{-6}{2\cdot 1}=3$.

$y_{\text{رأس}}=y(3)=3^2-6\cdot 3+3=9-18+3=-6$

إحداثيّا رأس القطع المكافئ هما $B(3,-6)$.

(ج) في البند (ب) وجدنا أنّ $x_B=3$.

كي نجد النقطة على المستقيم $y=6x-33$ والتي يتحقّق فيها $x=3$ ،

نعوّض في معادلة المستقيم $x=3$ ونحصل على: $y=6\cdot 3-33=18-33=-15$

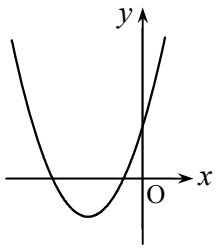
لذا، النقطة المطلوبة هي $(3,-15)$.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (2) في المُجمّع (سنة 2012)

أمامكم الرسم البيانيّ للدالة: $y = x^2 + 4x + 3$.



(أ) جدوا نقاط تقاطع الرسم البيانيِّ مع المحورين.

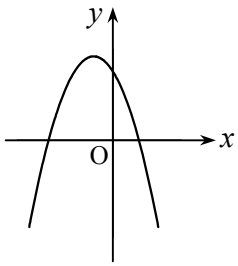
(ب) لأيّ قيم x تكون الدالة المعطاة سالبة؟

(ج) سجّلوا قيمتين لـ x تكون فيهما الدالة المعطاة سالبة.

(د) تدّعي فاتن أنه إذا كانت الدالة سالبة في مجال معيّن، كانت الدالة بالضرورة تنازلية في هذا المجال.
هل فاتن على صواب؟ عللوا.

(2) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (4) في المُجمّع (سنة 2012)

معطاة الدالة: $y = -x^2 - 3x + 10$.



(أ) جدوا نقطتي تقاطع الرسم البيانيِّ مع المحور x .

(ب) سجّلوا كما تشاؤون قيمة لـ x تكون فيها الدالة موجبة، واحسبوا قيمة الدالة المناسبة لها.

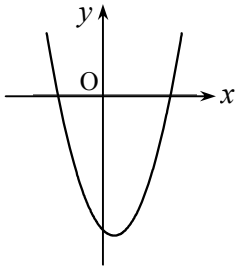
(ج) لأيّ قيم x، الدالة المعطاة سالبة ؟

(د) جدوا إحداثيَّي رأس القطع المكافئ.

(هـ) هل يقطع المستقيم $y = 13$ الرسم البيانيُّ للدالة ؟ اشرحوا.

(3) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (5) في المجمّع (سنة 2012)

معطاة الدالة: $f(x) = (x+2)(x-3)$.



(أ) جدوا نقاط تقاطع الرسم البيانيِّ مع المحورين، وسجّلوا قيم النقاط على الرسم البيانيِّ.

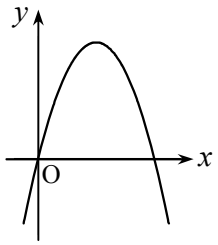
(ب) في أيّ قيم x تكون الدالة $f(x)$ سالبة ؟

(ج) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ.

(د) لأيّ قيم x الدالة المعطاة تصاعديّة ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (6) في المُجمّع (سنة 2012)



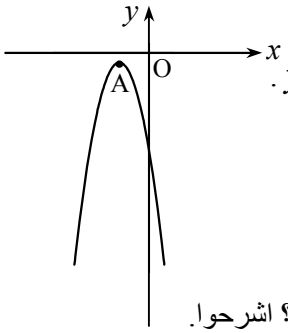
الرسم البيانيُّ الذي في الرسم موصوفٌ بواسطة : $y = -x^2 + 4x$.

(أ) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ.

(ب) لأيّ قيم x، الدالة المعطاة تصاعديّة ؟

(ج) لأيّ قيم x، الدالة المعطاة سالبة ؟

(5) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (8) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى على اليسار، الرسم البيانيُّ للدالة: $y = -x^2 - 6x - 10$.

(أ) جدوا نقاط تقاطع الرسم البيانيِّ للقطع المكافئ مع المحورين (إذا وُجدَت كهذه).

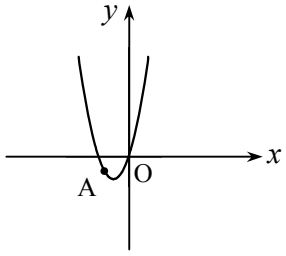
(ب) لأيّ قيم x، القطع المكافئ المعطى سالب ؟

(ج) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ.

(د) هل يقطع المستقيم $y = -1$ الرسم البيانيَّ للقطع المكافئ ؟ اشرحوا.

(هـ) جدوا مجال تصاعد القطع المكافئ.

(6) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (9) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى أمامكم رسمٌ بيانيٌّ للدالة: $y = x^2 + 3x$.

تقع النقطة A على الرسم البيانيِّ (انظروا الرسم).

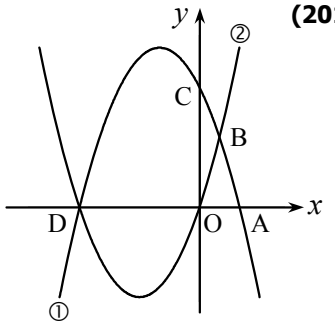
(أ) معطى أنّ الإحداثيَّ x للنقطة A هو -2 .
جدوا الإحداثيَّ y لهذه النقطة.

(ب) جدوا كم نقطة مشتركة يوجد بين الرسم البيانيِّ للدالة المعطاة والمستقيم $y = -x - 4$ (إذا وُجدَت كهذه).

(ج) جدوا كم نقطة مشتركة يوجد بين الرسم البيانيِّ للدالة المعطاة والمستقيم $y = 4$ (إذا وُجدَت كهذه). عللوا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

(7) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (10) في المُجمّع (سنة 2012)



أمامكم رسمان بيانيّان للدالتين التربيعيّتين

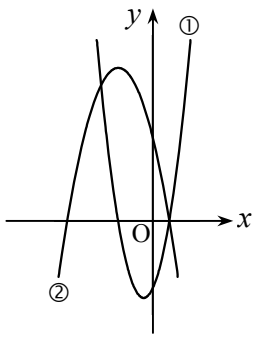
$g(x)=x^2+3x$ ، $f(x)=-x^2-2x+3$ ،

وعُيِّن عليهما أربع نقاط: A ، B ، C ، D .

(أ) لائموا لكلِّ واحدٍ من الرسمين ① و- ② الدالة الملائمة له.
عللوا اختياركم.

(ب) جدوا إحداثيّات النقاط A ، B ، C و- D .

(8) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (11) في المُجمّع (سنة 2012)



أمامكم رسمان بيانيّان للدالتين التربيعيّتين

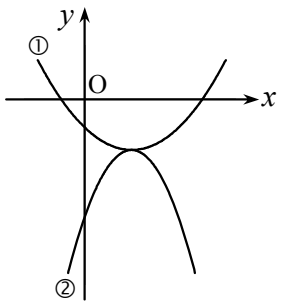
$g(x)=x^2+2x-8$ ، $f(x)=-0.5x^2-4x+10$.

(أ) لائموا لكلِّ واحدٍ من الرسمين ① و- ② الدالة الملائمة له. عللوا اختياركم.

(ب) النقطة $(-8,10)$، تقع على أحد الرسمين المعطيين.
جدوا على أيِّ الرسمين تقع هذه النقطة ؟ عللوا.

(ج) جدوا نقطتي تقاطع الرسمين.

(9) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (18) في المجمّع (سنة 2012)



معطى الدالتان:

$$y=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$$

$$y=-x^2+4x-7$$

(أ) لائموا لكلِّ رسم بيانيٍّ الدالة الملائمة له. عللوا.

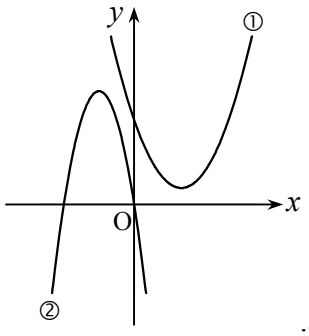
(ب) بيِّنوا أنّ لكلا القطعين المكافئين نقطة مشتركة واحدة فقط. جدوا إحداثيّيها وبيِّنوا أنّ هذه النقطة هي نقطة رأس القطع المكافئ.

(ج) جدوا مجال تصاعد القطع المكافئ ① .

(د) جدوا مجال تنازل القطع المكافئ ② .

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(10) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (19) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى معادلتان لقطعين مكافئين:

$$y = -3x^2 - 9x$$

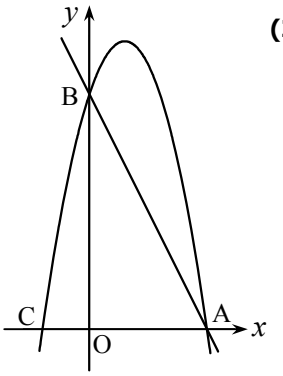
$$y = x^2 - 4x + 5$$

(أ) لائموا لكلّ رسم بيانيٍّ الدالة المناسبة له.
عللوا.

(ب) جدوا إحداثيّي الرأس لكلّ واحدٍ من القطعين المكافئين.

(ج) اشرحوا لماذا لا توجد نقاط مشتركة بين القطعيْن المكافئين.

(11) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (13) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته: $y = -x^2 + 3x + 10$.

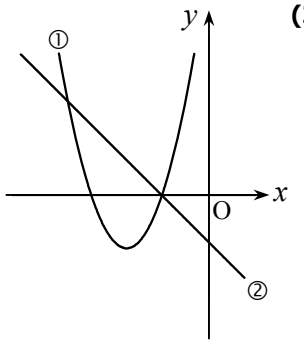
يقطع القطع المكافئ المحورين في النقاط A ، B و- C .

(أ) جدوا إحداثيّات النقاط A ، B و- C .

(ب) اشرحوا لماذا تقع النقطتان A و- B أيضًا
على المستقيم $y = -2x + 10$.

(ج) جدوا المجالات التي يقع فيها المستقيم
فوق القطع المكافئ.

(12) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (12) في المُجمّع (سنة 2012)



أمامكم رسمان بيانيّان للدالتين:

$$f(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$g(x) = -x - 2$$

(أ) لائموا لكلّ رسم بيانيٍّ الدالة المناسبة له.
عللوا.

(ب) جدوا نقطتي التقاطع بين الرسمين البيانيّين.

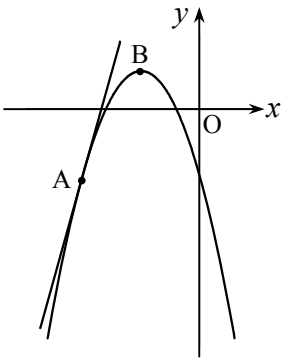
(ج) جدوا المجال الذي يقع فيه الرسم البيانيُّ للمستقيم فوق الرسم البيانيِّ للقطع المكافئ .

(د) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ.

(هـ) جدوا مجالات تصاعد وتنازل القطع المكافئ.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(13) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (16) في المُجمّع (سنة 2012)



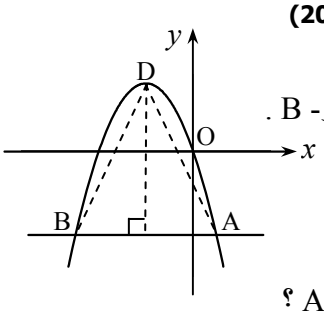
معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته: $y=-x^2-5x-4$،
ومستقيمٌ معادلته $y=5x+21$.

(أ) جدوا إحداثيّي النقطة المشتركة بين القطع المكافئ والمستقيم (النقطة A في الرسم).

(ب) جدوا إحداثيّي رأس القطع المكافئ (النقطة B في الرسم).

(ج) جدوا نقطة على المستقيم المعطى بحيث يكون الإحداثيُّ x فيها مساويًا للإحداثيِّ x في نقطة رأس القطع المكافئ.

(14) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (14) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته $y=-x^2-4x$.
المستقيم $y=-5$، يقطع القطع المكافئ في النقطتين A و- B .

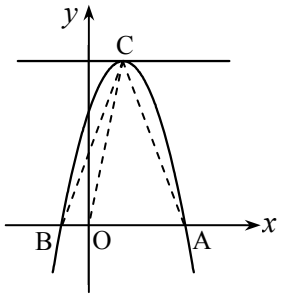
(أ) جدوا إحداثيّات النقطتين A و- B .

(ب) النقطة D هي نقطة رأس القطع المكافئ.
جدوا إحداثيّي النقطة D .

(ج) ما هو طول الارتفاع على الضلع AB في المثلث ABD ؟

(د) جدوا مساحة المثلث ABD .

(15) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (15) في المُجمّع (سنة 2012)



معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته $y=-x^2+6x+7$
ومستقيمٌ معادلته $y=16$.
O هي نقطة أصل المحاور.

(أ) القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين A و- B .
جدوا إحداثيّات النقطتين A و- B (انظروا الرسم).

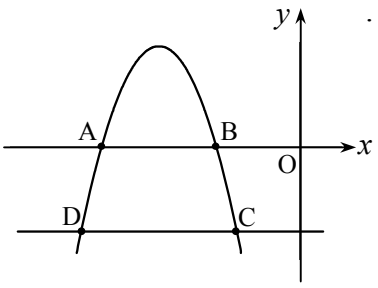
(ب) جدوا إحداثيّي نقطة التقاطع بين القطع المكافئ والمستقيم $y=16$ (النقطة C الرسم).

(ج) احسبوا مساحتي المثلثين CBO و- CAO .

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(16) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (17) في المُجمّع (سنة 2012)

معطى قطعٌ مكافئٌ معادلته: $y=-x^2-12x-27$.



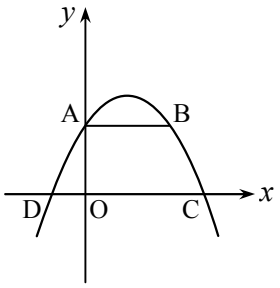
(أ) جدوا نقطتي تقاطع القطع المكافئ مع المحور x (النقطتين A و- B في الرسم).

(ب) المستقيم $y=-7$ ، يقطع القطع المكافئ في النقطتين C و- D . جدوا إحداثيّات النقطتين.

(ج) احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD .

(17) سؤالٌ مماثلٌ لسؤال رقم (1) في المُجمّع (سنة 2012)

أمامكم الرسم البيانيُّ للقطع المكافئ $y=-x^2+4x+12$ ، والرسم البيانيّ للقطعة AB الموازية للمحور x .



(أ) جدوا إحداثيّات النقاط A ، B ، C ، D .

(ب) احسبوا مساحة المثلث BDC .

(ج) احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD .

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) نقطتا التقاطع مع المحور x : $(-3,0)$ ، $(-1,0)$ ،
نقطة التقاطع مع المحور y : $(0,3)$. (ب) $-3<x<-1$
(ج) مثلا: $x=-1.5$ ، $x=-2$ (د) كلا، ليست على صواب.
على سبيل المثال، في هذه الحالة الدالة سالبة في المجال $-3<x<-1$
لكنّ الدالة تصاعديّة في المجال $-2<x<-1$.

(2) (أ) $(2,0)$ ، $(-5,0)$
(ب) مثلا: الدالة موجبة عند $x=0$ وقيمة الدالة هي 10 .
(ج) $x>2$ أو $x<-5$. (د) $(-1.5,12.25)$
(هـ) كلا، لأنّ المستقيم $y=13$ الموازي للمحور x ، يقع فوق رأس القطع المكافئ.

(3) (أ) $(0,-6)$ ، $(-2,0)$ ، $(3,0)$ (ب) $-2<x<3$
(ج) $(0.5,-6.25)$ (د) $x>0.5$

(4) (أ) $(2,4)$ (ب) $x<2$
(ج) $x>4$ ، $x<0$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(5) (أ) $(0,-10)$ ، لا يوجد تقاطع مع المحور x .

(ب) الدالة سالبة لكلّ قيمةٍ لـ x .

(ج) $(-3,-1)$

(د) يقطع في نقطةٍ واحدةٍ وهي نقطة رأس القطع المكافئ $(-3,-1)$

(هـ) $x<-3$

(6) (أ) $y=-2$ (ب) نقطة واحدة $(-2,-2)$

(ج) هنالك نقطتان مشتركتان. **<u>شرح:</u>** النقطتان هما $(-4,4)$ ، $(1,4)$

أو: يقع المستقيم المعطى فوق القيمة الصغرى للقطع المكافئ.

(7) (أ) رسم ① يلائم الدالة $f(x)$ ، رسم ② يلائم الدالة $g(x)$.

شرح: إذا كان معامل x^2 موجبًا كان للقطع المكافئ قيمة صغرى، وإذا كان معامل x^2 سالبًا كان للقطع المكافئ قيمة عظمى. **شرحٌ إضافيٌّ ممكن**:

الرسم ② يقطع المحور y في نقطة أصل المحاور – في النقطة $(0,0)$ ،

والرسم ① لا يمرّ عبر نقطة أصل المحاور.

(ب) $A(1,0)$ ، $B(0.5,1.75)$ ، $C(0,3)$ ، $D(-3,0)$

(8) (أ) الرسم ① يلائم الدالة $g(x)$ ، الرسم ② يلائم الدالة $f(x)$.

<u>شرح:</u> إذا كان معامل x^2 موجبًا كان للقطع المكافئ قيمة صغرى،

وإذا كان معامل x^2 سالبًا كان للقطع المكافئ قيمة عظمى.

(ب) على الرسم البيانيِّ للدالة $f(x)$.

<u>شرح:</u> بواسطة التعويض، أو:

فقط على الرسم البيانيِّ للدالة $f(x)$ ، يمكننا أن نحصل على القيمة 10 .

(ج) $(2,0)$ ، $(-6,16)$.

(9) (أ) الرسم ① يلائم الدالة $y=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$

والرسم ② يلائم الدالة $y=-x^2+4x-7$.

<u>شرح:</u> إذا كان معامل x^2 موجبًا، كان للقطع المكافئ قيمة صغرى،

وإذا كان معامل x^2 سالبًا، كان للقطع المكافئ قيمة عظمى.

(ب) $(2,-3)$ (ج) $x>2$

(د) $x>2$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

(10) (أ) $y=-3x^2-9x$ يلائم الرسم البيانيَّ ② ،

$y=x^2-4x+5$ يلائم الرسم البيانيَّ ① .

<u>شرح:</u> إذا كان معامل x^2 موجبًا، كان للقطع المكافئ قيمة صغرى،

وإذا كان معامل x^2 سالبًا، كان للقطع المكافئ قيمة عظمى.

(ب) رأس القطع المكافئ ① هو $(2,1)$ ،

رأس القطع المكافئ ② هو $(-1.5,6.75)$.

(ج) **تعليلٌ ممكن**: بواسطة حلٍّ جبريٍّ.

(11) (أ) $A(5,0)$ ، $B(0,10)$ ، $C(-2,0)$

(ب) بواسطة التعويض. (ج) $x<0$ أو $x>5$

(12) (أ) الرسم ① يلائم الدالة $f(x)$ ، الرسم ② يلائم الدالة $g(x)$.

<u>شرح:</u> الدالة $f(x)$ تمَثل دالة تربيعيّة

والدالة $g(x)$ تمَثل دالة خطيّة.

(ب) $(-2,0)$ ، $(-6,4)$ (ج) $-6<x<-2$ (د) $(-3.5,-2.25)$

(هـ) تنازليّة عند $x<-3.5$ ، تصاعديّة عند $x>-3.5$.

(13) (أ) $A(-5,-4)$ (ب) $B(-2.5,2.25)$

(ج) $(-2.5,8.5)$

(14) (أ) $B(-5,-5)$ ، $A(1,-5)$ (ب) $D(-2,4)$

(ج) 9 وحدات. (د) 27 وحدة تربيعيّة.

(15) (أ) $B(-1,0)$ ، $A(7,0)$ (ب) $C(3,16)$

(ج) مساحة المثلث CAO هي 56 وحدة تربيعيّة

مساحة المثلث COB هي 8 وحدات تربيعيّة.

(16) (أ) $B(-3,0)$ ، $A(-9,0)$ (ب) $C(-2,-7)$ ، $D(-10,-7)$

(ج) 49 وحدة تربيعيّة.

(17) (أ) $D(-2,0)$ ، $C(6,0)$ ، $B(4,12)$ ، $A(0,12)$

(ب) 48 وحدة تربيعيّة. (ج) 72 وحدة تربيعيّة.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

1.2 متواليات حسابيّة ومتواليات هندسيّة

تمارين محلولة

(1) صفحة 15 سؤال 10 (سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجَدّد في سنة 2012)

يريد أنور إرسال 7 رزم بأوزان مختلفة بواسطة البريد.
تتعلق تكلفة الطوابع اللازمة لإرسال الرزمة بوزن الرزمة.
أسعار هذه الطوابع تشكل متوالية حسابيّة.
ثمن الطابع الأغلى أكبر بـ 4 أضعافٍ من ثمن الطابع الأرخص.
دفع أنور بالإجمال 350 شاقلا.
(أ) ما هو ثمن الطابع الأرخص ؟
(ب) ما هو ثمن الطابع الأغلى ؟

الحلّ:

(أ) نشير إلى أسعار الطوابع المطلوبة بواسطة حدودٍ في متواليةٍ حسابيّةٍ:

$$a_1 \ , \ a_2 \ , \ a_3 \ , \ a_4 \ , \ a_5 \ , \ a_6 \ , \ a_7$$

ليكن a_1 سعر الطابع الأرخص و- a_7 سعر الطابع الأغلى.
حسب المعطى: $a_7 = 4a_1$.
عدد الرزم هو $n = 7$.
المبلغ الكليُّ الذي دفعه أنور مقابل كلِّ الطوابع هو 350 شاقلا $= S_7$.
نستعمل قانون إيجاد الحدِّ العامّ في المتوالية الحسابيّة وقانون إيجاد مجموع n الحدود الأولى في المتوالية الحسابيّة ونبني هيئة معادلات:

$$\begin{cases} a_7 = 4a_1 \\ S_7 = 350 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 4a_1 \\ \frac{7\,(2a_1 + 6d)}{2} = 350 \quad / \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6d = 3a_1 \quad / : 3 \\ 7(2a_1 + 6d) = 700 \quad / : 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = a_1 \\ 2a_1 + 6d = 100 \end{cases}$$

$$2 \cdot 2d + 6d = 100$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

$$4d + 6d = 100$$
$$10d = 100$$
$$d = 10$$

$$2d = a_1$$
$$2 \cdot 10 = a_1$$
$$a_1 = 20$$

ثمن الطابع الأرخص هو 20 شاقلا.

(ب) ثمن الطابع الأغلى أكبر بـ 4 أضعافٍ من ثمن الطابع الأرخص.
لذا، ثمنه 80 شاقلا.

(2) صفحة 15 سؤال 11 (سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجَدّد في سنة 2012)

يستعدُّ أمير وفادي لامتحان البسيخومتري.
يجب على كلٍّ واحدٍ منهما أن يحفظ 600 كلمةٍ جديدة.
قرّر أمير أن يحفظ كلّ يوم 25 كلمة.
بنى فادي برنامج دراسة على النحو التالي: يحفظ في اليوم الأوّل 12 كلمة،
وفي كلِّ يوم إضافيٍّ، يحفظ 4 كلماتٍ أكثر من اليوم الذي سبقه.
(أ) كم يومًا استعدّ أمير للامتحان ؟
(ب) مَن مِن بينهما يُنهي استعداده للامتحان قبل الآخر ؟ علّلوا .

الحلّ:

(أ) عدد الكلمات التي حفظها أمير كلّ يوم هو مقدارٌ ثابت، لذا، كي نجد عدد الأيّام التي استعدّ أمير فيها للامتحان، يجب أن نقسم عدد الكلمات الكليّ التي يجب أن يحفظها على عدد الكلمات التي حفظها كلّ يوم: $600 : 25 = 24$.
يجب على أمير أن يستعدّ مدّة 24 يومًا قبل الامتحان.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) البرنامج الدراسيُّ الذي بناه فادي استند على أنّ عدد الكلمات التي تعلّمها كلّ يوم يُشكل متوالية حسابيّة بحيث: $S_n = 600$ ، $d = 4$ ، $a_1 = 12$.

عدد الأيّام التي سيستعدّ فيها قبل الامتحان هو n $(n = ?)$.

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)\cdot d]}{2}$$

نعوّض كلّ المعطيات في قانون الـ S_n :

$$600 = \frac{n[2\cdot 12 + (n-1)\cdot 4]}{2}$$

$$1,200 = n(24 + 4n - 4)$$

$$1,200 = 4n^2 + 20n$$

$$0 = 4n^2 + 20n - 1,200 \quad /:4$$

$$n^2 + 5n - 300 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1,200}}{2} = \frac{-5 \pm 35}{2}$$

$n_1 = \frac{-40}{2} = -20$ جوابٌ ملغيٌّ

(عدد الحدود هو عددٌ طبيعيٌّ)

$$n_2 = \frac{30}{2} = 15$$

أي أنّ فادي سيستعدُّ مدّة 15 يومًا، وهذا يعني أنّه سينهي استعداده قبل أمير بـ 9 أيّام $(24 - 15 = 9)$.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

(3) صفحة 16 سؤال 18 (سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجَدّد في سنة 2012)

عندما يرتبون رواتب 5 عمّال ترتيبًا تصاعديًّا (من الرّاتب الأصغر حتى الرّاتب الأكبر)، يحصلون على متوالية هندسيّة.
الرّاتب الأصغر هو 5,000 شاقل، والرّاتب الأكبر هو 14,280.5 شاقل.

(أ) احسبوا أساس المتوالية الهندسيّة.

(ب) احسبوا مجموع رواتب العمّال الخمسة.

(ج) احسبوا معدّل رواتب العمّال الخمسة.

الحلّ:

(أ) تُشكّل رواتبُ العمّال متوالية هندسيّة ويتحقّق فيها:

$a_1 = 5,000$ ، $a_5 = 14,280.5$ ، $n = 5$

علينا إيجاد أساس المتوالية q .

حسب قانون إيجاد الحدّ العامّ في المتوالية الهندسيّة:

$$a_5 = a_1 \cdot q^4$$
$$14,280.5 = 5,000 \cdot q^4$$
$$q^4 = \frac{14,280.5}{5,000} = 2.8561$$
$$q = \sqrt[4]{2.8561} = 1.3$$

ترتيب العمليّات التي يتوجب تنفيذها بواسطة الحاسبة هو:

$$4 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 14,280.5 \rightarrow : \rightarrow 5,000 \rightarrow) \rightarrow =$$

ملاحظة: عندما نحلُّ المعادلة $q^4 = 2.8561$ ، نحصل على ناتجين، واحد موجب وآخر سالب.
لكن، في هذا السؤال نختار الناتج الموجب، وذلك لأنّ هذا السؤال هو سؤالٌ واقعيٌّ.

(ب) نجد مجموع رواتب العمّال الخمسة بواسطة استعمال قانون مجموع n الحدود الأولى في المتوالية الهندسيّة:

$$S_5 = \frac{a_1 \cdot (q^5 - 1)}{q - 1}$$

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

نعوِّض كلَّ المعطيات ونحصل على:

$$S_5 = \frac{5{,}000\left(1.3^5 - 1\right)}{1.3 - 1} = \text{شاقل } 45{,}215.5$$

ملاحظة: ترتيب العمليّات في الحاسبة (لا حاجة لعمليّاتٍ بينيّة):

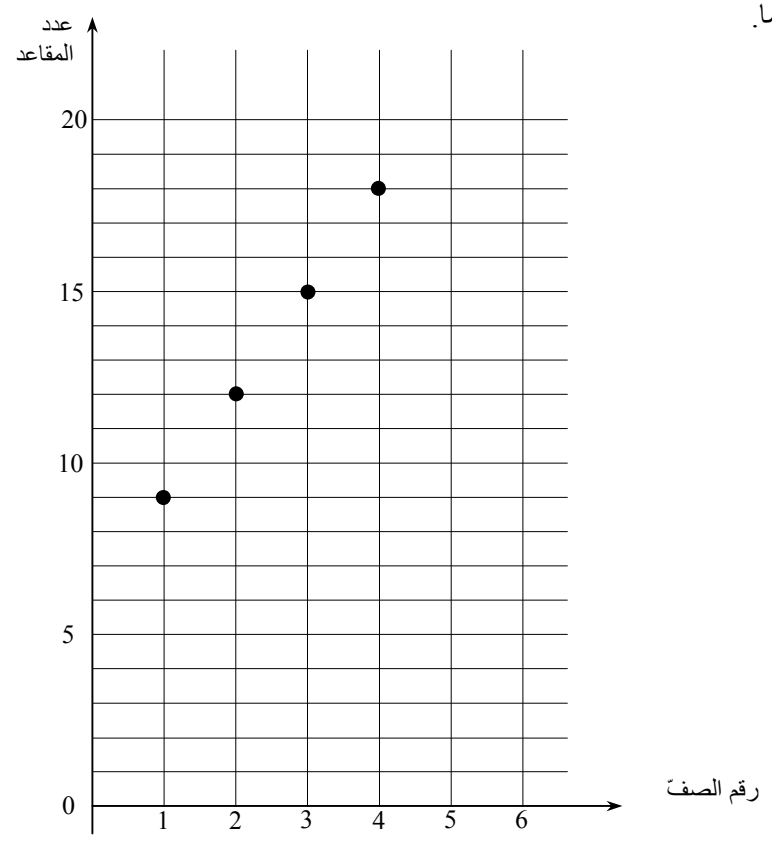
$$5{,}000 \rightarrow \times \rightarrow (\rightarrow 1.3 \rightarrow \wedge \rightarrow 5 \rightarrow - \rightarrow 1 \rightarrow)$$
$$\rightarrow : \rightarrow (\rightarrow 1.3 \rightarrow - \rightarrow 1 \rightarrow) \rightarrow =$$

(ج) كي نجد معدّل الرواتب، نقسم مجموع الرواتب التي حصل عليها العمّال على عدد العمّال.

$$45{,}215.5 : 5 = \text{شاقل } 9{,}043.1$$

(4) صفحة 18 سؤال 24 (سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال المُجمّع المُجَدّد في سنة 2012).

يصف الرسم البيانيُّ التالي عدد المقاعد في كلٍّ واحدٍ من الصفوف الأربعة الأولى في قاعة سينما.



يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) بما يخصُّ الصفوف الأربعة الأولى، قرِّروا بكم أكبر عدد المقاعد في كلِّ صفٍّ من عدد المقاعد في الصفِّ الذي قبله .

(ب) مع الافتراض أنّ حاصل الفرق الذي حصلتم عليه في البند أ ثابتٌ:

(*i*) جدوا عدد المقاعد في الصفِّ الـ 10 .

(*ii*) في قاعة السينما، 504 مقاعد جلوس.
كم صفًّا من المقاعد يوجد في القاعة ؟

الحلّ:

(أ) في الصفِّ الأوّل 9 مقاعد، في الصفِّ الثاني 12 مقعدًا،
في الصفِّ الثالث 15 مقعدًا وفي الصفِّ الرابع 18 مقعدًا.
لذا، عدد المقاعد في كلِّ صفٍّ أكبر بـ 3 من عدد المقاعد في الصفِّ الذي قبله.

(ب) (*i*) عدد المقاعد في كلِّ صفٍّ في القاعة يُشكّلُ متوالية حسابيّة يتحقّق
فيها: $a_1 = 9$ ، $d = 3$.
ومن هنا نحصل على: $a_{10} = a_1 + 9d = 9 + 9 \cdot 3 = 9 + 27 = 36$.
في الصفِّ الـ 10 يوجد 36 مقعدًا.

(*ii*) معطى أنّ $S_n = 540$ وعلينا أن نجد n .
نُعوِّض المعطيات في القانون: $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)\cdot d]}{2}$ ونحصل على:

$$504 = \frac{n[2 \cdot 9 + (n-1)\,3]}{2} \quad / \cdot 2$$

$$1,008 = n(18 + 3n - 3)$$

$$1,008 = n(15 + 3n)$$

$$1,008 = 15n + 3n^2$$

بعد التجميع والتبسيط نحصل على المعادلة التربيعيّة:
$n^2 + 5n - 336 = 0$ ، وحلّاها هما: $n_2 = -21$ ، $n_1 = 16$.

جواب: بما أنّ عدد صفوف القاعة هو عددٌ طبيعيٌّ
لذا، في القاعة 16 صفًّا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

تمارين للعمل الذاتيِّ

(1) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (1) في المُجمّع (سنة 2012)

متوالية مُعرّفة لكلِّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيِّ:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 5 \end{cases}$$

(أ) اكتبوا الحدود الأربعة الأولى في المتوالية.

(ب) اشرحوا لماذا المتوالية المعطاة هي متوالية حسابيّة تصاعديّة.

(ج) جدوا الحدَّ الـ 41 في المتوالية.

(2) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (2) في المُجمّع (سنة 2012)

متوالية مُعرّفة لكلِّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيِّ:

$$\begin{cases} a_1 = 40 \\ a_{n+1} = a_n - 3 \end{cases}$$

(أ) اكتبوا الحدود الأربعة الأولى في المتوالية.

(ب) اشرحوا لماذا المتوالية المعطاة هي متوالية حسابيّة تنازليّة.

(ج) كم هو فرق المتوالية ؟

(د) احسبوا مجموع الـ 12 حدًّا الأولى في المتوالية.

(3) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (3) في المُجمّع (سنة 2012)

معطى جميع الأعداد المكوّنة من ثلاثة أرقام: $999 , \ldots , 102 , 101 , 100$.

(أ) جدوا عدد الأعداد المكوّنة من ثلاثة أرقام ؟

(ب) من بين الأعداد المكوّنة من ثلاثة أرقام، كم عددًا ينقسم على 3 (بدون باقٍ) ؟

(ج) من بين الأعداد المكوّنة من ثلاثة أرقام، كم عددًا لا ينقسم على 3 ؟

(4) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (19) في المُجمّع (سنة 2012)

متوالية مُعرّفة لكلِّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيِّ:

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3 \cdot a_n \end{cases}$$

(أ) اكتبوا الحدود الخمسة الأولى في المتوالية.

(ب) حدِّدوا هل المتوالية الهندسيّة تصاعديّة / ثابتة / تنازليّة ؟

(ج) احسبوا مجموع الحدود الثمانية الأولى في المتوالية.

(د) احسبوا معدّل الحدود الثمانية الأولى في المتوالية.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(5) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (20) في المُجمّع (سنة 2012)

متوالية مُعرّفة لكلّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيّ:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = -5 \cdot a_n \end{cases}$$

(أ) اشرحوا لماذا هذه المتوالية هي متوالية هندسيّة.

(ب) اكتبوا الحدود الخمسة الأولى في المتوالية.

(ج) احسبوا مجموع الحدود الثمانية الأولى في المتوالية.

(6) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (21) في المُجمّع (سنة 2012)

متوالية مُعرّفة لكلّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيّ:

$$\begin{cases} a_1 = 81 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{3} \end{cases}$$

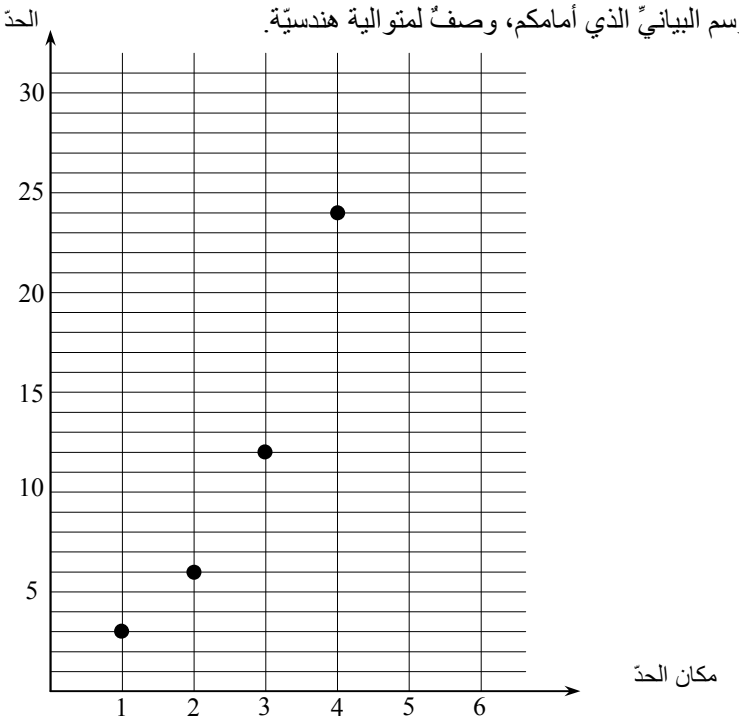
(أ) اكتبوا الحدود الخمسة الأولى في المتوالية.

(ب) اشرحوا لماذا هذه المتوالية هي متوالية هندسيّة تنازليّة.

(ج) احسبوا مجموع الحدود الستّة الأولى في المتوالية.

(7) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (22) في المُجمّع (سنة 2012)

في الرسم البيانيِّ الذي أمامكم، وصفٌ لمتوالية هندسيّة.



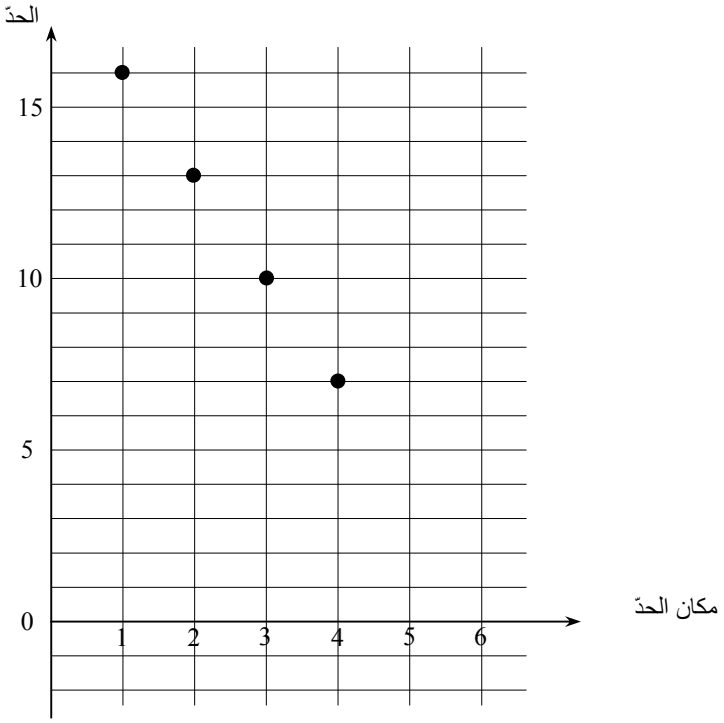
يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) جدوا اعتمادًا على الرسم البيانيِّ الحدَّ الأوّل في المتوالية وأساس المتوالية.
(ب) احسبوا مجموع الحدود التسعة الأولى في المتوالية
(انتبهوا ! هنالك حدودٌ لا تظهر في المتوالية).

(8) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (23) من المُجمّع (سنة 2012)

في الرسم أمامكم، يظهر وصفٌ للحدود الخمسة الأولى في متوالية حسابيّة.

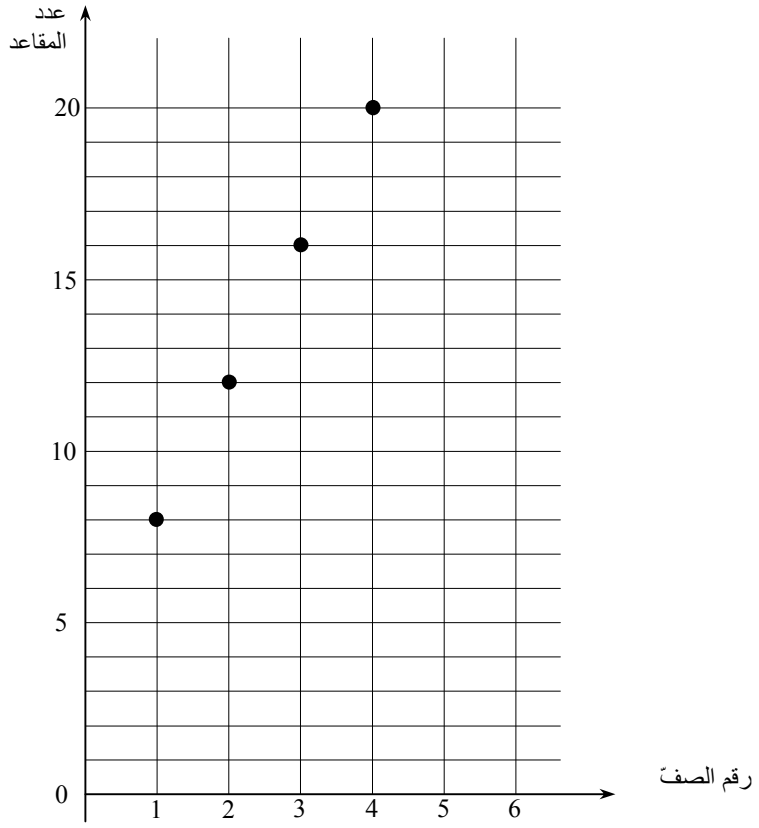


(أ) جدوا اعتمادًا على الرسم البيانيِّ الحدَّ الأوّل في المتوالية، وفرق المتوالية.
(ب) احسبوا مجموع الـ 12 حدًّا الأولى في المتوالية.
(ج) كم حدًّا متتاليًا ابتداءً من الحدّ الأوّل حاصل جمعها (-75) ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(9) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (24) في المُجمّع (سنة 2012)

يصف الرسم البيانيّ التالي عدد المقاعد في قاعة سينما في كلٍّ واحدٍ من الصفوف الأربعة الأولى في القاعة.



(أ) بالنسبة للصفوف الأربعة الأولى، قرِّروا بكم أكبر عدد المقاعد في كلِّ صفٍّ من عدد المقاعد في الصفِّ الذي قبله.

(ب) مع الافتراض أنّ الفرق الذي وجدتموه في البند أ بقي ثابتًا:

(*i*) جدوا كم مقعدًا يوجد في الصفِّ الـ 10 .

(*ii*) في قاعة السينما 540 مقعدًا للجلوس.

كم عدد صفوف المقاعد في هذه القاعة ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

(10) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (6) في المُجمّع (سنة 2012)

مصنعٌ لقطع غيار السيّارات، صَنَعَ في الشهر الأوّل (كانون الثاني) 1,500 قطعة غيار. بسبب الطلب المتزايد في السوق، زاد المصنع إنتاجه بـ 200 قطعة غيار في كلِّ شهر أكثر من الشهر الذي سبقه.

(أ) كم قطعة غيار صَنَع المصنع في الشهر الـ 12 (كانون الأوّل) ؟

(ب) كم قطعة غيار سيصَنع المصنع خلال السنة (من كانون الثاني حتّى كانون الأوّل) ؟

(ج) الربح الصافي من كلِّ قطعة غيار هو 750 شاقلا.
كم رَبح المصنع خلال السنة كلّها (من شهر كانون الثاني حتّى كانون الأوّل) ؟

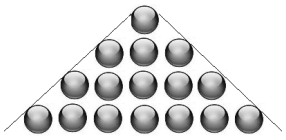
(11) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (9) في المُجمّع (سنة 2012)

حجرٌ يسقط سقوطًا حرًّا، يقطع في الثانية الأولى مسافةً مقدارها 5 أمتار، وفي كلِّ ثانية من الثواني التالية يقطع أكثر بـ 10 أمتار ممّا قطع في الثانية التي سبقتها.
من أجل قياس عُمق بئر، أسقطوا حجرًا سقوطا حرًّا إلى قاع البئر.

(أ) ما هي المسافة التي قطعها الحجر في الثانية الرابعة ؟

(ب) ارتطم الحجر بقاع البئر بعد مرور 4 ثوانٍ منذ بداية سقوطه.
ما هو عمق البئر ؟

(12) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (8) في المُجمّع (سنة 2012)



على طاولةٍ، يُرتبّون كراتٍ على شكل مثلثٍ على النحو التالي:
في الصفِّ الأوّل – كرة واحدة، في الصفِّ الثاني – 3 كراتٍ، في الصفِّ الثالث – 5 كراتٍ، وهلمَّ جرًّا (انظروا الرسم).

(أ) كم عدد الكرات في الصفِّ الـ 16 ؟

(ب) كم عدد الكرات اللازم لبناء مثلثٍ فيه 16 صفًّا ؟

(ج) لبناء مثلثٍ يستعملون 400 كرةٍ.
كم صفَّ كراتٍ يكون في هذا المثلث ؟

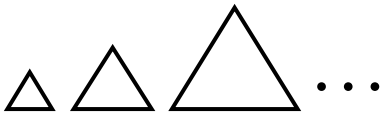
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(13) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (11) في المُجمّع (سنة 2012)

يستعدّ عماد وأمين لامتحان البسيخومتري.
يتوجب على كلٍّ منهما أن يحفظ 540 كلمة جديدة.
قرّر عماد أن يحفظ كلّ يوم 27 كلمة.
بنى أمين برنامجًا يحفظ وفقا له في اليوم الأوّل 15 كلمة
ويحفظ أكثر بثلاث كلماتٍ في كلّ يوم إضافيٍّ.
(أ) كم يومًا استعدّ عماد للامتحان ؟
(ب) من مِن بينهما يُنهي استعداده للامتحان أوّلا.

(14) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (17) في المُجمّع (سنة 2012)

تشكل محيطات مجموعة من المثلثات متوالية هندسيّة تصاعديّة.
في المتوالية 6 مثلثاتٍ.
طول ضلع المثلث الأوّل 4 سم.
وطول ضلع المثلث الثاني 10 سم.



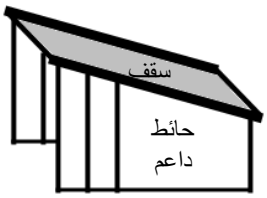
(أ) ما هو **محيط** المثلث الثالث في المتوالية ؟
(ب) كم طول **ضلع** المثلث الأخير في المتوالية ؟
(ج) ما هو مجموع **محيطات** ستة المثلثات ؟

(15) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (18) في المُجمّع (سنة 2012)

عندما يرتبّون رواتب 4 عمّال ترتيبًا تصاعديًّا (من الراتب الأصغر
إلى الراتب الأكبر)، يحصلون على متواليةٍ هندسيّةٍ.
الراتب الأصغر هو 6,000 شاقل، والراتب الأكبر
هو 11,718.75 شاقل.
(أ) احسبوا أساس المتوالية الهندسيّة.
(ب) احسبوا مجموع رواتب العمّال الأربعة.
(ج) احسبوا معدّل رواتب العمّال الأربعة (بالتقريب).

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(16) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (7) من المُجمّع (سنة 2012))



في مبنى ذي سقفٍ مائل، **حائطان** داعمان متماثلان.
كلُّ حائطٍ مُركبٌ من أعمدةٍ مصنوعةٍ من أنابيبٍ حديديّة عموديّة (انظروا الرسم).
طول العمود الأطول في كلِّ حائطٍ هو 12 مترًا .
طول العمود الأقصر هو 8 أمتار و- 40 سنتيمترًا.
طول كلّ عمودٍ أقصر من العمود الذي قبله بـ 40 سنتيمترًا.
(أ) كم عمودًا يوجد في حائط داعم واحد ؟
(ب) كم مترًا من الأنابيب الحديديّة استعملوا لبناء الحائطين ؟
(ج) سعر متر واحدٍ من الأنابيب الحديديّة هو 25 شاقلا.
ما هو المبلغ الذي دفعوه مقابل الأنابيب الحديديّة لبناء الحائطين ؟

(17) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (10) من المُجمّع (سنة 2012)

يريد ماجد أن يرسل بواسطة البريد 5 رزمٍ بأوزانٍ مختلفةٍ.
سعر الطوابع اللازمة لإرسال الرزمة يتعلق بوزن الرزمة.
أسعار هذه الطوابع تُشكلُ متوالية حسابيّة.
سعر الطابع الأغلى أكبر بـ 4 أضعافٍ من سعر الطابع الأرخص.
دفع ماجد بالإجمال 150 شاقلا.
(أ) كم هو سعر الطابع الأرخص ؟
(ب) كم هو سعر الطابع الأغلى ؟

(18) سؤالٌ مُماثلٌ لسؤال رقم (16) من المُجمّع (سنة 2012)

شارك في مسابقةٍ 12 فريقًا. يحصل كلُّ فريق على جائزةٍ وفقًا لمكانه في نهاية المسابقة. تُشكل الجوائز متوالية هندسيّة بحيث قيمة كلّ جائزةٍ أقلّ بضعفين من الجائزة التي قبلها.
الفريق الذي يحصل على الصدارة يفوز بالجائزة الكُبرى، والفريق الذي يحصل على المكان الأخير يفوز بالجائزة الصُغرى.
فريق "بلدي الناصرة"، أنهى المسابقة في المكان الخامس وحصل على جائزةٍ قيمتها 16,000 شاقل.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) فريق "بلدي الطيبة" حصل على المكان الأوّل. ما هو المبلغ الذي فاز به ؟
(ب) فريق "بلدي أم الفحم" أنهى المسابقة في المكان الأخير.
ما هو المبلغ الذي فاز به ؟
(ج) كم هو المبلغ الكليّ الذي وُزِّعَ على كلّ الفرق المشتركة في المسابقة ؟

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) 19 ، 14 ، 9 ، 4
(ب) حسب الدستور التراجعي، كلُّ حدٍّ أكبر بـ 5 من الحدِّ السابق له.
(ج) 204

(2) (أ) 31 ، 34 ، 37 ، 40
(ب) حسب الدستور التراجعي، كلُّ حدٍّ أصغر بـ 3 من الحدِّ السابق له.
(ج) -3 (د) 282

(3) (أ) 900 (ب) 300 (ج) 600

(4) (أ) 567 , 189 , 63 , 21 , 7
(ب) المتوالية هي متوالية هندسيّة تصاعديّة، لأنّ جميع حدود المتوالية موجبة، ويتكوّن كلّ حدٍّ في المتوالية من حاصل ضرب الحدِّ السابق له بعددٍ ثابت أكبر من 1 (في هذه المتوالية بـ 3).
(ج) 22,960 (د) 2,870

(5) (أ) المتوالية هي متوالية هندسيّة، لأنّ كلّ حدٍّ في المتوالية هو حاصل ضرب الحدِّ السابق له بالعدد الثابت -5 .
(ب) 2,500 ، -500 ، 100 ، -20 ، 4 (ج) $-260,416$

(6) (أ) 1 ، 3 ، 9 ، 27 ، 81
(ب) المتوالية هي متوالية هندسيّة تنازليّة، لأنّ كلّ حدٍّ أصغر من السابق له بـ 3 أضعاف .
(ج) $121\frac{1}{3}$

(7) (أ) $a_1 = 3$ ، $q = 2$ (ب) 1,533

(8) (أ) $a_1 = 16$ ، $d = -3$ (ب) -6
(ج) 15 حدًّا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(9) (أ) 4 مقاعد.

(ب) (*i*) 44 مقعدًا. (*ii*) 15 صفًّا.

(10)(أ) 3,700 قطعة. (ب) 31,200 قطعة. (ج) 23,400,000 شاقل.

(11)(أ) 35 مترًا. (ب) 80 مترًا.

(12)(أ) 31 (ب) 256 (ج) 20

(13)(أ) 20 يومًا.

(ب) يُنهي أمين حفظ الكلمات خلال 15 يومًا،

لذا فهو يُنهي حفظ الكلمات قبل عماد.

(14)(أ) 75 سم. (ب) 390.625 سم. (ج) 1,945.125 سم.

(15)(أ) 1.25 (ب) 34,593.75 شاقل. (ج) 8,648.44 شاقل.

(16)(أ) 10 أعمدة. (ب) 204 أمتار. (ج) 5,100 شاقل.

(17)(أ) 12 شاقلا. (ب) 48 شاقلا.

(18)(أ) 256,000 شاقل. (ب) 125 شاقلا. (ج) 511,875 شاقلا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

1.3 تزايد وتناقص

تمارين محلولة

(1) صفحة 23 سؤال 15 (سؤالٌ مماثلٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في العام 2012)

تنقص درجة حرارة مادّة معيّنة كلّ دقيقةٍ بصورةٍ أسيّة عَقبَ إدخالها إلى بيئةٍ باردةٍ درجة حرارتها $0°C$.

مادّة درجة حرارتها $120°C$ ، أُدخِلت إلى هذه البيئة فهبطت درجة حرارتها إلى $80°C$ خلال 6 دقائق.

(أ) بكم ضعفا تنقص درجة حرارة هذه المادّة في كلّ دقيقة ؟

(ب) كم تكون درجة حرارة المادّة بعد مرور دقيقةٍ واحدة منذ بداية عمليّة التبريد ؟

(ج) ما هي درجة حرارة المادّة بعد مرور 12 دقيقة منذ بداية عمليّة التبريد ؟

(د) أُخرجت المادّة من البيئة المذكورة حين وصلت درجة حرارتها $30°C$.

اختاروا الامكانيّة الصحيحة وعلّلوا:

(i) أُخرجت المادّة من التبريد بعد مرور 20 دقيقة بالضبط.

(ii) أُخرجت المادّة من التبريد بعد أقلّ من 20 دقيقة.

(iii) أُخرجت المادّة من التبريد بعد أكثر من 20 دقيقة.

الحلّ:

القانون الذي نستعمله لحلّ هذا السؤال هو : $k_n = k_0 \cdot q^n$.

(أ) حسب المعطيات: $n = 6 \ , \ k_n = 80°C \ , \ k_0 = 120°C$.

يجب أن نجد q .

$$k_6 = k_0 \cdot q^6$$
$$80 = 120 \cdot q^6$$
$$q^6 = \frac{80}{120}$$
$$q = \pm\sqrt[6]{\frac{80}{120}} = \pm 0.9347$$

العمليّات التي نقوم بها في الحاسبة:

$$6 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 80 \rightarrow : \rightarrow 120 \rightarrow) \rightarrow =$$

الحلّ $q = -0.9347$ مُلغى لأنّ درجة الحرارة مقدارٌ موجب.

درجة حرارة المادّة تنقص بـ 0.9347 ضعف في كلّ دقيقة.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) في هذا البند $n = 1$.

$$k_1 = k_0 \cdot q^1 = 120 \cdot 0.9347^1 = 112.16°C$$

(ج) بعد مرور 12 دقيقة، تصبح درجة حرارة المادّة:

$$k_{12} = k_0 \cdot q^{12} = 120 \cdot 0.9347^{12} = 53.36°C$$

(د) كي نجيب على البند (د)(i) ، نجد درجة حرارة المادّة بعد مرور 20 بالضبط.

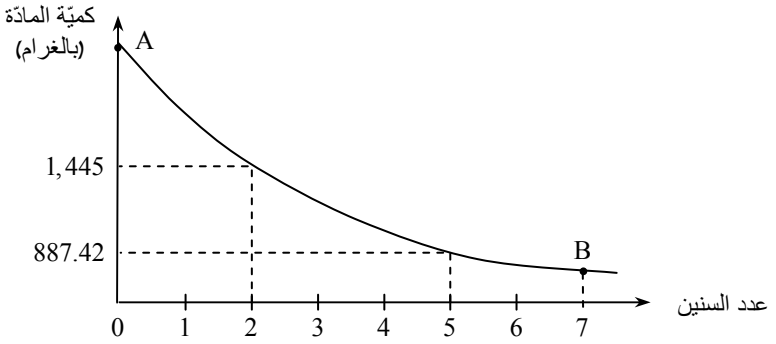
$$k_{20} = k_0 \cdot q^{20} = 120 \cdot 0.9347^{20} = 31.1°C$$

كي تكون درجة حرارة المادّة $30°C$ ، علينا إخراجها من بيئة التبريد بعد مرور أكثر من 20 دقيقة. الامكانيّة الصحيحة هي الامكانيّة (iii).

(2) صفحة 26 سؤال 24 (سؤالٌ مماثلٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في العام 2012)

تنقص كميّة مادّة مُشعّة معيّنة كلّ سنة بصورة أسيّة.

يصف الرسم البيانيّ التالي نتائج قياسات وزن المادّة المُشعّة خلال 7 سنوات.



اعتمادًا على المعطيات التي في الرسم البيانيّ أجيبوا عن الأسئلة التالية:

(أ) (i) كم كانت كميّة المادّة المُشعّة في السنة الثانية ؟

(ii) كم كانت كميّة المادّة المُشعّة في السنة الخامسة ؟

(ب) ما هي النسبة المئويّة التي نقص بها وزن المادّة خلال سنة واحدة ؟

(ج) جدوا إحداثيّي النقطة A . ما هو مفهوم هذه النقطة ؟

(د) جدوا إحداثيّي النقطة B . ما هو مفهوم هذه النقطة ؟

(هـ) بعد مرور كم سنة كاملة منذ أوّل قياس لوزن المادّة هبط وزن المادّة للمرّة الأولى إلى وزن أقلّ من نصف وزنه الابتدائيّ ؟

حلّ السؤال في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

الحلّ:

(أ) حسب المعطيات التي على الرسم البيانيّ المعطى، نرى أنّ : $k_5 = 887.42$ غرام ، $k_2 = 1,445$ غرامًا .

(ب) نعوّض المعطيات في القانون : $k_n = k_0 \cdot q^n$:

$$k_2 = k_0 \cdot q^2$$
$$k_5 = k_0 \cdot q^5$$

ومن هنا:

$$\begin{cases} k_0 \cdot q^2 = 1,445 \\ k_0 \cdot q^5 = 887.42 \end{cases}$$

نقسم طرفيَّ المعادلة الثانية على طرفيِّ المعادلة الأولى:

$$\frac{\cancel{k_0} \cdot q^5}{\cancel{k_0} \cdot q^2} = \frac{887.42}{1,445}$$
$$q^3 = \frac{887.42}{1,445}$$
$$q = \sqrt[3]{\frac{887.42}{1,445}} = 0.85$$

ملاحظة: يكون ترتيب العمليّات في الحاسبة على النحو التالي:

$3 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 887.42 \rightarrow : \rightarrow 1,445 \rightarrow) \rightarrow =$

نقرِّب النتيجة إلى 0.85 .

وجدنا أنّ $q = 0.85$.

في الحالة التي فيها تناقص:

$$q = 1 - \frac{p}{100}$$
$$0.85 = 1 - \frac{p}{100}$$
$$\frac{p}{100} = 0.15 \quad / \cdot 100$$
$$p = 15\%$$

هبط وزن المادّة خلال سنة واحدة بـ 15% .

ملاحظة: يمكننا حلّ البند (ب) بطريقة أخرى:

نعتبر كميّة المادّة بعد مرور سنتين أنها الكميّة الابتدائيّة (k_0)

وكميّة المادّة بعد مرور 5 سنوات أنها الكميّة بعد مرور 3 سنوات (k_3).

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ג) إحداثيّا النقطة A هما $(0,k_0)$.
كي نجد k_0 ، الكميّة الابتدائيّة للمادّة،
نستعمل المعطى: $k_2 = 1,445$:

$$1,445 = k_0 \cdot q^2$$
$$1,445 = k_0 \cdot 0.85^2$$
$$k_0 = \frac{1,445}{0.85^2} = 2,000$$

إحداثيّا النقطة A هما $A(0,2000)$.
مفهوم النقطة A : في أوّل قياس، كان وزن المادّة 2,000 غرام.

(د) إحداثيّا النقطة B هما $B(7,k_7)$.

$$k_7 = k_0 \cdot q^7 = 2,000 \cdot 0.85^7$$
$$k_7 = 641.15 \text{ غرام}$$

إحداثيّا النقطة B هما $B(7,641.15)$.
مفهوم النقطة B : بعد 7 سنواتٍ منذ أوّل قياس، كان
وزن المادّة 641.15 غرام.

(هـ) نرى حسب الرسم البيانيّ المعطى أنه بعد مرور 5 سنواتٍ كان وزن المادّة 887.42 غرام، وهذا الوزن أقلّ من نصف الوزن الابتدائيّ الذي كان 2,000 غرام.
نفحص كم كان وزن المادّة بعد مرور 4 سنوات:

$$k_4 = 2,000 \cdot 0.85^4 = 1,044.01 \text{ غرام}$$

هذا الوزن أكبر من نصف الوزن الابتدائيّ (2,000 غرام)، لذا فبعد مرور 5 سنواتٍ كاملةٍ منذ أوّل قياس، هبط وزن المادّة للمرّة الأولى إلى وزن أقلّ من نصف وزنه الابتدائيّ.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

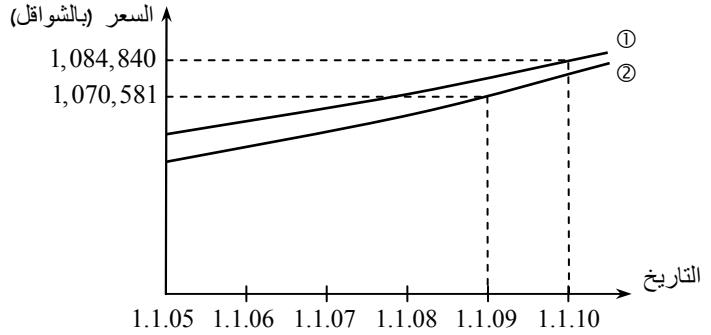
(3) صفحة 28 سؤال 26 (سؤالٌ مماثلٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في العام 2012)

ارتفعت أسعار الشُقق في المدينتين أ و- ب بين العامين 2005 – 2010 بنسبةٍ مئويّةٍ ثابتةٍ كلّ سنة. تختلف هذه النسبة بين المدينتين.

في 1.1.2005 كان سعر شقّةٍ معيّنةٍ في المدينة أ 850,000 شاقل.

في 1.1.2005 كان سعر شقّةٍ معيّنةٍ في المدينة ب 800,000 شاقل.

يصف الرسمان البيانيّان التاليان أسعار هذه الشقق خلال 5 سنوات.



(أ) لائموا لكلّ واحدةٍ من المدينتين أ و- ب أحد الرسمين البيانيّين ① أو ② الظاهرين في الرسم. علّلوا اختياركم.

(ب) اعتمادًا على المعطى في الرسم البيانيّ، جدوا النسبة المئويّة التي ارتفع فيها سعر الشقّة في المدينة أ في كلّ سنة.

(ج) اعتمادًا على المعطى في الرسم البيانيّ، جدوا النسبة المئويّة التي ارتفع فيها سعر الشقّة في المدينة ب في كلّ سنة.

(د) (*i*) كم كان الفرق بأسعار هذه الشقّقُ في المدينتين في 1.1.05 ؟

(*ii*) كم كان الفرق بأسعار هذه الشقّقُ في المدينتين في 1.1. 08 ؟

(*iii*) ماذا حدث للفرق بأسعار الشقّقُ خلال السنوات المقبلة ؟

(اختاروا الاجابة الصحيحة):

كبُرَ الفرق / ضلَّ الفرق ثابتًا / صَغُرَ الفرق .

الحلّ في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

الحلّ:

(أ) الخط البيانيّ ① يصف سعر شقةٍ معيّنةٍ في المدينة أ خلال 5 سنواتٍ (وأكثر من ذلك).
الخط البيانيّ ② يصف سعر شقةٍ معيّنةٍ في المدينة ب خلال 5 سنواتٍ (وأكثر من ذلك).
في 1.1.2005 كان سعر الشقة في المدينة أ أكبر.
بما أنّ الخط البيانيّ ① يقع فوق الخط البيانيّ ② ، فإنّ الخط البيانيّ ① يلائم المدينة أ.

(ب) نشير بـ 850,000 شاقل $= k_0$ إلى سعر شقةٍ معيّنةٍ في المدينة أ في 1.1.2005
لذا، فحسب الخط البيانيّ يكون 1,084,840 شاقلا $= k_5$ هو سعر شقةٍ في المدينة أ بعد مرور 5 سنوات.
استنادًا على هذه المعطيات يمكننا أن نجد q الذي يشير إلى عدد الأضعاف التي يكبر فيها سعر الشقة في كلّ سنةٍ.

$$k_5 = k_0 \cdot q_{\text{مدينة أ}}^5$$
$$1,084,840 = 850,000 \cdot q^5$$
$$q_{\text{مدينة أ}} = \sqrt[5]{\frac{1,084,840}{850,000}} = 1.05$$

ملاحظة: ترتيب العمليّات في الحاسبة:

$$5 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 1,084,840 \rightarrow : \rightarrow 850,000 \rightarrow) \rightarrow =$$

نقرِّب الناتج لـ 1.05 .

حسب القانون $q_{\text{مدينة أ}} = 1 + \frac{p_{\text{مدينة أ}}}{100}$ نجد النسبة المئويّة لارتفاع سعر الشقة في المدينة أ في كلّ سنة:

$$1.05 = 1 + \frac{p_{\text{مدينة أ}}}{100}$$
$$\frac{p_{\text{مدينة أ}}}{100} = 0.05 \quad / \cdot 100$$
$$p_{\text{مدينة أ}} = 5\%$$

(ج) وفقا لنفس الطريقة نجد النسبة المئويّة لارتفاع سعر الشقة في المدينة ب في كلّ سنة.
المعطيات هي: سعر الشقة في 1.1.2005 هو 800,000 شاقل $= m_0$ ،
سعر الشقة بعد مرور 5 سنواتٍ هو 1,070,581 شاقلا $= m_5$.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

$$m_5 = m_0 \cdot q_{\text{مدينة ب}}^5$$

$$1,070,581 = 800,000 \cdot q^5$$

$$q_{\text{مدينة ب}} = \sqrt[5]{\frac{1,070,581}{800,000}} = 1.06$$

نجد النسبة المئويّة لارتفاع سعر الشقة في المدينة ب في كلّ سنةٍ:

$$q_{\text{مدينة ب}} = 1 + \frac{p_{\text{مدينة ب}}}{100}$$

$$1.06 = 1 + \frac{p_{\text{مدينة ب}}}{100}$$

$$\frac{p_{\text{مدينة ب}}}{100} = 0.06 \quad / \cdot 100$$

$$p_{\text{مدينة ب}} = 6\%$$

(د) (*i*) الفرق بين أسعار الشُقق في هاتين المدينتين في 1.1.2005 هو:

$k_0 - m_0 = 850,000 - 800,000 =$ 50,000 شاقل

(*ii*) كي نجد الفرق بين أسعار الشُقق في المدينتين في 1.1.2008 ، نجد سعر الشقق في هذا التاريخ. الفترة الزمنيّة من 1.1.2005 وحتّى 1.1.2008 هي 3 سنوات.

$k_3 = k_0 \cdot q_{\text{مدينة أ}}^3 = 850,000 \cdot 1.05^3 \approx$ 983,981 شاقلا

$m_3 = m_0 \cdot q_{\text{مدينة ب}}^3 = 800,000 \cdot 1.06^3 \approx$ 952,813 شاقلا

$k_3 - m_3 = 983,981 - 952,813 =$ 31,168 شاقلا

(*iii*) حسب نتائج البندين (*i*) و- (*ii*) ، نستنتج أنّ الفرق بالأسعار آخذٌ بالتقلُّص.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (3) في المُجمّع (سنة 2012)

يقترح بنكٌ مُعيّنٌ برنامجَي توفير:

يُعطي البرنامج أ فائدة سنويّة بنسبة 4% (يمكن الاستثمار في هذا البرنامج بسنواتٍ كاملة فقط).

يُعطي البرنامج ب فائدة بنسبة 8% لكلِّ سنتي توفير (يمكن الاستثمار في هذا البرنامج بوحدات سنتين كاملتين فقط).

قرّر شخصٌ استثمار 100,000 شاقل في برنامج توفير.

(أ) بأيّ برنامج أفضل له أن يختار، إذا أراد أن يستثمر ماله لمدّة 4 سنوات ؟ عللوا.

(ب) غيّر البنك شروط التوفير بحيث سمح التوفير في جزء من فترة التوفير في البرنامج أ (حسب الشروط المذكورة للبرنامج أ)، وفي الجزء الآخر يستطيع المُستثمر أن يُوفر في البرنامج ب (حسب الشروط المذكورة للبرنامج ب).

شخصٌ يرغب في استثمار ماله لمدّة 21 سنة.

كيف عليه أن يستثمر ماله كي يحصل على أكبر ربح ممكن ؟

في إجابتكم، اعتمدوا على الناتج الذي حصلتم عليه في البند (أ).

(2) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (4) في المُجمّع (سنة 2012)

في حوزتي 200,000 شاقل. يقترحون عليّ برنامجَي توفير:

برنامجٌ لـ 5 سنواتٍ، في نهايته أحصل على الرصيد وربْح بنسبة 50% من قيمة الرصيد، وبرنامجٌ ثان لـ 6 سنواتٍ، أحصل في نهايته على الرصيد وربح بنسبة 60% من قيمة الرصيد. في كلا البرنامجين، الفائدة السنويّة ثابتة.

بأيّ البرنامجين الفائدة السنويّة أعلى ؟

(3) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (7) في المُجمّع (سنة 2012)

وزن مادّةٍ مُشعّةٍ معيّنةٍ هو 200 غرام.

ينقص وزن المادّة كلّ 10 سنواتٍ بنسبة 15.91% .

كمْ عقدًا يمرُّ حتى ينقصَ وزنُ المادّة إلى نصفِ وزنها الأصليّ ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (19) في المُجمّع (سنة 2012)

قيمة السيّارة أ اليوم هي 180,000 شاقل.
قيمة السيّارة ب اليوم هي 120,000 شاقل.
تنقص قيمة السيّارة أ كلّ سنة بنسبة 8% بينما
تنقص قيمة السيّارة ب كلّ سنةٍ بنسبة 6% .

(أ) أكملوا الجدول التالي:

سيّارة	القيمة الابتدائيّة	بعد 1 سنة	بعد سنتين	بعد 3 سنوات
أ				
ب				
الفرق بالسعر				

(ب) مذا يحدث للفرق بسعر السيّارتين مع مرور السنين ؟
(اختاروا الإجابة الصحيحة):
① يكبُرُ الفرق ② يضلّ الفرق ثابتا ③ يصغر الفرق.

(ج) كم يكون سعر السيّارة أ بعد مرور 5 سنوات ؟

(د) بعد مرور كم سنة يُصبح سعر السيّارة ب 88,068 شاقل ؟

(5) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (10) في المُجمّع (سنة 2012)

في محميّةٍ طبيعيّةٍ، يعدُّون عدد الطيور الجارحة كلّ سنتين في نفس التاريخ وذلك لأجل الوقوف عن كثبٍ على عددها. في الاحصاء الأوّل، كان عددها 2,395 طيرًا.
في الاحصاء الثاني الذي أجريَ بعد سَنتيْن، كان عددها 3,885 طيرًا.
يزداد عدد الطيور الجارحة بصورةٍ أسيّةٍ.

(أ) ما هي النسبة المئويّة لازدياد عدد الطيور الجارحة في المحميّة الطبيعيّة كلّ سنتيْن ؟

(ب) بعد مرور كم سنة منذ الاحصاء الأوّل يكون في المحميّة 16,582 طيرًا جارحًا ؟

(6) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (14) في المُجمّع (سنة 2012)

من أجل تحضير كعكة، يستعملون عجينة تمرّ عمليّة انتفاخ.
حجم العجينة في البداية هو 1,200 سم^3.
يتمُّ فحص حجم العجينة كلّ نصف ساعة.

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

معلومٌ أنّ العجينة تضاعف حجمها خلال ساعة ونصف الساعة.
(أ) ما هي النسبة المئويّة التي يزداد فيها حجم العجينة في كلّ نصف ساعة ؟
(ب) كم يكون حجم العجينة بعد مرور ساعة ؟ قرِّبوا الناتج لوحداتٍ صحيحة.
(ج) تصبح العجينة جاهزة بعد ساعتين من بدء انتفاخها. ما هو حجم العجينة الجاهزة ؟ قرِّبوا الناتج لوحداتٍ صحيحة.

(7) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (12) في المُجمّع (سنة 2012)

في مُختبر بيولوجيٍّ، يتمُّ اجراء تجربة لدواء جديد.
كان في بداية التجربة 60,000,000 (60 مليون) ميكروب في مُستنبتٍ مُعيّن.
بعد إضافة الدواء الجديد إلى المستنبت، نقص عدد الميكروبات في المستنبت بضعفيْن كلّ أربع ساعات.
(أ) كم ميكروبًا يبقى في المستنبت بعد مرور أربع ساعات منذ إضافة الدواء ؟
(ب) كم ميكروبًا يبقى في المستنبت بعد مرور 12 ساعة منذ إضافة الدواء ؟
(ج) بعد مرور كم ساعة منذ بداية التجربة يبقى في المستنبت 3,750,000 ميكروب ؟
(د) قرَّروا أن تستمرّ التجربة حتى يبقى في المستنبت أقلّ من 2,000,000 ميكروب.
(*i*) كم ميكروبًا يبقى في المستنبت بعد مرور 20 ساعة ؟
(*ii*) هل تنتهي التجربة بعد مرور 20 ساعة ؟ عللوا.

(8) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (13) في المُجمّع (سنة 2012)

نشعر بألم الحنجرة بسبب وجود 10^9 (مليارد = ألف مليون) ميكروب ستربتوكوكوس في الحنجرة.
بعد تناول مضادات الجراثيم في كلّ يوم، ينقص عدد الجراثيم إلى رُبع الكميّة التي كانت في بداية اليوم.
(أ) ما هو عدد ميكروبات الستربتوكوكوس المُتبقية بعد تناول مضادّات الجراثيم لمدّة ثلاثة أيّام ؟
(ب) بعد مرور كم يومًا يكون في الحنجرة 3,906,250 ميكروب ستربتوكوكوس ؟
(ج) عندما يبقى في الحنجرة 950,000 ميكروب ستربتوكوكوس، يخفّ ألم الحنجرة.
(*i*) هل بعد مرور 5 أيّام منذ بداية تناول المضادّات يخفّ ألم الحنجرة ؟
(*ii*) هل بعد مرور 6 أيّام منذ بداية تناول المضادّات يخفّ ألم الحنجرة ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(9) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (15) في المُجمّع (سنة 2012)

تنقص درجة حرارة مادّةٍ مُعيّنةٍ في كلّ دقيقة بصورةٍ أسيّة عقب إدخالها إلى بيئةٍ درجة حرارتها $0°C$.

مادّة درجة حرارتها $100°C$ أُدْخِلت إلى هذه البيئة فهبطت درجة حرارتها إلى $80°C$ خلال 4 دقائق.

(أ) بكم ضعفا تنقص درجة حرارة المادّة في كلّ دقيقة ؟

(ب) كم تكون درجة حرارة المادّة بعد دقيقة واحدة من إدخالها إلى بيئة التبريد هذه ؟

(ج) كم تكون درجة حرارة المادّة بعد 8 دقائق من إدخالها إلى بيئة التبريد هذه ؟

(د) يتمُّ إخراج المادّة من بيئة التبريد هذه عندما تصل درجة حرارتها إلى $35°C$.

اختاروا الامكانيّة الصحيحة وعللوا:

(*i*) يتمُّ إخراج المادّة من بيئة التبريد بعد 20 دقيقة بالضبط.

(*ii*) يتمُّ إخراج المادّة من بيئة التبريد بعد أقلّ من 20 دقيقة.

(*iii*) يتمُّ إخراج المادّة من بيئة التبريد بعد أكثر من 20 دقيقة.

(10) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (16) في المُجمّع (سنة 2012)

حضّرت نادية مربى خوخ. عندما كانت درجة حرارة المربى $80°C$، أدخلتها إلى ثلاجةٍ درجة حرارتها $0°C$. تنقص درجة حرارة المربى في كلّ دقيقة بصورة أسيّة.

بعد مرور 5 دقائق منذ بداية التبريد كانت درجة حرارة المربى $60°C$.

(أ) ما هي النسبة المئويّة التي تنقص فيها درجة حرارة المربى في دقيقة واحدة ؟

(ب) ما هي درجة حرارة المربى بعد مرور 20 دقيقة منذ بداية عمليّة التبريد ؟

(ج) ما هي درجة حرارة المربى بعد مرور ساعةٍ واحدةٍ منذ بداية عمليّة التبريد ؟

(11) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (17) في المُجمّع (سنة 2012)

ارتفعت قيمة الأرض في منطقةٍ معيّنةٍ في البلاد بنسبةٍ مئويّةٍ ثابتةٍ في كلِّ سنةٍ ابتداءً من كانون الثاني في العام 2007 .

كان سعر الأرض في كانون الثاني 2007 : 100,000 شاقل.

في كانون الثاني 2011 وصل سعر الأرض إلى 125,000 شاقل.

(أ) ما هي النسبة المئويّة التي ازداد فيها سعر الأرض من كانون الثاني 2007 حتّى كانون الثاني 2008 ؟

(ب) إذا استمرَّ سعر الأرض بالارتفاع بنفس الوتيرة، فخلال كم سنة منذ كانون الثاني 2007 يصل سعر الأرض إلى 132,171 شاقل ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(12) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (18) في المُجمّع (سنة 2012)

حسب اتّفاق عمل أُبرم مع عمّال مصنعٍ ما، يحصل العمّال على علاوة أجور بنسبة مئويّةٍ ثابتةٍ كلّ سنة.

(أ) كان راتب رفيق في يوم إبرام الاتّفاق 10,000 شاقل بالشهر.
وبعد مرور سنتيْن أصبح راتبه 10,816 شاقلا.
ما هي النسبة المئويّة التي ازداد فيها راتب رفيق في كلّ سنة ؟

(ب) كان راتب حسام في يوم إبرام الاتّفاق 8,000 شاقل في الشهر.
ازداد راتب حسام بنسبة 6% في كلّ سنة.
(*i*) كم يكون راتب حسام بعد مرور سنتيْن ؟
(*ii*) بعد مرور كم سنة يُصبح راتب حسام 10,099.82 شاقل ؟

(ج) هل بعد مرور 10 سنوات يكون راتب رفيق أعلى من راتب حسام ؟ علّلوا.

(13) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (20) في المُجمّع (سنة 2012)

في 1.1.2000 كان في صندوق ادّخار أحد العمّال 300,000 شاقل.
خلال 6 السنوات التالية حقّق صندوق الادّخار أرباحًا بنسبةٍ مئويّةٍ ثابتةٍ كلّ سنة .
في 1.1.2006 كان في حسابه الجاري 402,029 شاقلا.

(أ) ما هي النسبة المئويّة التي ازداد فيها المبلغ المُدَّخرُ في سنةٍ واحدة ؟

(ب) كم كان مبلغ توفير العامل في صندوق الادّخار في 1.1.2004 ؟

(ج) بعد مرور كم سنةٍ كان في صندوق الادّخار 330,750 شاقلا ؟

(14) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (21) في المُجمّع (سنة 2012)

أخذ عنان قرضا من البنك بقيمة 150,000 شاقل.
قلّص عنان ديْنه للبنك بنسبة 8% في كلّ سنة.

(أ) كم كان ديْن عنان للبنك في نهاية السنتيْن الأوَّليْن ؟

(ب) كم كان ديْن عنان في نهاية 9 السنوات الأولى ؟

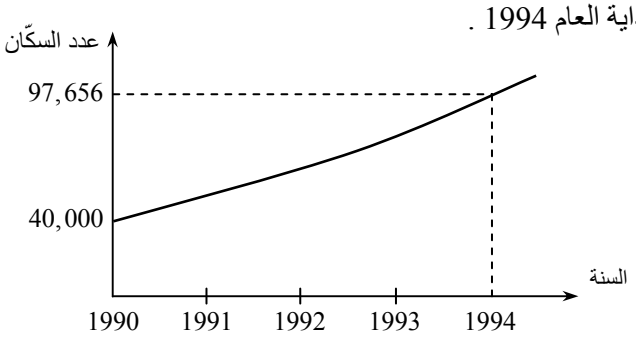
(ج) بعد مرور اثني عشرة سنة منذ أن أخذ القرض، حصل عنان على 60,100 شاقل من رصيد استكمال.
هل المبلغ الذي حصل عليه، يكفي لارجاع الديْن المُتبّقي للبنك ؟ علّلوا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(15) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (22) في المُجمّع (سنة 2012)

يزداد عدد سكان مدينةٍ معيّنةٍ بصورةٍ أسيّة.

يصف الرسم البيانيُّ الذي أمامكم ازدياد عدد السكّان منذ بداية العام 1990 وحتّى بداية العام 1994 .



(أ) كم كان عدد سكّان المدينة في بداية العام 1990 وفي بداية العام 1994 ؟

(ب) ما هي النسبة المئويّة التي يزداد فيها عدد سكّان المدينة في كلِّ سنة ؟

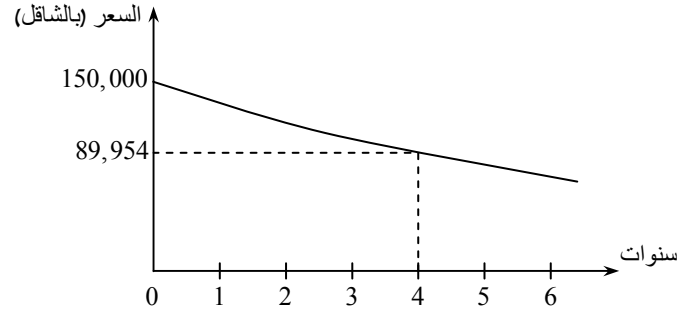
(ج) مع الافتراض أنّ وتيرة ازدياد السكّان لم تتغيّر، كم يكون عدد سكّان المدينة في بداية العام 1996 ؟

(د) مع الافتراض أنّ وتيرة ازدياد السكان لم تتغيّر، كم يكون عدد سكّان المدينة في بداية العام 1987 ؟

(16) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (23) في المُجمّع (سنة 2012)

ينقص سعر سيّارة بصورةٍ أسيّةٍ كلّ سنة.

يصف الرسم البيانيُّ التالي النقصان في سعر السيّارة خلال 6 سنواتٍ بعد شرائها.



(أ) (i) كم كان السعر الابتدائيُّ للسيّارة ؟

(ii) كم كان سعر السيّارة بعد مرور 4 سنواتٍ ؟

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

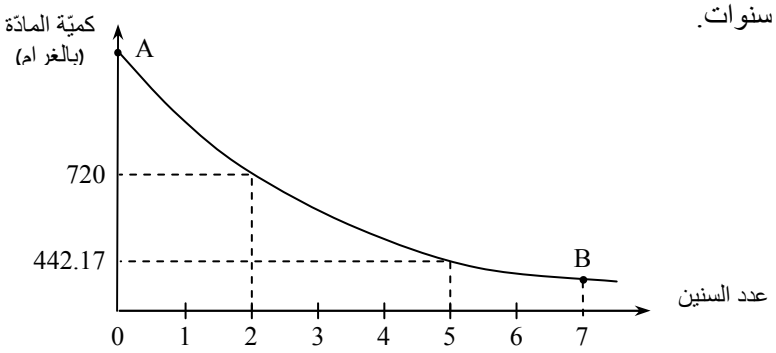
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) ما هي النسبة المئويّة التي هبط فيها سعر السيّارة في سنة واحدة ؟

(ج) بيعت السيّارة بعد مرور 8 سنوات منذ شرائها.
كم كان سعر بيع السيّارة ؟ (قرِّبوا إجابتكم لشواقل صحيحة)

(17) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (24) في المُجمّع (سنة 2012)

تنقص كميّة مادّةٍ مشعّةٍ بصورةٍ أسيّةٍ كلّ سنة.
يصف الرسم البيانيُّ التالي نتائج قياس وزن المادّة المشعّة خلال 7 سنوات.



اعتمادًا على المعطيات الظاهرة على الرسم البيانيّ أجيبوا عن الأسئلة التالية:

(أ) (i) كم كانت كميّة المادّة المُشعّة في السنة الثانية ؟

(ii) كم كانت كميّة المادّة المُشعّة في السنة الخامسة ؟

(ب) ما هي النسبة المئويّة التي تنقص فيها كميّة المادّة المُشعّة في سنةٍ واحدة ؟

(ج) جدوا إحداثيّي النقطة A . ما هو مفهوم هذه النقطة ؟

(د) جدوا إحداثيّي النقطة B . ما هو مفهوم هذه النقطة ؟

(هـ) بعد مرور كم سنة كاملة منذ قياس المادّة في أوّل مرّة، نقص وزن المادّة للمرّة الأولى إلى أقلّ من نصف وزنه الابتدائيّ ؟

(18) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (25) في المُجمّع (سنة 2012)

نشر صندوق الادّخار "الخزينة" تقريرًا عن السنوات 2006 – 2000 . يُبيِّن التقرير أنّ المُستثمرين في هذا الصندوق ربحوا في كلّ سنة 5% .

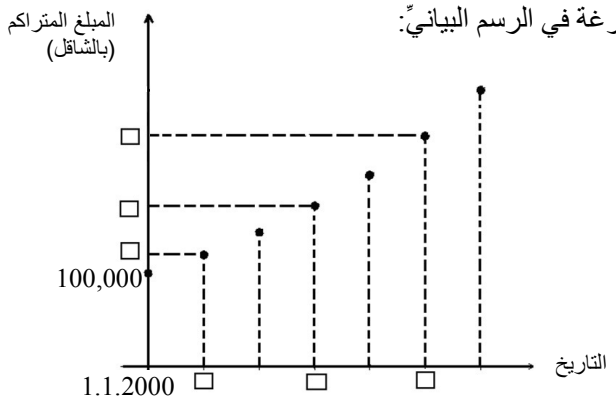
في 1.1.2000 استثمر السيِّد حسين 100,000 شاقل في صندوق الادّخار هذا.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) ما هو مبلغ التوفير الذي كان في صندوق ادِّخار السيّد حسين في 1.1.2004 ؟

(ب) أمامكم رسمٌ بيانيٌّ يصف مبلغ التوفير في صندوق الادِّخار بفروق سنةٍ واحدة .
املأوا كلَّ الخانات الفارغة في الرسم البيانيِّ:

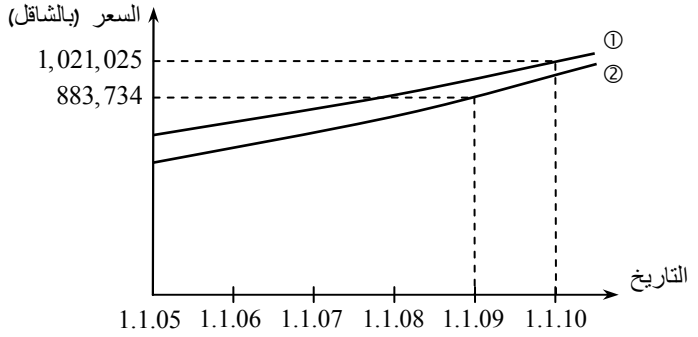


(ج) في 1.1.2006، سَحَبَ السيّد حسين كلَّ المبلغ المتراكم في صندوق الادَّخار.
ما هو المبلغ الذي سحبه ؟

(د) في 1.1.2000 استثمر السيّد عارف 100,000 شاقل (مبلغ مُساوٍ للمبلغ الذي استثمره السيّد حسين) في برنامج التوفير "استثمار آمن".
في هذا البرنامج، يربحون 33% على كلِّ المبلغ المُستثمَر في نهاية 6 سنوات توفير.
أيٌّ من بين الاثنين (حسين أم عارف) رَبِحَ أكثر في نهاية الـ 6 سنوات ؟ علّلوا.

(19) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (26) في المُجمّع (سنة 2012)

أسعار الشُقق في المدينتين أ و- ب ارتفعت بين 2010 – 2005 بنسبةٍ مئويّةٍ ثابتةٍ في كلِّ سنة. تختلف هذه النسبة بين المدينتين.
سعر شقّةٍ معيّنةٍ في المدينة أ في 1.1.2005 هو 800,000 شاقل.
سعر شقّةٍ معيّنةٍ في المدينة ب في 1.1.2005 هو 700,000 شاقل.
يصف الخطّان البيانيّان التاليان أسعار هذه الشُقق خلال 5 سنين.



يتبع السؤال في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) لائموا لكلٍّ واحدةٍ من المدينتين أ و- ب أحد الخطّين البيانيّين ① أو ②
في الرسم. علّلوا اختياركم.

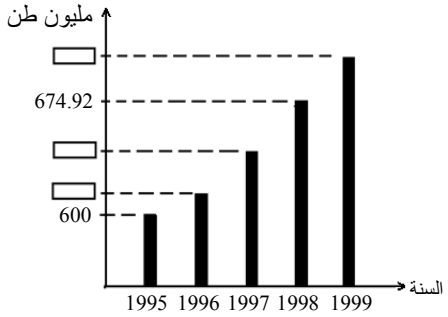
(ب) اعتمادًا على المُعطى في الرسم ، جدوا النسبة التي ارتفع فيها سعر الشقّة في المدينة أ
في كلّ سنة.

(ج) اعتمادًا على المُعطى في الرسم ، جدوا النسبة التي ارتفع فيها سعر الشقّة في المدينة ب
في كلّ سنة.

(د) (*i*) كم كان الفرق بين أسعار الشقق في المدينتين في 1.1.2005 ؟
(*ii*) كم كان الفرق بين أسعار الشقق في المدينتين في 1.1.2008 ؟
(*iii*) ماذا حدث للفرق بين أسعار الشقق في السنين التالية ؟
(اختاروا الاجابة الصحيحة):
كبُرَ الفرق / ضلَّ الفرق ثابتًا / صَغُرَ الفرق.

(20) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (27) في المُجمّع (سنة 2012)

يزداد استخراج النفط في دولة مُعيّنة في كلّ سنةٍ بصورةٍ أسيّة. يصف الرسم البيانيُّ التالي كميّة النفط المُستخرَجة في هذه الدولة بين العامين 1995 – 1999. أجيبوا عن الأسئلة التالية اعتمادًا على المعطيات الظاهرة في الرسم:



(أ) ما هي النسبة المئويّة التي ازداد فيها استخراج النفط في سنةٍ واحدة ؟

(ب) املأوا المعطيات الناقصة في الرسم (الخانات الفارغة).

(ج) ما هو معدّل كميّة النفط المُستخرَج في السنة الواحدة في هذه الدولة
منذ العام 1995 وحتّى العام 1999 ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) في البرنامج أ. (ب) في البرنامج أ.

(2) في برنامج الخمس سنوات.

(3) بعد 4 عقود (40 سنة).

(4) (أ) **ملاحظة:** المعطيات التي في الجدول معطاة بالشاقل.

السيّارة	القيمة الابتدائيّة	بعد سنة واحدة	بعد سنتين	بعد 3 سنوات
أ	180,000	165,600	152,352	140,163.84
ب	120,000	112,800	106,032	99,670.08
فرق الأسعار	60,000	52,800	46,320	40,493.76

(ب) صغر الفرق. (ج) حوالي 118,635 شاقل.

(د) 5 سنوات.

(5) (أ) 62.21% (ب) بعد مرور 8 سنوات.

(6) (أ) 25.99% (ب) 1,905 سم^3.

(ج) 3,024 سم^3.

(7) (أ) 30,000,000 (30 مليون) ميكروب.

(ب) 7,500,000 (7.5 مليون) ميكروب.

(ج) بعد 16 ساعة.

(د) (*i*) 1,875,000 ميكروب.

(*ii*) نعم، إنّها المرّة الأولى التي يبقى فيها أقلّ من 2,000,000 ميكروب.

(8) (أ) 15,625,000 ميكروب. (ب) بعد 4 أيّام.

(ج) (*i*) كلّا. (*ii*) نعم.

(9) (أ) 0.9457 الضعف (ب) 94.57°C

(ج) 64°C

(د) (*ii*) لأنّ درجة الحرارة بعد مرور 20 دقيقة هي 32.768°C ،
ولذا توجّب إخراج المادّة قبل ذلك.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – משבצת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(10) (أ) 5.59% (ب) 25.31°C

(ج) 2.53°C

(11) (أ) 5.74% (ب) بعد 5 سنوات.

(12) (أ) 4%

(ب) (*i*) 8,988.8 شاقل. (*ii*) بعد 4 سنوات.

(ج) نعم. بعد 10 سنوات، يُصبح راتب رفيق 14,802 شاقل ويصبح راتب حسام 14,327 شاقلا.

(13) (أ) 5% (ب) 364,652 شاقلا.

(أ) بعد سنتين.

(14) (أ) 126,960 شاقلا. (ب) 70,824 شاقلا.

(ج) نعم، لأنّ دينه للبنك هو 55,150 شاقلا.

(15) (أ) في بداية العام 1990 كان في المدينة 40,000 نسمة، وفي بداية العام 1994 كان في المدينة 97,656 نسمة.

(ب) 25% (ج) 152,588 نسمة.

(د) 20,480 نسمة.

(16) (أ) (*i*) 150,000 شاقل. (*ii*) 89,954 شاقلا.

(ب) 12% (ج) 53,945 شاقلا.

(17) (أ) (*i*) 720 غرامًا. (*ii*) 442.17 غرام.

(ب) 15%

(ج) $A(0,996.54)$. المفهوم: الوزن الابتدائيّ للمادّة المُشعّة هو 996.54 غرام.

(د) $B(7,319.47)$. المفهوم: بعد 7 سنوات يكون وزن المادّة المُشعّة 319.47 غرام.

(هـ) بعد 5 سنوات.

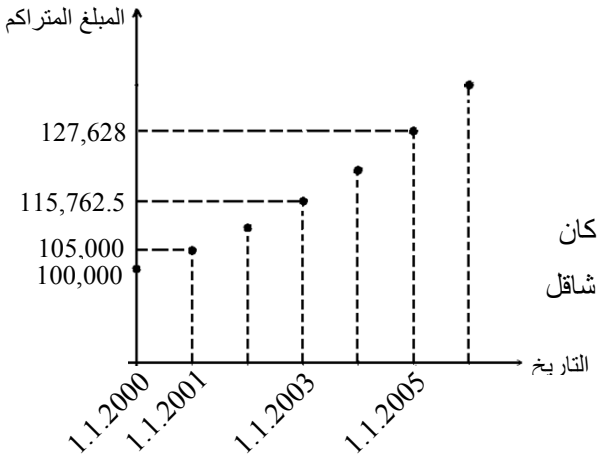
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

(18) (أ) حوالي 121,551 شاقلا.

(ب) انظروا الرسم على اليسار.

(ج) 134,010 شواقل.

(د) ربح السيّد حسين أكثر لأنّه في نهاية 6 سنوات التوفير، كان مع السيّد عارف 133,000 شاقل بينما كان مع السيّد حسين 134,010 شواقل.



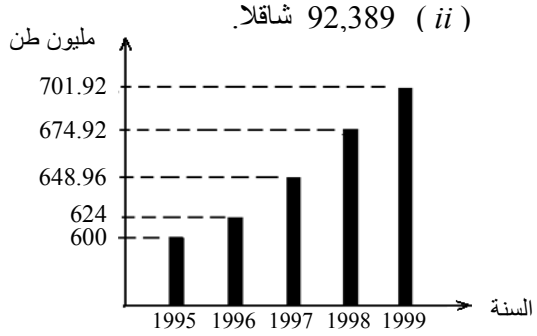
(19) (أ) الرسم ① يلائم المدينة أ والرسم ② يلائم المدينة ب.

حُدِّدت الملائمة اعتمادًا على مقارنة السعر الابتدائيّ.

(ب) 5% (ج) 6%

(د) (*i*) 100,000 شاقل. (*ii*) 92,389 شاقلا.

(*iii*) صغر الفرق.



(20) (أ) 4%

(ب) انظروا الرسم على اليسار.

(ج) 649.96 مليون طن.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** – מ ש ב צ ת – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

2 إحصاء، احتمال، توزيع طبيعيّ

2.1 إحصاء

تمارين محلولة

(1) صفحة 36 سؤال 18 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في سنة 2012)

(أ) جدوا المعدّل والانحراف المعياريّ لكلٍّ واحدةٍ من متواليات العلامات (i) – (iv).

(i) 3 , 7

(ii) 3 , 5 , 5 , 5 , 7

(iii) 3 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 7

(iv) 3 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 7

(ب) ماذا يمكننا القول عن معدّل كلٍّ واحدةٍ من متواليات العلامات أعلاه ؟ علّلوا.

(ج) ماذا يمكننا القول عن الانحراف المعياريٍّ في كلٍّ واحدةٍ من متواليات العلامات أعلاه ؟

(د) كم مرّة يجب أن تظهر العلامة 5 بين العلامة 3 والعلامة 7 ، كي يكون الانحراف المعياريُّ بالضبط 1 ؟ علّلوا.

(هـ) هل يمكننا بواسطة إضافة العلامة 5 عددًا من المرّات (بين العلامة 3 والعلامة 7) أن نحصل على انحرافٍ معياريٍّ مساوٍ لـ 0 ؟ علّلوا.

الحلّ:

خلال الحلّ سنستعمل القانونين التاليين:

$$\overline{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \ldots + x_n \cdot f_n}{N}$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \overline{x})^2 \cdot f_2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2 \cdot f_n}{N}}$$

(أ) (i) المعدّل: $\overline{x} = \frac{3+7}{2} = 5$

الانحراف المعياريّ: $S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

(ii) المعدّل: $\overline{x} = \frac{3 + 3 \cdot 5 + 7}{5} = \frac{25}{5} = 5$

الانحراف المعياريّ:

$$S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 3 \cdot (5-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} = 1.265$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(*iii*) المعدّل: $\overline{x}=\frac{3+5\cdot 5+7}{7}=\frac{35}{7}=5$

الانحراف المعياريّ:

$$S=\sqrt{\frac{1\cdot(3-5)^2+5\cdot(5-5)^2+1\cdot(7-5)^2}{7}}=\sqrt{\frac{8}{7}}=1.069$$

(*iv*) المعدّل: $\overline{x}=\frac{3+10\cdot 5+7}{12}=\frac{60}{12}=5$

الانحراف المعياريّ:

$$S=\sqrt{\frac{1\cdot(3-5)^2+10\cdot(5-5)^2+1\cdot(7-5)^2}{12}}=\sqrt{\frac{8}{12}}=0.816$$

(ب) معدّل كلّ واحدة من المتواليات هو 5 .

<u>شرح:</u> معدّل العلامتين 3 و- 7 هو 5 ،

وإذا أضفنا أيّة علامةٍ مساويةٍ للمعدّل فإنّها لا تؤثّر على المعدّل.

(ج) يصغر الانحراف المعياريُّ كلّما أضفنا أكثر مرّاتٍ العدد 5 الذي هو معدّل العلامات (أي أنَّ تشتُّتَ العلامات يصغر).

(د) نشير بـ x إلى عدد المرّات التي يجب أن تظهر فيها العلامة 5 بين العلامة 3 والعلامة 7 كي يكون الانحراف المعياريُّ بالضبط 1 .

نعوِّض في قانون الانحراف المعياريِّ ونحصل على:

$$\sqrt{\frac{1\cdot(3-5)^2+x\cdot(5-5)^2+1\cdot(7-5)^2}{x+2}}=1$$

$$\sqrt{\frac{4+0+4}{x+2}}=1$$

$$\sqrt{\frac{8}{x+2}}=1$$

نربِّع طرفَيِ المعادلة ونحصل على: $\frac{8}{x+2}=1$

$$8=x+2$$

$$x=6$$

يجب أن تظهر العلامة 5 ستُّ مرّاتٍ كي يكون الانحراف المعياريُّ بالضبط 1 .

(هـ) لا يمكننا بواسطة إضافة العلامة 5 عدَّة مرّاتٍ (بين العلامة 3 والعلامة 7) أن نصل إلى انحرافٍ معياريٍّ مُساوٍ لـ 0 ، لأنه كي يكون الانحراف المعياريّ مساويًا لصفر، يجب أن تكون جميع العلامات متساوية، لكن في متوالية علاماتٍ فيها علاماتٌ (3 و- 7) مُختلفة عن المعدّل، لا يمكننا أن نحصل على انحرافٍ معياريٍّ مساوٍ لصفر.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

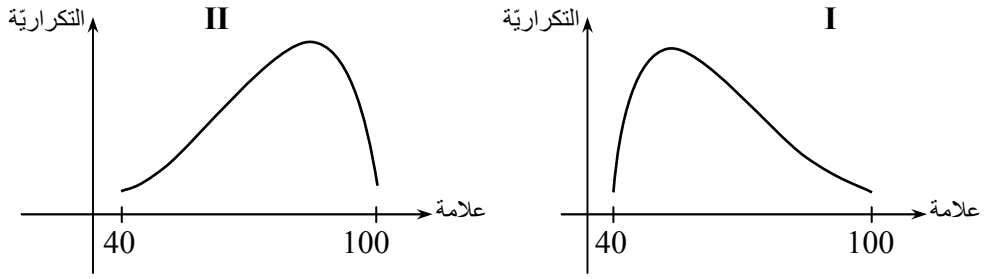
(2) صفحة 36 سؤال 19 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في سنة 2012)

أُجْرِيَ في مدرستين اختبار مقارنة للصفوف الثامنة.

في مدرسة "الحكمة" كان معدّل العلامات 68 والمنوال 74 .

في مدرسة "الخوارزمي" كان معدّل العلامات أيضًا 68 والمنوال 55 .

الرسمان البيانيّان التاليان I و- II يصفان توزيع العلامات في كلٍّ واحدةٍ من المدرستين.



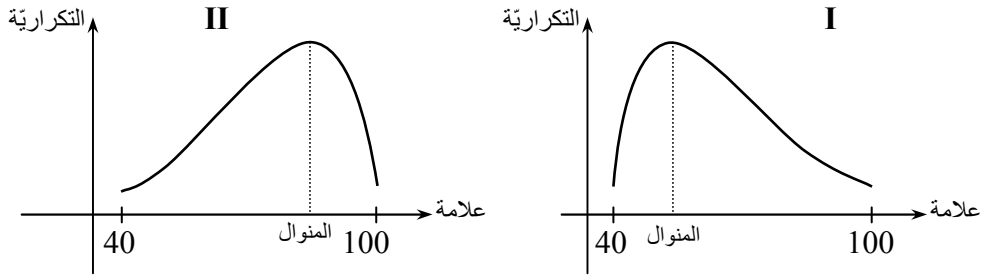
(أ) أشيروا على محور العلامات في كلِّ رسم بيانيٍّ إلى المنوال.

(ب) أيُّ رسم هو رسم مدرسة "الحكمة" وأيُّ رسم هو رسم مدرسة "الخوارزمي" ؟ علّلوا.

الحلّ:

(أ) المنوال هو العلامة ذات التكراريّة الأكبر وهو يظهر في القيمة العظمى في كلِّ واحدٍ من الرسمين البيانيّين.

أي:



(ب) حسب البند (أ)، نرى أنّ المنوال في الرسم البيانيّ II أكبر من المنوال في الرسم البيانيّ I .

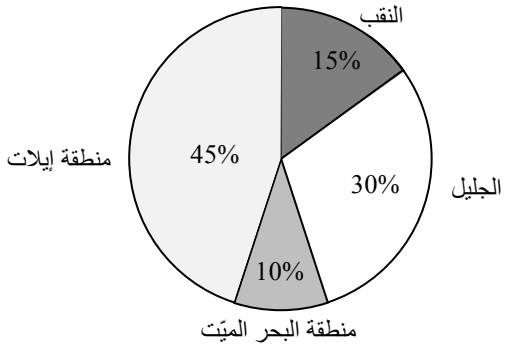
لذا، لمدرسة "الحكمة" التي منوالها 74، يلائم الرسم البيانيّ II

ولمدرسة "الخوارزمي" التي منوالها 55، يلائم الرسم البيانيّ I .

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(3) صفحة 41 سؤال 27 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المجمّع المُجدّد في سنة 2012)

مجموعة تلاميذٍ، أعضاءٌ في حركة شبيبة، تُخطّط لرحلةٍ في عطلة العيد.
أجروا في أوساط تلاميذ الحركة استفتاءً، كي يتخذوا قرارًا بشأن مكان الرحلة.
المُخطّط الدائريُّ الذي أمامكم، يصف نتائج الاستفتاء:



(أ) ما هو منوال مكان الرحلة بين هؤلاء التلاميذ ؟

(ب) بكم ضعفًا عدد التلاميذ الذين فضّلوا السفر إلى منطقة إيلات أكبر من عدد التلاميذ الذين فضّلوا السفر إلى النقب ؟

(ج) من المعلوم أنّ عدد التلاميذ الذين فضّلوا التنزّه في منطقة النقب هو 24 .
ما هو عدد التلاميذ الذين يُخطّطون الخروج في هذه الرحلة ؟

في هذا الاستفتاء، سُئِلَ التلاميذ أيضًا عن عدد أيّام الرحلة المُفضّل.
فيما يلي نتائج الاستفتاء:

عدد الأيّام	2	3	4	5
عدد التلاميذ	38			38

(د) معلومٌ أنّ وسيط عدد أيّام الرحلة المُفضّل هو 3.5 أيّام.
كم تلميذًا فضّل 3 أيّام وكم فضّل 4 أيّام ؟
(أكملوا الجدول).

(هـ) أحد التلاميذ الذين فضّلوا بدايةً رحلةً لـ 3 أيّام، غيَّر رأيه وفضّل رحلة لـ 4 أيّام. هل وسيط عدد أيّام الرحلة المُفضّل تغيَّر ؟
إذا أجبتم بنعم، فما هو الوسيط الجديد. وإذا أجبتم بلا، فعلّلوا.

حلُّ السؤال يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

الحلّ:

(أ) منطقة إيلات هي منوال مكان الرحلة بين التلاميذ الذين يُخطّطون للرحلة في عطلة العيد، لأنّ تكراريّتها النسبيّة هي الأكبر وتساوي 45% .

(ب) نقسم النسبة المئويّة لعدد التلاميذ الذين يخطّطون لرحلةٍ في منطقة إيلات على النسبة المئويّة للتلاميذ الذين يُخطّطون لرحلةٍ في النقب: $\frac{45\%}{15\%}=3$.

(ج) نشير بـ N إلى عدد التلاميذ الذين يُخطّطون للرحلة.
معلومٌ أنّ عدد التلاميذ الذين يخطّطون أن تكون الرحلة إلى منطقة النقب هو 24، ويُشكّل هذا العدد 15% من كلّ التلاميذ.
15% من N يساوي 24 .

$$\frac{15N}{100}=24 \quad \Rightarrow \quad N=160$$

(د) معلومٌ أنّ وسيط عدد أيّام الرحلة المُفضّل هو 3.5 أيّام.
160 تلميذا يشاركون في الرحلة.
نحصل على الوسيط $\text{Me}=3.5$ حسب القانون:

$$\text{Me}=\frac{x_{\frac{160}{2}}+x_{\frac{160}{2}+1}}{2}=\frac{x_{80}+x_{81}}{2}=\frac{3+4}{2}=3.5$$

ينبع من هنا أنّ عدد التلاميذ الذين يُفضّلون أن تكون مدّة الرحلة يومين أو ثلاثة أيّام مساوٍ لعدد التلاميذ الذين يفضّلون أن تكون مدّة الرحلة أربعة أو خمسة أيّام.
نشير بـ x إلى عدد التلاميذ الذين يُفضّلون أن تكون مدّة الرحلة ثلاثة أيّام وبـ y إلى عدد التلاميذ الذين يُفضّلون أن تكون مدّة الرحلة أربعة أيّام.

$$38+x=38+y$$
$$x=y$$

بالإضافة: $x+38=80$ وأيضًا $y+38=80$ ،
أي، $x=y=42$.

عدد الأيّام	2	3	4	5
عدد التلاميذ	38	42	42	38

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(هـ) بعد أن غيَّر أحد التلاميذ رأيه، يتغيَّر الجدول:

عدد الأيّام	2	3	4	5
عدد التلاميذ (التكراريّة)	38	41	43	38
التكراريّة المتراكمة	38	79	122	160

$$\text{Me} = \frac{x_{80} + x_{81}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

كما ترون، أحطنا العمود المتواجد فيه وسيط عدد أيّام الرحلة المُفضّل بخطٍ مُشدّد. وسيط أيّام الرحلة بعد هذا التغيير قد تغيّر .

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (12) في المُجمّع (سنة 2012)

علامات تلاميذ في امتحان رياضيّات هي 70 ، 80 و- 90 فقط.
5 تلاميذ حصلوا على العلامة 70 ، 8 تلاميذ حصلوا على العلامة 80 و- 7 تلاميذ حصلوا على العلامة 90 .
4 تلاميذ تغيّبوا عن الامتحان وامتُحِنوا في موعدٍ خاص.
حصل كلُّ واحدٍ من هؤلاء التلاميذ الأربعة على العلامة 75 .
أضاف المعلّم هذه العلامات إلى باقي علامات التلاميذ، وحَسَبَ المعدّل الجديد، المنوال الجديد، ووسيط العلامات الجديد.

(أ) هل معدّل العلامات الجديد كبُرَ أم صَغُرَ أم لم يتغيّر ؟ علّلوا.
(ب) هل منوال العلامات تغيّر ؟ علّلوا.
(ج) هل وسيط العلامات تغيّر ؟ علّلوا.

(2) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (10) في المُجمّع (سنة 2012)

فيما يلي قائمة بعلامات 9 تلاميذٍ من الصفِّ الثاني عشر في موضوعين مختلفين أ و- ب .
توزيع العلامات في الموضوع أ هو: 5 , 5 , 6 , 6 , 7 , 7 , 8 , 9 , 10 .
توزيع العلامات في الموضوع ب هو: 4 , 5 , 5 , 6 , 7 , 7 , 9 , 10 , 10 .

(أ) ما هو منوال العلامات في كلِّ واحدٍ من الموضوعين ؟
(ب) ما هو وسيط العلامات في كلِّ واحدٍ من الموضوعين ؟
(ج) ما هو معدّل العلامات في كلِّ واحدٍ من هذين الموضوعين ؟
(د) في أيٍّ من هذين الموضوعين (موضوع أ أو موضوع ب) تَشَتُّتُ العلامات أكبر؟ علّلوا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(3) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (14) في المُجمّع (سنة 2012)

يعمل في مصنع 60 عاملا. في المصنع ثلاث درجات أجور شهريّة:
6,200 شاقل، 6,500 شاقل و- 6,800 شاقل .
معدّل الأجور الشهريّة لكلِّ عمّال المصنع هو 6,380 شاقلا.
20 عاملا، يتقاضى كلُّ واحدٍ منهم 6,500 شاقل في الشهر.
(أ) كم عاملا يتقاضى كلُّ واحدٍ منهم 6,800 شاقل في الشهر ؟
(ب) ما هو منوال الأجور الشهريّة في المصنع ؟
(ج) ما هو وسيط الأجور الشهريّة ؟
(د) نختار عشوائيًّا عاملا واحدًا.
ما هو الاحتمال بأن يكون أجره أعلى من معدّل الأجور الشهريّة ؟

(4) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (16) في المُجمّع (سنة 2012)

يحتفل طارق بعيد ميلاده الخامس مع كلِّ أفراد عائلته: والديه رياض ونسرين اللذين يبلغان من العمر 32 عامًا، أخيه فريد البالغ من العمر سنتيْن وأخته إيمان البالغة 4 سنوات .
(أ) ما هو منوال الأعمار في هذه العائلة ؟
(ب) ما هو معدّل الأعمار في هذه العائلة ؟
(ج) ما هو وسيط الأعمار في هذه العائلة ؟
(د) فيما بعد، وصل إلى الاحتفال كلٌّ من جدّ وجدّة طارق.
وُلِدَ جدُّ وجدَّة طارق في نفس السنة.
معدّل أعمار المحتفلين الجديد هو 29 .
(*i*) ما هو عُمْرُ كلٌّ من جدّ وجدّة طارق ؟
(*ii*) هل تغيّر منوال أعمار المحتفلين بعيد الميلاد ؟ علّلوا.
(*iii*) هل تغيّر وسيط أعمار المحتفلين بعيد الميلاد ؟ علّلوا.

(5) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (21) في المُجمّع (سنة 2012)

في حفلة العيد تجمّع سكّان القرية في بيت الشعب. حَضرَ بداية الحفل:
32 مُشاركًا أعمار كلٌّ منهم 24 سنة،
18 مُشاركًا أعمار كلٌّ منهم 30 سنة،
25 مُشاركًا أعمار كلٌّ منهم 35 سنة .
(أ) ما هو معدّل أعمار المُشاركين في حفلة العيد ؟

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) ما هو منوال أعمار المُشاركين في الحفلة ؟
(ج) ما هو وسيط أعمار المُشاركين في الحفلة ؟
(د) بعد بداية الحفلة بوقتٍ مُعيّن وصل 10 تلاميذ مدرسة ثانويّة ليُقدِّموا عرضًا أمام مُشاركي الحفلة. هل معدّل أعمار جميع المُشاركين في الحفلة كَبُرَ، صَغُرَ، أم ضلَّ دون تَغيُّر ؟ علّلوا.

(6) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (7) في المُجمّع (سنة 2012)

معدّل علامات تلميذٍ في 4 امتحاناتٍ هو 78 .
(أ) امتُحِنَ التلميذ في امتحان آخر. يرغب التلميذ بأن يكون معدّل علاماته في خمسة الامتحانات 80 . هل يجب أن تكون علامته في الامتحان الخامس أكبر ، أصغر أم تساوي معدّل 5 الامتحانات ؟ علّلوا.
(ب) ماذا يجب أن تكون علامته في الامتحان الخامس، كي يكون معدّل علاماته في خمسة الامتحانات 80 ؟

(7) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (5) في المُجمّع (سنة 2012)

في مصنع درجتان للأجور. 40 عاملا يتقاضون أجرًا حسب الدرجة المُنخفضة و- 60 عاملا يتقاضون أجرًا حسب الدرجة العالية.
الأجر في الدرجة العالية أكبر بـ 15 شاقلا للساعة من الأجر للساعة في الدرجة المُنخفضة.
معدّل الأجور في المصنع هو 34 شاقلا للساعة.
(أ) احسبوا الأجر للساعة في كلٍّ واحدةٍ من درجتي الأجور.
(ب) ما هو منوال الأجور لساعة العمل ؟
(ج) ما هو وسيط الأجور لساعة العمل في المصنع ؟ علّلوا.

(8) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (15) في المُجمّع (سنة 2012)

في صفٍّ مُعيّن يتعلّم 12 ولدًا و- 18 بنتًا.
معدّل أطوال الأولاد هو 164 سنتيمترًا ومعدّل أطوال البنات هو 160 سنتيمترًا.
انضمّ في اليوم التالي إلى الصفّ تلميذ واحدٌ وتلميذة واحدة.

تتمة السؤال تتبع في الصفحة التالية ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

عندما قاسوا طولَيِ التلميذين الاضافيين، وجدوا أنّ معدّل أطوال الأولاد لم يتغيّر، ووجدوا أيضًا أنّ معدّل أطوال البنات لم يتغيّر.

(أ) ما هو طول التلميذ الذي انضمّ ؟ ما هو طول التلميذة التي انضمّت ؟

(ب) قالت سماح: أنا متأكدة أيضًا أنّ معدّل أطوال كلّ تلاميذ الصفّ (أولاد وبنات) بالنسبة للمعدّل الذي حُسِبَ في اليوم السابق لم يتغيّر. هل سماح صادقة ؟ علّلوا.

(9) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (13) في المُجمّع (سنة 2012)

فيما يلي وصفٌ لتوزيع عدد السيّارات الخاصّة التي لدى عائلاتٍ في قريةٍ مُعيّنة.

عدد السيّارات	0	1	2	3	4
عدد العائلات	1	2	10	x	3

(أ) معلومٌ أنّ التكراريّة النسبيّة للعائلات التي لديها ثلاث سيّاراتٍ هي $\frac{1}{5}$.
كم عائلة في القرية لديها ثلاث سيّاراتٍ ؟

(ب) ما هو منوال عدد السيّارات للعائلة ؟

(ج) ما هو وسيط عدد السيّارات للعائلة ؟

(د) ما هو معدّل عدد السيّارات للعائلة ؟

(هـ) نختار عشوائيًّا عائلة واحدة من القرية.
ما هو الاحتمال بأن يكون عدد السيّارات في العائلة التي اختيرت أقلّ من المعدّل ؟

(10) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (17) في المُجمّع (سنة 2012)

فيما يلي عائدات التصدير في دولةٍ معيّنة منذ العام 2000 وحتّى العام 2004 .

العام	**العائدات من التصدير (بالملايين)**
2000	31.6
2001	35.4
2002	38.1
2003	42.4
2004	46.5

تتمة السؤال في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) كم كان معدّل عائدات التصدير في هذه الدولة منذ العام 2000 وحتّى العام 2004 ؟

(ب) في أيِّ سنواتٍ كانت عائدات التصدير أكبر من المعدّل ؟

(ج) احسبوا الانحراف المعياريّ لعائدات التصدير في هذه الدولة.

(11) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (11) في المُجمّع (سنة 2012)

في الجدول أمامكم وصفٌ لتوزيع محصول البنادورة بالأطنان، بعددٍ معيّن من قطع أراض:

المحصول (بالأطنان)	5	6	7	8	9
التكراريّة	7	7	8	x	6

معدّل محصول قطعة الأرض الواحدة هو 7 أطنان.

(أ) جدوا عدد قطع الأراضي التي كان محصول البنادورة فيها 8 أطنان ؟

(ب) ما هو وسيط محصول البنادورة ؟

(ج) ما هو الانحراف المعياريّ لمحصول البنادورة ؟

(12) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (2) في المُجمّع (سنة 2012)

في الجدول الذي أمامكم وصفٌ لتوزيع العلامات في امتحان إنهاء في الرياضيّات للصفِّ الثاني عشر :

العلامة	60	70	80	90
عدد التلاميذ	5	8	x	3

(أ) معدّل علامات هذا الصفِّ هو 74 . جدوا x .

(ب) ما هو وسيط العلامات ؟ علّلوا.

(ج) ما هو منوال العلامات ؟

(د) ما هو الانحراف المعياريّ للعلامات ؟

(هـ) نختار عشوائيًّا تلميذا.

ما هو الاحتمال بأن تكون علامة هذا التلميذ 70 وما فوق ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(13) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (22) في المُجمّع (سنة 2012)

(أ) خمسة تلاميذٍ امتُحِنوا في امتحان مهاراتٍ في الحساب.
فيما يلي تفصيلٌ لعدد الأخطاء الحسابيّة التي قام كلُّ تلميذٍ بها في هذا الامتحان:
13 , 11 , 10 , 7 , 5 (عددٌ واحدٌ يناسب كلّ تلميذٍ).
احسبوا المعدّل والانحراف المعياريّ لعدد الأخطاء التي قام بها خمسة التلاميذ.

(ب) بعد تَعلُّمٍ وتمرينٍ خلال أسبوعٍ كاملٍ، امتُحِنَ خمسة التلاميذ في امتحان إعادة.
كلُّ واحدٍ من هؤلاء التلاميذ أخطأ 4 أخطاءٍ حسابيّةٍ أقلّ مِمَّا أخطأ في الامتحان الأوّل.
(i) ما هو معدّل الأخطاء الجديد ؟
(ii) اشرحوا لماذا لم يتغيّر الانحراف المعياريّ ؟.

(14) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (20) في المُجمّع (سنة 2012)

أمامكم قائمة علاماتٍ: 84 , 81 , 78 , 75 , 72 , 69 , 66 .

(أ) احسبوا معدّل العلامات والانحراف المعياريّ.

(ب) أضيفوا علامة بحيث لا يتغيّر المعدّل.
هل بعد إضافة العلامة، كَبُرَ / صَغُرَ الانحراف المعياريّ أم لم يتغيّر ؟
علّلوا (علّلوا بكلماتٍ أو بطريقةٍ جبريّةٍ).

(ج) ادّعى حسن: إذا أضفنا العلامة 78 كَبُرَ المعدّل . هل حسن على صواب ؟ علّلوا.

(د) أيُّ علامةٍ يجب إضافتها إلى القائمة الأصليّة بحيث لا يتغيّر وسيط العلامات ؟

(15) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (8) في المُجمّع (سنة 2012)

حَسَبوا معدّل المصروفات الشهريّة لعائلةٍ خلال 11 شهرًا، ووجدوا
أنّ معدّل المصروفات في الشهر هو 4,800 شاقل، والانحراف المعياريّ هو
90 شاقلا. بعد ذلك أضافوا للحساب مصروفات شهر إضافيٍّ (الشهر الـ 12)،
واتّضح أنّ المعدّل بقي ثابتا.

(أ) كم كانت مصروفات الشهر الإضافيّ (الشهر الـ 12) ؟ علّلوا.

(ب) هل الانحراف المعياريّ لكلِّ الـ 12 شهرًا أكبر أم أصغر من الانحراف المعياريّ للأحد عَشرَ شهرًا ؟ (لا حاجة لحسابٍ جبريٍّ).

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(16) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (9) في المُجمّع (سنة 2012)

حَسَب معلّمٌ ووجد أنّ معدّل علامات 20 تلميذا هو 65 ، والانحراف المعياريُّ هو 1.6 . بعد ذلك أضاف المعلّم علامة تلميذٍ آخر (التلميذ الـ 21)، وتبيّن له أنّ معدّل جميع التلاميذ بقي 65 ، وفقط الانحراف المعياريّ تغيّر.

(أ) ما هي علامة التلميذ الإضافيِّ (التلميذ الـ 21) ؟ علّلوا.

(ب) هل الانحراف المعياريُّ لجميع التلاميذ (أي انحراف علامات الـ 21 تلميذا) أكبر أم أصغر من الانحراف المعياريِّ لعلامات الـ 20 تلميذا ؟
(ليست هناك حاجة لحساباتٍ جبريّة).

(17) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (18) في المُجمّع (سنة 2012)

(أ) جدوا المعدّل والانحراف المعياريَّ لكلِّ واحدةٍ من متواليات العلامات (i) – (iv).

(i) 4 , 8

(ii) 4 , 6 , 6 , 6 , 8

(iii) 4 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 8

(iv) 4 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 8

(ب) ماذا يمكننا القول عن المعدّل في كلِّ واحدةٍ من متواليات العلامات أعلاه ؟ علّلوا.

(ج) ماذا يمكننا القول عن الانحراف المعياريِّ في كلِّ واحدةٍ من متواليات العلامات أعلاه ؟

(د) كم مرّة يجب أن تظهر العلامة 6 بين العلامة 4 والعلامة 8 ، كي يكون الانحراف المعياريُّ بالضبط 1 ؟ علّلوا.

(هـ) هل يمكننا بواسطة إضافة العلامة 6 عدّة مرّاتٍ (بين العلامة 4 والعلامة 8) الحصول على انحرافٍ معياريٍّ مُساوٍ لـ 0 ؟ علّلوا.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

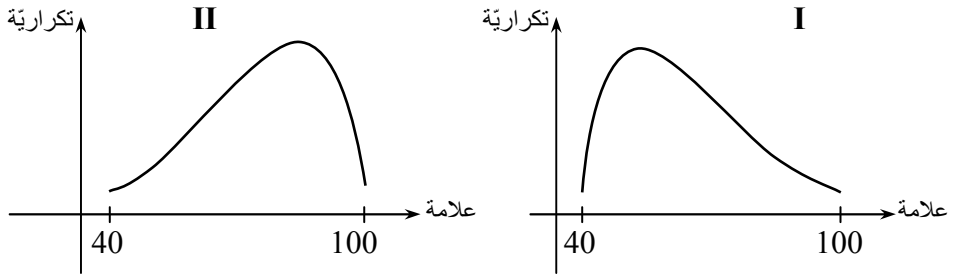
(18) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (19) في المُجمّع (سنة 2012)

أُجْرِيَ في مدرستين امتحان مقارنة في شعبة الصفوف الثامنة.

في مدرسة "الرازي"، كان معدّل العلامات 69 والمنوال 75 .

في مدرسة "أبو النوّاس"، كان معدّل العلامات 69 أيضًا، والمنوال 53 .

الرسمان I و- II اللذان أمامكم يصفان توزيع العلامات في كلٍّ واحدةٍ من المدرستين.

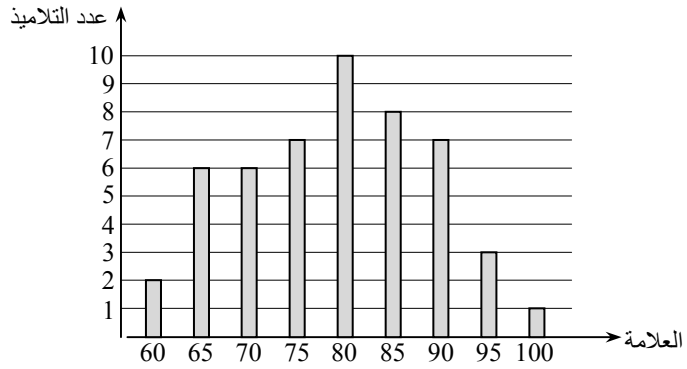


(أ) عيِّنوا في كلٍّ رسم على محور العلامات منوال العلامات.

(ب) أيُّ رسم من الرسمين هو رسم مدرسة "الرازي" وأيُّهما هو رسم مدرسة "أبو النوّاس" ؟ علّلوا.

(19) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (23) في المُجمّع (سنة 2012)

مُخطط الأعمدة الذي أمامكم يصف توزيع علامات البيولوجيا التي حصل عليها التلاميذ في مدرسة "المَعرّي":



(أ) ما هو منوال العلامات ؟

(ب) ما هو عدد التلاميذ الذين يتعلمون بيولوجيا في مدرسة " المعرّي " ؟

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ج) احسبوا معدّل علامات التلاميذ.

(د) ما هو وسيط علامات التلاميذ ؟

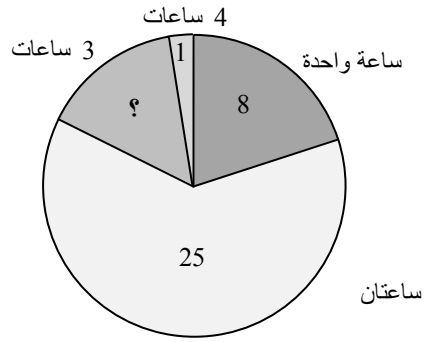
(هـ) خمسة تلاميذٍ قدَّموا اعتراض على العلامات التي حصلوا عليها. قبل المعلّم اعتراض ثلاثةٍ منهم كانت علاماتهم 75 ، 80 و- 85 ، وأعطى كلّ واحدٍ منهم العلامة 90 .

(*i*) هل سيتغيّر وسيط العلامات بعد هذا التصليح ؟ علّلوا.

(*ii*) هل سيتغيّر معدّل العلامات بعد هذا التصليح ؟ علّلوا.

(20) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (26) في المُجمّع (سنة 2012)

يعرض المُخطّط الدائريُّ الذي أمامكم عدد الساعات الأسبوعيّة التي يتطوّع بها 40 تلميذا في مؤسّساتٍ عامّة:



(أ) كم تلميذا تطوَّعَ 3 ساعاتٍ ؟

(ب) احسبوا معدّل عدد ساعات التطوّع في المؤسّسات العامّة.

(ج) ما هو منوال عدد ساعات التطوّع ؟ وما هو مفهومه ؟

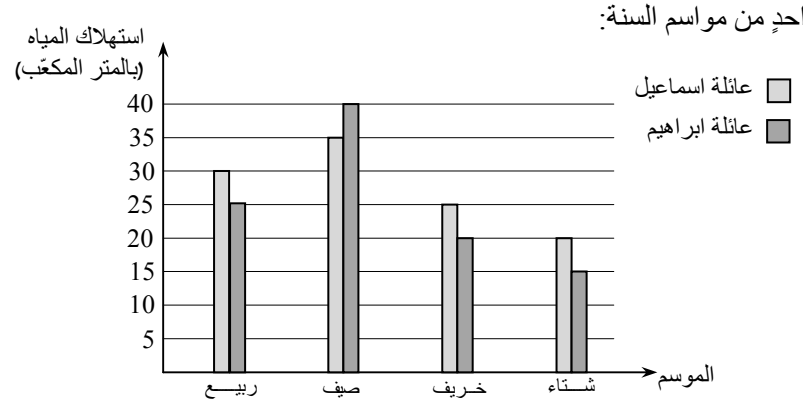
(د) ما هو وسيط عدد ساعات التطوّع ؟

(هـ) احسبوا الانحراف المعياريّ لعدد ساعات التطوّع.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(21) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (29) في المُجمّع (سنة 2012)

فيما يلي مُخططٌ لاستهلاك المياه (بالأمتار المُكعّبة) لكلٍّ من عائلة اسماعيل وابراهيم، في كلِّ واحدٍ من مواسم السنة:



(أ) (*i*) في أيِّ موسم استهلكت عائلة اسماعيل أكبر كميّة من المياه ؟

(*ii*) في أيِّ موسم استهلكت عائلة ابراهيم أكبر كميّة من المياه ؟

هل هو نفس الموسم ؟

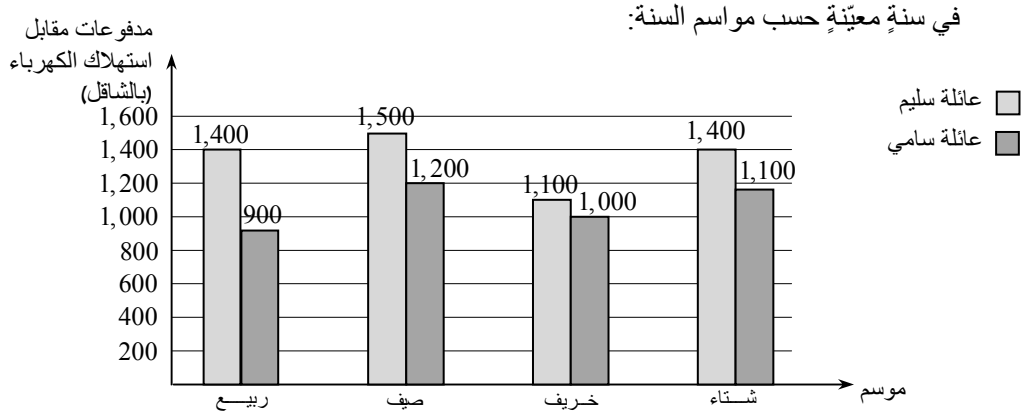
(ب) هل هنالك موسمٌ استهلكت فيه عائلة اسماعيل وعائلة ابراهيم نفس كميّة المياه ؟

(ج) في أيِّ عائلةٍ كان معدّل استهلاك المياه السنويِّ أكبر ؟ علّلوا .

(د) في أيِّ عائلةٍ كان الانحراف المعياريُّ لاستهلاك المياه أكبر ؟

(22) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (30) في المُجمّع (سنة 2012)

فيما يلي مُخطّط أعمدةٍ يصف مدفوعات عائلة سليم وعائلة سامي مقابل استهلاك الكهرباء في سنةٍ معيّنةٍ حسب مواسم السنة:



يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

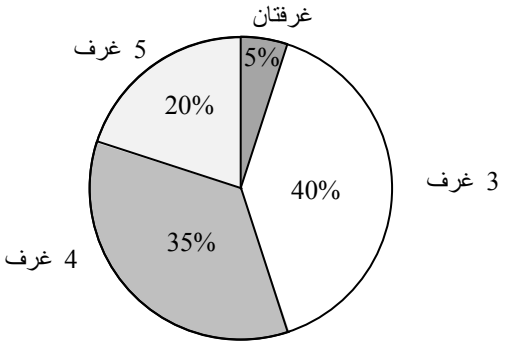
(أ) (*i*) في أيِّ موسم دفعت عائلة سليم أقلّ دُفعَة مقابل استهلاك الكهرباء ؟
(*ii*) في أيِّ موسم دفعت عائلة سامي أقلّ دُفعَة مقابل استهلاك الكهرباء ؟
هل هو نفس الموسم ؟

(ب) في أيّة عائلة كان معدّل مصروف استهلاك الكهرباء في الموسم أكبر ؟

(ج) احسبوا الانحراف المعياريّ لاستهلاك الكهرباء في أربعة مواسم السنة لعائلة سليم.

(23) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (24) في المُجمّع (سنة 2012)

شركة البناء "مساكن" بنت مشروعًا فيه شُقَقُ سكنٍ ذوات غرفتين، ثلاث غرفٍ، أربع غرفٍ وخمس غرفٍ. المُخطّط الذي أمامكم، يصف توزيع الشُقَق في هذا المشروع:



(أ) ما هو منوال عدد الغرف في هذا المشروع ؟

(ب) ما هو وسيط عدد الغرف في هذا المشروع ؟

(ج) احسبوا معدّل عدد الغرف في الشقّة الواحدة في هذا المشروع.

في الجدول الذي أمامكم عرضٌ لأسعار الشُقق ذوات 3 غرف:

سعر الشقة (بالشواقل)	900,000	1,000,000	1,200,000	1,300,000
عدد الشُقق	8	32	4	16

(د) احسبوا معدّل سعر الشقّة ذات 3 غرفٍ في هذا المشروع.

(هـ) ما هو وسيط أسعار الشُقق ذوات 3 غرفٍ في هذا المشروع ؟

(و) ما هو العدد الكلّيُّ للشُقق في المشروع ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(24) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (25) في المُجمّع (سنة 2012)

في قرية "أعالي" 160 تلميذا يتطوَّعون في أماكن عامّة مختلفة .

في الجدول الذي أمامكم، توزيع التلاميذ المتطوِّعين في الأماكن المختلفة:

مكان التطوّع	عدد المتطوّعين	نسبة مئويّة من المتطوّعين
الشركة لحماية الطبيعة	40	
الرفق بالحيوان		35%
مساعدة العجزة		
نجمة داوود الحمراء		15%
مؤسّسات عامّة	32	
المجموع الكلّيّ	160	

(أ) املأوا الخانات الفارغة في الجدول. فصِّلوا حساباتكم.

(ب) ارسموا مُخطّط أعمدة يُمثّل المعطيات في الجدول.

(ج) ما هو منوال مكان التطوّع ؟

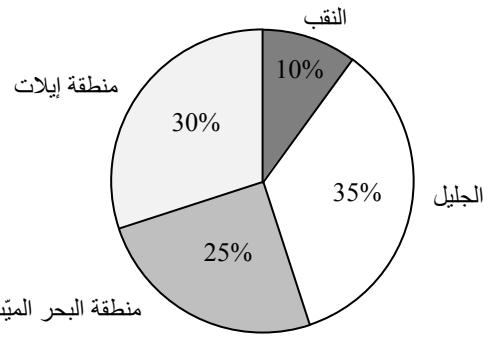
(د) إذا اخترنا متطوِّعًا عشوائيًّا، ما هو الاحتمال بأن يكون متطوِّعًا في الرفق بالحيوان أو متطوِّعًا في الشركة لحماية الطبيعة ؟

(25) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (27) في المُجمّع (سنة 2012)

مجموعة تلاميذٍ، أعضاء حركة شبيبة، تُخَطّط لرحلةٍ في عطلة العيد.

أجروا في الحركة استفتاءً في أوساط هؤلاء التلاميذ كي يتخذوا قرارًا بشأن مكان الرحلة.

المُخطّط الدائريُّ الذي أمامكم يعرض نتائج هذا الإستفتاء:



يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) ما هو منوال مكان الرحلة في أوساط هؤلاء التلاميذ ؟

(ب) بكم ضعفًا عدد التلاميذ الذين فضّلوا السفر إلى منطقة إيلات أكبر من عدد التلاميذ الذين فضّلوا السفر إلى منطقة النقب ؟

(ج) معلومٌ أنّ عدد التلاميذ الذين فضّلوا السفر إلى منطقة إيلات هو 24 .
ما هو عدد التلاميذ الذين يرغبون في الاشتراك في هذه الرحلة ؟

سُئل التلاميذ ضمن هذا الاستفتاء أيضًا عن عدد أيّام الرحلة التي يُفضّلونها.
فيما يلي النتائج:

عدد الأيّام	2	3	4	5
عدد التلاميذ	25			25

(د) معلومٌ أنّ وسيط عدد أيّام الرحلة المُفضّل هو 3.5 يوم.
كم تلميذا فَضَّلَ 3 أيّام وكم فَضَّل 4 أيّام ؟
(أكملوا الجدول).

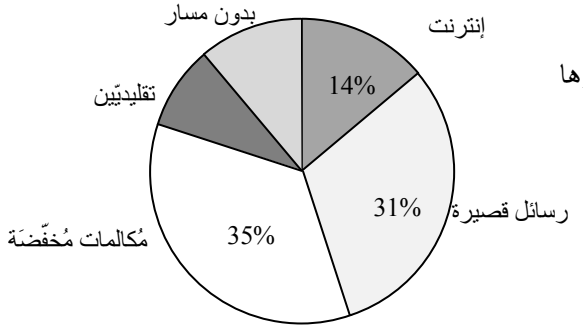
(هـ) أحد التلاميذ الذين فضّلوا في البداية رحلة مدّتها 3 أيّام، غيّرَ رَأيَه وفضلَ رحلة مدّتها 4 أيّام. هل وسيط عدد أيّام الرحلَة المُفضّل تغيّر ؟
إذا أجبتم بنعم، فما هو الوسيط الجديد. وإذا أجبتم بكلّا، فعلّلوا.

(26) سؤالٌ ملائمٌ لسؤال رقم (28) في المُجمّع (سنة 2012)

شركة هواتف خلويّة تقترح على زبائنها أن يختاروا أحد **المسارات التالية كهبةٍ منها لهم** :

- إبحارٌ مجّانا في الإنترنت.
- رسائل قصيرة (س م س) دون تحديد
- مُكالماتٌ بسعر مُخفَّض
- مسارٌ للزبائن التقليديّين
- بدون مسار.

فحصت الشركة المسارات التي اختارها 250 من بين زبائنها. فيما يلي النتائج التي حصلوا عليها:



يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

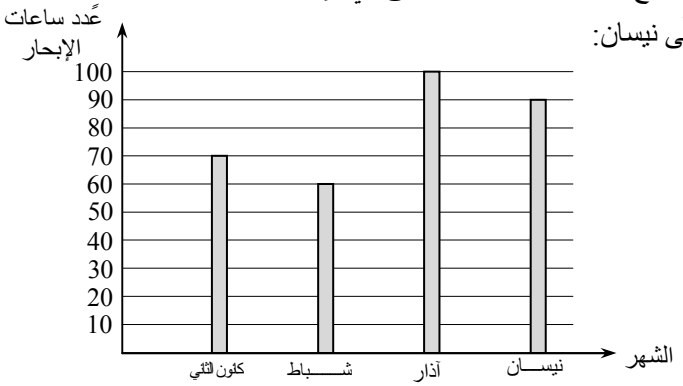
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) ما هو منوال المسارات المُقترحة ؟

(ب) إذا اخترنا أحد هؤلاء الزبائن عشوائيًّا، فما هو الاحتمال بأن يكون أحد الزبائن الذين اختاروا مسار الزبائن التقليديّين أو أحد الزبائن الذين اختاروا مسار الرسائل القصيرة ؟

(ج) كم عدد الزبائن الذين اختاروا مسار الإبحار في الإنترنت ؟

أمامكم مُخطّط توزيع **عدد ساعات إبحار رفيق في الإنترنت** خلال أربعة شهور من كانون الثاني حتّى نيسان:



(د) ما هو معدّل ساعات إبحار رفيق في الإنترنت في الشهور الأربعة ؟

(هـ) ما هو وسيط ساعات إبحار رفيق في الإنترنت في الشهور الأربعة ؟

(و) ما هو الانحراف المعياريّ ؟

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) صَغُرَ المعدّل لأنّ جميع العلامات التي أضيفت أقلّ من المعدّل.

(ب) كلّا. منوال العلامات بقي 80 .

(ج) كلّا، لأنّ وسيط العلامات بقي 80 .

(2) (أ) المنوال في الموضوع أ هو 5 ، 6 و- 7

والمنوال في الموضوع ب هو 5 ، 7 و- 10 .

(ب) الوسيط في كلٍّ واحدٍ من الموضوعين هو 7 .

(ج) المعدّل في كلٍّ واحدٍ من الموضوعين هو 7 .

(د) التشتّتُ في الموضوع ب أكبر، لأنّ الانحراف المعياريّ في الموضوع أ هو 1.63 والانحراف المعياريّ في الموضوع ب هو 2.11 .

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(3) (أ) 8 (ب) المنوال هو 6,200 شاقل.

(ج) الوسيط هو 6,200 شاقل. (د) $\frac{7}{15}$

(4) (أ) منوال العمر 32 . (ب) معدّل العمر 15 .

(ج) وسيط العمر 5 .

(د) (i) 64

(ii) نعم. الآن يوجد منوالان: 32 و- 64 .

(iii) نعم، الوسيط هو 32 .

(5) (أ) 29.11 سنة. (ب) منوال العمر 24 .

(ج) 30

(د) صَغُرَ المعدّل، لأنّ عُمر كلّ الذين انضمّوا أقلّ من المعدّل.

(6) (أ) أكبر من المعدّل. (ب) 88

(7) (أ) 25 شاقلا، 40 شاقلا. (ب) 40 شاقلا.

(ج) 40 شاقلا.

(8) (أ) طول التلميذ هو 164 سم، وطول التلميذة هو 160 سم.

(ب) كلّا، سماح ليست على صواب، لأنّ المعدّل السابق 161.6 سم والمعدّل الجديد هو 161.625 سم.

(9) (أ) $x = 4$ (ب) المنوال هو سيّارتان.

(ج) الوسيط هو سيّارتان. (د) 2.3

(هـ) $\frac{13}{20}$

(10) (أ) 38.8 مليون. (ب) في السنتين 2003 و- 2004 .

(ج) 5.218 مليون.

(11) (أ) 9 قطع. (ب) 7 أطنان.

(ج) 1.36

(12) (أ) $x = 9$ (ب) 70

(ج) 80 (د) 9.38

(هـ) 0.8

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(13) (أ) $\overline{x}=9.2$ ، $s=2.86$

(ب) (i) $\overline{x}=5.2$

(ii) الانحراف المعياريّ لم يتغيّر لأنّ الفرق بين كلّ واحدٍ من المعطيات والمعدّل لم يتغيّر.

(14) (أ) $\overline{x}=75$ ، $s=6$

(ب) 75 , صغرَ الانحراف المعياريّ. **<u>شرح:</u>** العلامة التي أضيفت تساوي المعدّل، ولذا فإنّ انحراف هذه العلامة عن المعدّل هو 0 . لذا، مجموع مُربَّع الانحرافات عن المعدّل لم يتغيّر، لكن معدّلها صَغُرَ (لأننا نقسم هذا المجموع على عددٍ أكبر)

(ج) نعم، لأنّ العلامة الإضافيّة أعلى من المعدّل.

(د) 75

(15) (أ) 4,800 شاقل. **<u>شرح:</u>** يجب أن يكون المعطى الإضافيّ مساويًا للمعدّل.

(ب) الانحراف المعياريّ لكلّ الـ 12 شهرًا أصغر. **<u>شرح:</u>** مصروف الشهر الإضافيّ مُساوٍ للمعدّل، ولذا فإنّ الانحراف عن المعدّل لهذا الشهر - 0. لذا، مجموع مُربّعات الانحرافات عن المعدّل لم يتغيّر، لكن معدّل مجموع المربّعات صَغُرَ (لأنّنا قسمنا هذا المجموع على عدد أشهر أكبر).

(16) (أ) 65

(ب) الانحراف المعياريّ لـ 21 تلميذا أصغر. **<u>شرح:</u>** علامة التلميذ الإضافيّ تساوي المعدّل، لذا انحراف هذه العلامة عن المعدّل 0. من هنا، مجموع مُربّعات الانحرافات عن المعدّل لم يتغيّر، لكنّ معدّل مجموع المربّعات صَغُرَ (لأننا قسمنا هذا المجموع على عدد تلاميذ أكبر).

(17) (أ) (i) $\overline{x}=6$ ، $s=2$ (ii) $\overline{x}=6$ ، $s=1.265$

(iii) $\overline{x}=6$ ، $s=1.069$ (iv) $\overline{x}=6$ ، $s=0.816$

(ب) معدّل كلّ واحدة من المتواليات هو 6 . **<u>شرح:</u>** معدّل العلامتين 4 و- 8 هو 6، وكلّ علامة مُساوية للمعدّل نضيفها، لا تؤثّر على المعدّل.

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

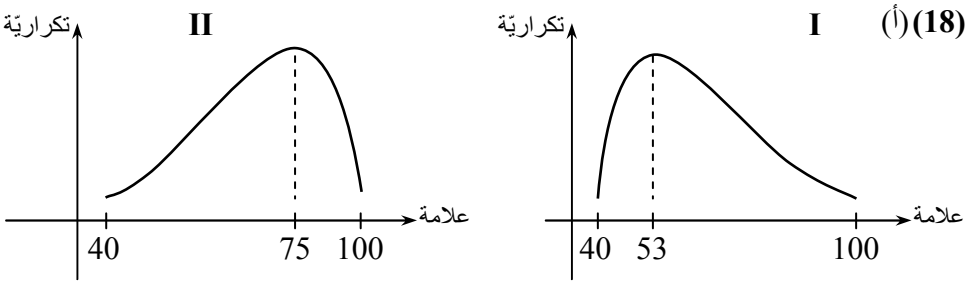
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ج) يَصغرُ الانحراف المعياريّ كلّما أضفنا أكثر مرّاتٍ العدد 6 الذي هو نفسه المعدّل.

(د) 6

(هـ) كلّا. نحصل على الانحراف المعياريّ 0 ، فقط عندما تُساوي كلُّ العلامات المعدّل، وفي المتوالية المعطاة عددان (4 و- 8) يختلفان عن المعدّل.

(18) (أ)



(ب) مدرسة "الرازي" – الرسم II ، مدرسة "أبو النوّاس" – الرسم I .

(19) (أ) 80 (ب) 50 تلميذا.

(ج) $\overline{x} = 79$ (د) 80

(هـ) (i) كلّا، الوسيط الجديد 80 .

(ii) نعم، المعدّل الجديد 79.6 .

(20) (أ) 6 مُتطوِّعين. (ب) ساعتان.

(ج) ساعتان. المفهوم: أكثر عددٍ من التلاميذ المتطوِّعين خلال ساعتين في مؤسّساتٍ عامّة. (د) ساعتان.

(هـ) 0.67

(21) (أ) (i) + (ii) العائلتان استهلكتا أكبر كميّة ماء في موسم الصيف.

(ب) كلّا.

(ج) معدّل استهلاك المياه لدى عائلة اسماعيل أكبر من معدّل استهلاك المياه لدى عائلة ابراهيم. **<u>شرح:</u>** معدّل استهلاك المياه لدى عائلة اسماعيل 27.5 م^3 ولدى عائلة ابراهيم 25 م^3.

(د) الانحراف المعياريّ لدى عائلة اسماعيل: 5.59 م^3، الانحراف المعياريّ لدى عائلة ابراهيم: 9.35 م^3. لذا، الانحراف المعياريّ لدى عائلة ابراهيم أكبر.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(22) (أ) (*i*) دفعت عائلة سليم أقلّ دُفعةٍ في موسم الخريف (مبلغ الدفعة 1,100 شاقل).

(*ii*) دفعت عائلة سامي أقلّ دُفعةٍ في موسم الربيع

(مبلغ الدفعة 900 شاقل). لذا، ليس في نفس الموسم.

(ب) معدّل المصروف لدى عائلة سليم هو 1,350 شاقلا.

معدّل المصروف لدى عائلة سامي هو 1,050 شاقلا.

لذا، معدّل المصروف لدى عائلة سليم كان أكبر.

(ج) 150 شاقلا.

(23) (أ) 3 غرف. (ب) 4 غرف.

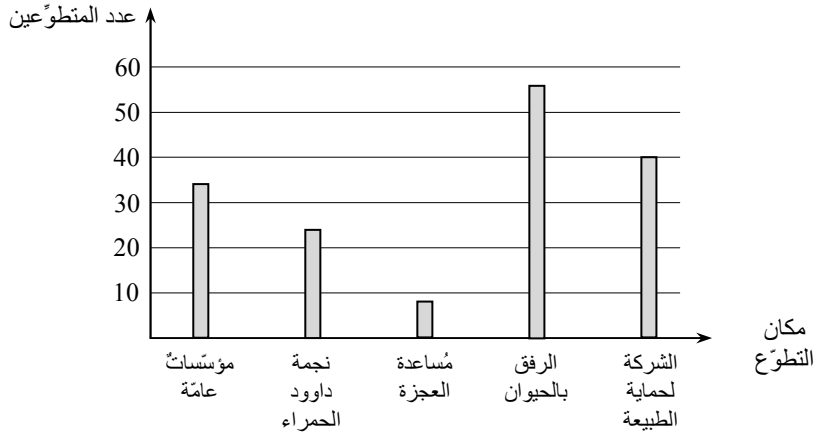
(ج) 3.7 غرف. (د) 1,080,000 شاقل.

(هـ) 1,000,000 شاقل. (و) 150 شقّة.

(24) (أ)

مكان التطوّع	عدد المتطوّعين	نسبة مئويّة من المتطوّعين
الشركة لحماية الطبيعة	40	25%
الرفق بالحيوان	56	35%
مُساعدة العَجَزة	8	5%
نجمة داوود الحمراء	24	15%
مُؤسّساتٌ عامّة	32	20%
المجموع الكلّيُّ	160	

(ب)



يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ج) الرفق بالحيوان. (د) 0.6

(25) (أ) الجليل. (ب) 3 أضعاف.

(ج) 80 تلميذا.

(د)

عدد الأيّام	2	3	4	5
عدد التلاميذ	25	15	15	25

(هـ) نعم. الوسيط بعد التغيير 4 أيّام.

(26) (أ) مسار المكالمات المُخفضّة. (ب) 0.4

(ج) 35 زبونا. (د) 80 ساعة.

(هـ) 80 ساعة. (و) 15.81 ساعة.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

2.2 الاحتمال

تمارين محلولة

(1) صفحة 51 سؤال 21 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

تخبز أمُّ فادية كعكة في كلِّ سنةٍ بمناسبة عيد ميلادها.

الاحتمال بأن تنجح في خبز الكعكة هو 0.6 .

إذا كانت الكعكة الأولى التي خبزتها غير ناجحة خبزت كعكة ثانية.

وإذا لم تكن الكعكة الثانية ناجحة أيضًا، تذهب وتشتري كعكة.

(أ) ما هو الاحتمال بأن تنجح أمُّ فادية في خبز الكعكة فقط في المرّة الثانية ؟

(ب) لفادية عيد ميلاد. ما هو الاحتمال بأن تشتري أمُّ فادية كعكة، احتفالا بعيد ابنتها ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن تنجح أمُّ فادية في خبز كعكة ؟

الحلّ:

الاحتمال بأن تنجح أمُّ فادية في خبز الكعكة هو 0.6 ،

لذا، فإنّ الاحتمال بأن لا تنجح في خبز الكعكة هو: $1-0.6=0.4$.

(أ) إذا توجّب على أمٍّ فادية أن تنجح في خبز الكعكة في المرّة الثانية، فهذا يعني أنّ عليها أن تفشل في خبزها في المرّة الأولى:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{تنجح في}\\ \text{المرّة الثانية}\end{array}\right)=P\left(\begin{array}{c}\text{أن لا تنجح}\\ \text{في المرّة الأولى}\end{array}\right)\cdot P\left(\begin{array}{c}\text{أن تنجح في}\\ \text{المرّة الثانية}\end{array}\right)=0.4\cdot 0.6=0.24$$

(ب) كي تشتري أمُّ فادية الكعكة، عليها أن تخبز الكعكة مرّتين وتفشل في كلتيهما:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{أن تشتري}\\ \text{كعكة}\end{array}\right)=P\left(\begin{array}{c}\text{أن لا تنجح في}\\ \text{المرّة الأولى}\end{array}\right)\cdot P\left(\begin{array}{c}\text{أن لا تنجح}\\ \text{في المرّة الثانية}\end{array}\right)=0.4\cdot 0.4=0.16$$

(ج) في هذا البند على أمٍّ فادية أن تنجح في خبز كعكة في المرّة الأولى أو أن لا تنجح في المرّة الأولى وتنجح في المرّة الثانية:

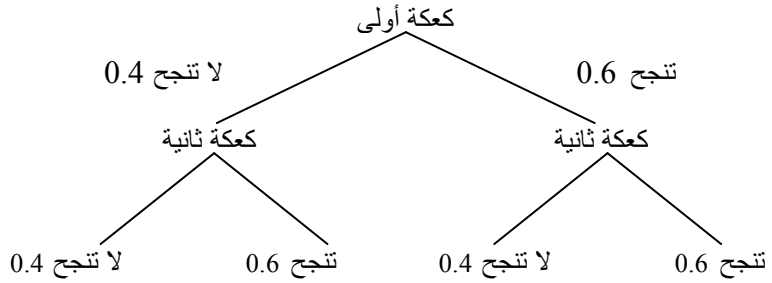
$$P\left(\begin{array}{c}\text{أن تنجح في}\\ \text{خبز الكعكة}\end{array}\right)=P\left(\begin{array}{c}\text{أن تنجح في}\\ \text{المرّة الأولى}\end{array}\right)+P\left(\begin{array}{c}\text{أن لا تنجح}\\ \text{في المرّة الأولى}\end{array}\right)\cdot P\left(\begin{array}{c}\text{أن تنجح في}\\ \text{المرّة الثانية}\end{array}\right)=$$

$$=0.6+0.4\cdot 0.6=0.6+0.24=0.84$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

ملاحظة: يمكن الإجابة عن البنود (أ) – (د) بواسطة الاستعانة بمُخطّط الشجرة التالي:



(2) صفحة 52 سؤال 23 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

معطى كيسان في كلٍّ واحدٍ منهما 15 كرة بثلاثة ألوان: أحمر، أزرق وأصفر.

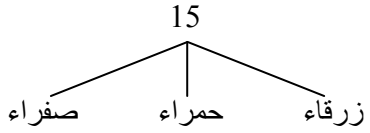
(أ) كم كرة من كلِّ لون يمكن أن نضع في الكيس أ، كي يكون الاحتمال بأن نسحب من هذا الكيس كرة زرقاء هو $\frac{1}{3}$ ؟ (اكتبوا امكانيّة واحدة).

(ب) كم كرة من كلِّ لون يمكن أن نضع في الكيس ب، كي يكون الاحتمال بأن نسحب كرة زرقاء هو $\frac{1}{3}$ والاحتمال بأن نسحب كرة حمراء هو $\frac{2}{5}$ ؟

(ج) اعتمدوا على الجوابين اللذين حصلتم عليهما في البندين (أ) و- (ب) وأجيبوا: نختار عشوائيًّا أحد الكيسين، ومن ثمّ نسحب عشوئيًّا منه كرة واحدة. ما هو الاحتمال بأن يكون لون الكرة التي سحبناها أزرق ؟

الحلّ:

(أ) في الكيس الأوّل 15 كرة بثلاثة ألوان:



حسب المعطى: $P(\text{كرة زرقاء}) = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ ، لذا، في الكيس الأوّل

5 كراتٍ زرقاء و- 10 كراتٍ حمراء وصفراء.

إحدى الامكانيّات التي يمكن ان تكون:

5 كراتٍ زرقاء، 6 كراتٍ حمراء و- 4 كراتٍ صفراء.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) في الكيس الثاني، أيضًا 15 كرة بثلاثة الوان:

حسب المعطى: $P(\text{كرة زرقاء}) = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

$P(\text{كرة حمراء}) = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

من هنا يمكن أن نرى أنّه في الكيس الثاني 5 كراتٍ زرقاء، 6 كراتٍ حمراء و- 4 كراتٍ صفراء $(15 - 5 - 6 = 4)$.

(ج) حسب الناتجين في البندين (أ) و- (ب) ، الاحتمال بأن نسحب كرة زرقاء من الكيس الأوّل أو الكيس الثاني هو:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة}\\ \text{زرقاء}\end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c}\text{أن نسحب من}\\ \text{الكيس الأوّل}\end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c}\text{كرة زرقاء من}\\ \text{الكيس الأوّل}\end{array}\right) +$$

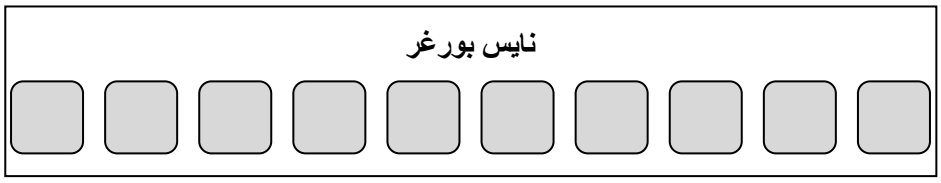
$$+ P\left(\begin{array}{c}\text{أن نسحب من}\\ \text{الكيس الثاني}\end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c}\text{كرة زرقاء من}\\ \text{الكيس الثاني}\end{array}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(3) صفحة 53 سؤال 25 (سؤالٌ مُلائمٌ لسؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

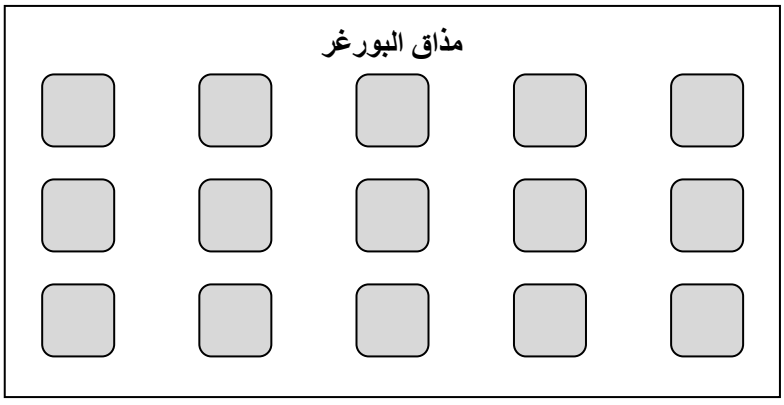
يحصل كلُّ شارٍ في"نايس بورغر" على تذكرة يانصيب، مرسومٌ عليها عشرة مربّعات.
في اثنين من بين هذه المربّعات، أخفوا صورة هامبورغر في كلٍّ واحدٍ منهما.
يكشط الشاري مربّعًا واحدًا ومن ثمّ يكشط مربّعًا ثانيًا.
إذا ظهرت في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني صورة هامبورغر، يكسب الشاري وجبة إضافيّة.



(أ) ما هو احتمال كسْبِ وجبةٍ إضافيّة في "نايس بورغر" ؟

(ب) بعد مرور أسبوعين، افتُتِحَ مطعمٌ منافسٌ "مذاق البورغر" ووزّع على زبائنه تذاكر شبيه: في كلٍّ تذكرة **خمسة عَشَرَ مربّعًا**.
في ثلاثةٍ من المربّعات، أخفوا صورة هامبورغر في كلّ واحدةٍ منها.
يكشط الشاري مربّعًا واحدًا ومن ثمّ يكشط مربّعًا ثانيًا.
إذا ظهرت في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني صورة هامبورغر، يكسب الشاري وجبة إضافيّة .
ما هو احتمال كسْبِ وجبةٍ إضافيّة في "مذاق البورغر" ؟

(ج) بأيٍّ واحدٍ من بين المطعمين المذكورين، احتمال كسْبِ وجبةٍ إضافيّة، أكبر ؟



حلّ السؤال في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

الحلّ:

(أ) في تذكرة "نايس بورغر" 10 مربّعاتٍ، وفي اثنين منها أخفوا صورة هامبورغر.
يكشط الشاري مربّعًا واحدًا ومن ثمّ يكشط مربّعًا ثانيًا، ويكسب وجبة إضافيّة إذا ظهرت في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني صورة هامبورغر.

$$P\left(\begin{array}{c}\text{أن يكسب}\\ \text{وجبة إضافيّة}\end{array}\right)=P\left(\begin{array}{c}\text{صورة هامبورغر}\\ \text{في المربّع الأوّل}\end{array}\right)\cdot P\left(\begin{array}{c}\text{صورة هامبورغر}\\ \text{في المربّع الثاني}\end{array}\right)=\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{45}$$

ملاحظة: الاحتمال بأن تظهر صورة هامبورغر في المربّع الأوّل الذي يكشطه الشاري هو: $P(\text{صورة في المربّع الأوّل})=\frac{2}{10}$.
إذا ظهرت في الكشط الأوّل صورة هامبورغر، عندها يكون قد بقي مربّعٌ واحدٌ فقط عليه صورة هامبورغر، وعدد المربّعات التي بقيت هو 9 .
لذا، الاحتمال بأن نكشط في المرّة الثانية صورة هامبورغر هو 1 من 9،
أي: $P(\text{صورة في المربّع الثاني})=\frac{1}{9}$.
الاحتمال بأن يقع هذان الحدثان مساوٍ لحاصل ضرب ناتجَيِ احتماليْهِما.

(ب) في المطعم المُنافس "مذاق البورغر" يحصل الشاري على تذكرة عليها خمسة عشر مربّعًا. في ثلاثة من بينها "أخفوا" في كلٍّ منها صورة هامبورغر.
يحصل الشاري على وجبة هامبورغر إضافيّة إذا ظهرت صورة هامبورغر في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني.
الاحتمال بأن تظهر صورة هامبورغر في المربّع الأوّل:

$$P(\text{صورة في المربّع الأوّل})=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

إذا ظهرت صورة هامبورغر في المربّع الأوّل، عندها يكون قد بقي مربّعان اثنان من بين 14 مُربّعًا، عليهما صورة هامبورغر لذا:

$$P(\text{صورة في المربّع الثاني})=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$$

يتبع في الصفحة التالية ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

الاحتمال بأن يكسب الشاري وجبة هامبورغر إضافيّة هو:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{أن يكسب}\\ \text{وجبة إضافيّة}\end{array}\right)=P\left(\begin{array}{c}\text{صورة هامبورغر}\\ \text{في المربّع الأوّل}\end{array}\right)\cdot P\left(\begin{array}{c}\text{صورة هامبورغر}\\ \text{في المربّع الثاني}\end{array}\right)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{35}$$

(ج) في مطعم "مذاق البورغر"، الاحتمال بأن يكسب الشاري وجبة إضافيّة أكبر، لأنّ $\frac{1}{35}>\frac{1}{45}$.

(عند وجود كسرين لهما بسطان متساويان فإنّ الكسر الأكبر هو الكسر الذي مقامه أصغر).

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (21) في المُجمّع (سنة 2012)

تخبز أمُّ مروة كلّ سنةٍ كعكة لعيد الميلاد.

الاحتمال بأن تنجح في خبز الكعكة هو 0.7 .

إذا لم تنجح في خبز الكعكة في المرّة الأولى، تخبز كعكة ثانية.

إذا لم تنجح في خبز الكعكة الثانية، تذهب وتشتري كعكة.

(أ) ما هو الاحتمال بأن تنجح أمُّ مروة في خبز كعكة فقط في المرّة الثانية ؟

(ب) تحتفل مروة بعيد ميلادها. ما هو الاحتمال بأن تشتريَ أمُّها كعكة بمناسبة عيد ابنتها ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن تنجح أمُّ مروة في خبز كعكة ؟

(2) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (24) في المُجمّع (سنة 2012)

شركتان يمكنهما أن تتقدما إلى مُناقصةٍ لبناء حيٍّ جديد : شركة أ وشركة ب.

الاحتمال بأن تتقدّم الشركة أ إلى المناقصة هو 0.7 .

الاحتمال بأن تتقدّم الشركة ب إلى المناقصة يتعلّق بقرار الشركة أ.

إذا تقدّمت الشركة أ إلى المناقصة، فإنّ الاحتمال بأن تتقدّم الشركة ب إلى المناقصة هو 0.4 .

إذا لم تتقدّم الشركة أ إلى المناقصة، فإنّ الاحتمال بأن تتقدّم الشركة ب إلى المناقصة هو 0.9.

(أ) ما هو الاحتمال بأن تتقدّم كلتا الشركتين إلى المناقصة ؟

(ب) ما هو الاحتمال بأن تتقدّم الشركة أ إلى المناقصة وأن لا تتقدّم الشركة ب إلى المناقصة ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن تتقدم **فقط** إحدى الشركتين إلى المناقصة ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(3) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (22) في المُجمّع (سنة 2012)

20% من القطارات في دولةٍ معيّنةٍ تخرج متأخّرة.

80% من القطارات التي تخرج متأخّرة تصل متأخرة.

معلومٌ أنّه فقط 70% من القطارات التي تخرج في الوقت المُحدّد تصل في الوقت المحدّد.

(أ) ما هو الاحتمال بأن يخرج قطارٌ قي الوقت المحدّد ويصل هدفه متأخّرًا ؟

(ب) ما هو الاحتمال بأن يخرج قطارٌ قي الوقت المحدّد ويصل هدفه في الوقت المحدّد ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن يخرج قطارٌ متأخّرًا ويصل هدفه في الوقت المُحدّد ؟

(د) ما هو الاحتمال بأن يخرج قطارٌ متأخرًا ويصل هدفه مُتأخّرًا ؟

(هـ) ما هو مجموع الاحتمالات الناتجة في البنود (أ) – (د).

اشرحوا معنى الناتج الذي حصلتم عليه.

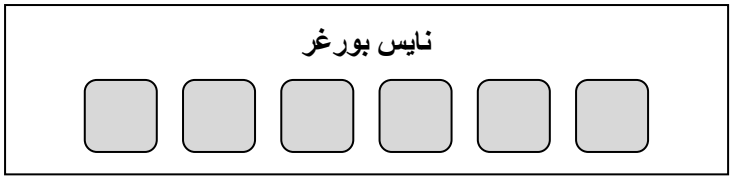
(4) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (25) في المُجمّع (سنة 2012)

يحصل كلُّ شارٍ في"نايس بورغر" على تذكرة يانصيب عليها **ستة مربّعات**.

في اثنين من هذه المربّعات "أخفوا" في كلٍّ منهما صورة هامبورغر.

يكشط الشاري مربّعًا واحدًا ومن ثمّ يكشط مربّعًا ثانيًا.

إذا ظهرت في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني صورة هامبورغر، يكسب الشاري وجبة إضافيّة.



(أ) ما هو احتمال كسب وجبة إضافيّة في مطعم "نايس بورغر" ؟

(ب) بعد مرور أسبوعين، افتُتِحَ مطعمٌ منافسٌ "مذاق البورغر" ووَزّع على زبائنه تذاكر شبيه: في كلٍّ تذكرة **تسعة مربّعات**.

في ثلاثةٍ من المربّعات "أخفوا" في كلٍّ منها صورة هامبورغر.

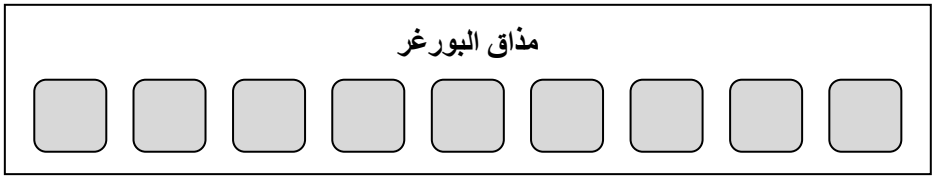
يكشط الشاري مربّعًا واحدًا ومن ثمّ يكشط مربّعًا ثانيًا.

إذا ظهرت في المربّع الأوّل وأيضًا في المربّع الثاني صورة هامبورغر، يكسب الشاري وجبة إضافيّة.

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

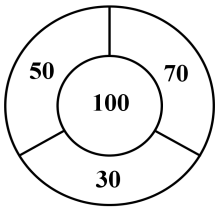
ما هو احتمال كسب وجبة إضافيّة في مطعم "مذاق البورغر" ؟



(ج) بأيٍّ واحدٍ من بين هذين المطعمين يكون احتمال كسب وجبة إضافيّة أكبر؟

(5) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (26) في المُجمّع (سنة 2012)

أمامكم لوح لعبٍ لإصابة الهدف مُكوَّنٌ من أربع مناطق، مُسجّلٌ داخل كلّ منطقةٍ رقمٌ (انظروا الرسم).



تُطلقُ سوزان سهمًا مرّة واحدة باتّجاه لوحة اللعب.

الاحتمال بأن تصيب سوزان لوحة اللعب هو 0.7 .

عندما تصيب سوزان لوحة اللعب:

- الاحتمال بأن تصيب منطقة الـ 100 نقطة هو $\frac{1}{3}$.
- الاحتمال بأن تصيب **كلّ واحدةٍ** من المناطق 30 ، 50 و- 70 نقطة هو $\frac{2}{9}$.

(أ) ما هو الاحتمال بأن تصيب سوزان لوحة اللعب وتفوز أيضًا بـ 100 نقطةٍ ؟

(ب) ما هو الاحتمال بأن تصيب سوزان لوحة اللعب وتفوز أيضًا بأقلّ من 100 نقطةٍ ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن تصيب سوزان لوحة اللعب وتفوز أيضًا بأكثر من 50 نقطةٍ ؟

(د) ما هو الاحتمال بأن تفوز سوزان بأقلّ من 100 نقطة أو أن لا تفوز بأيّة نقطة ؟

(6) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (23) في المُجمّع (سنة 2012)

في كلّ واحدٍ من كيسين وضعوا 8 كراتٍ بثلاثة ألوان: أحمر، أزرق وأصفر.

(أ) كم كرة من كلّ لون يمكن أن نضع في الكيس أ، كي يكون احتمال سحب كرة زرقاء من هذا الكيس مساويًا لـ $\frac{1}{4}$ ؟ (سجِّلوا إمكانيّة واحدة).

(ب) كم كرة من كلّ لون يمكن أن نضع في الكيس ب، كي يكون احتمال سحب كرة زرقاء من هذا الكيس مساويًا لـ $\frac{1}{4}$ واحتمال سحب كرة حمراء مساويًا لـ $\frac{1}{2}$ ؟

(ج) اعتمدوا على الإجابات التي حصلتم عليها في البندين (أ) و- (ب) وأجيبوا:
نختار عشوائيًّا أحد الكيسين، ومن ثمَّ نسحب عشوائيًّا منه كرة واحدة.
ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة التي سحبناها زرقاء ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) 0.21 (ب) 0.09
(ج) 0.91

(2) (أ) 0.28 (ب) 0.42
(ج) 0.69

(3) (أ) 0.24 (ب) 0.56
(ج) 0.04 (د) 0.16
(هـ) المجموع 1 ، لأنه في البنود (أ) – (د) تفصيلٌ لكلّ الإمكانيّات حول خروج ووصول القطار (اتّحاد جميع الإمكانيّات هو حدثٌ مؤكّد).

(4) (أ) $\frac{1}{15}$ (ب) $\frac{1}{12}$
(ج) في مطعم "مذاق البورغر".

(5) (أ) $\frac{7}{30}$ (ب) $\frac{7}{15}$
(ج) $\frac{7}{18}$ (د) $\frac{23}{30}$

(6) (أ) مثال: كرتان زرقاوان، 3 كراتٍ حمراء و- 3 كراتٍ صفراء.
(ب) كرتان زرقاوان، 4 كراتٍ حمراء وكرتان صفراوان.
(ج) $\frac{1}{4}$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

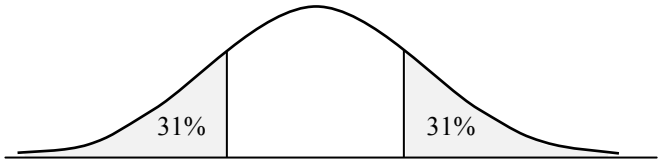
2.3 توزيعٌ طبيعيٌّ

تمارين محلولة

(1) صفحة 61 سؤال 22 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

طول عُمْر بطاريّاتٍ، يتوزّع طبيعيًّا. يُقاس طول عمر البطاريّات بالساعات.

أمامكم رسمٌ بيانيٌّ يصف توزيع طول عمر البطاريّة:



(أ) (i) جدوا معدّل طول عمر البطاريّة.

(ii) جدوا الانحراف المعياريّ.

(ب) 2% من البطاريّات، التي طول عمرها هو الأقلُّ، تُحْسَبُ تالفة.

جدوا طول عمر البطاريّة الذي أقلّ منه تُحْسَبُ البطاريّة تالفة.

(ج) ما هي النسبة المئويّة للبطاريّات التي تعمل أكثر من 213 ساعة ؟

(د) اشترى مصنعٌ 2,000 بطاريّة.

كم من بينها سيعمل أكثر من 213 ساعة ؟

الحلّ:

(أ) **طريقة I :**

طول عمر 31% من البطاريّات هو أكثر من 206.5 ساعة،

لذا، العدد 206.5 يقع فوق المعدّل بنصف انحرافٍ معياريٍّ.

كذلك الأمر، طول عمر 31% من البطاريّات هو أقلّ من 193.5 ساعة،

لذا، العدد 193.5 يقع تحت المعدّل بنصف انحرافٍ معياريٍّ.

نسجِّل هيئة المعادلات التالية:

$$\begin{cases} \overline{x} + \frac{s}{2} = 206.5 \\ \overline{x} - \frac{s}{2} = 193.5 \end{cases}$$

(i) نجمع المعادلتين ونحصل على: $\overline{x} =$ 200 ساعة

(ii) نطرح المعادلتين ونحصل على: $s =$ 13 ساعة

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

طريقة II :

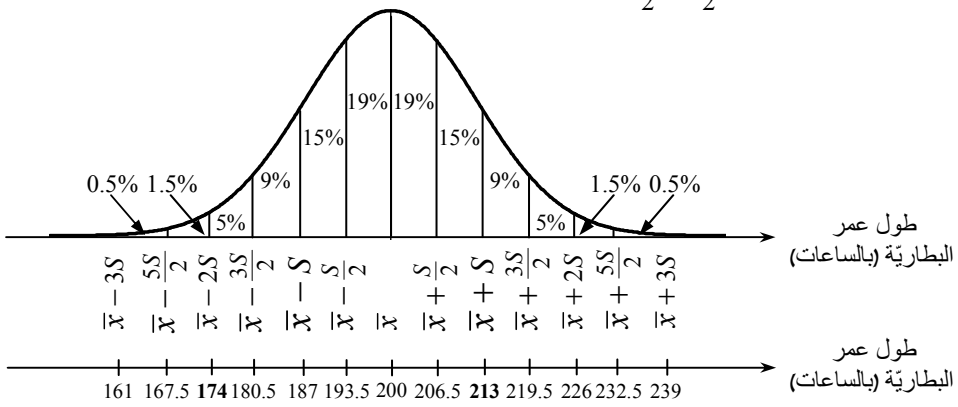
الرسم البيانيُّ للتوزيع الطبيعيِّ مُتماثلٌ بالنسبة للمعدّل، لذا فإنّ معدّل طول عمر البطاريّات يساوي معدّل العددين 193.5 و- 206.5 :

$\overline{x} = \frac{193.5 + 206.5}{2} =$ 200 ساعة

بعدئذٍ، نعوِّض في المعادلة $\overline{x} + \frac{s}{2} = 206.5$ ونجد أنّ الانحراف المعياريَّ هو $s =$ 13 ساعة .

(ب) نرسم الخطّ البيانيَّ اعتمادًا على المعدّل والانحراف المعياريِّ اللذين وجدناهما.

$\frac{s}{2} = \frac{13}{2} =$ 6.5 ساعة



2% من البطاريّات يُحسبُ تالف. طول عمر البطاريّات التالفة أقلّ أو يساوي 174 ساعة (مُشدّدٌ في الرسم).

لذا، 174 ساعة هو طول عمر البطاريّة الذي أقلّ منه تُحْسَبُ البطاريّة تالفة.

(ج) بمكننا أن نرى النسبة المئويّة للبطاريّات التي تعمل أكثر من 213 ساعة من خلال التمعّن بالرسم البيانيِّ للتوزيع الطبيعيِّ :

$9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 16\%$

(د) عدد البطاريّات التي ستعمل أكثر من 213 ساعة هو:

$2,000 \cdot 0.16 = 320$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(2) صفحة 61 سؤال 23 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

مجموعة من الأعداد تتوزّع طبيعيًّا.

معلومٌ أنّ العدد 80 أكبر من معدّل الأعداد بانحرافين معياريّين

ومعلومٌ أيضًا أنّ 2% من الأعداد أقلّ من العدد 40 .

(أ) (i) احسبوا معدّل مجموعة الأعداد.

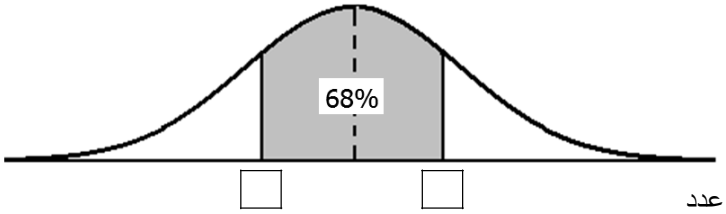
(ii) احسبوا الانحراف المعياريّ لمجموعة الأعداد.

(ب) ما هو العدد الأصغر الذي 84% من الأعداد أكبر منه ؟

(ج) في الرسم الذي أمامكم، المساحة الملوّنة مُتماثلة بالنسبة للمعدّل.

بين أيِّ عددين تقع 68% من الأعداد الأقرب إلى المعدّل

(انظروا الرسم) ؟



<u>الحلّ</u>:

(أ) حسب المعطيات التي في الرسم البيانيِّ للتوزيع الطبيعيِّ،

العدد 80 يناسب $\overline{x}+2s$ ،

والعدد 40 يناسب $\overline{x}-2s$ (2% أقلّ منه).

أي، هيئة المعادلات المناسبة للمعطيات هي:

$$\begin{cases} \overline{x}+2s=80 \\ \overline{x}-2s=40 \end{cases}$$

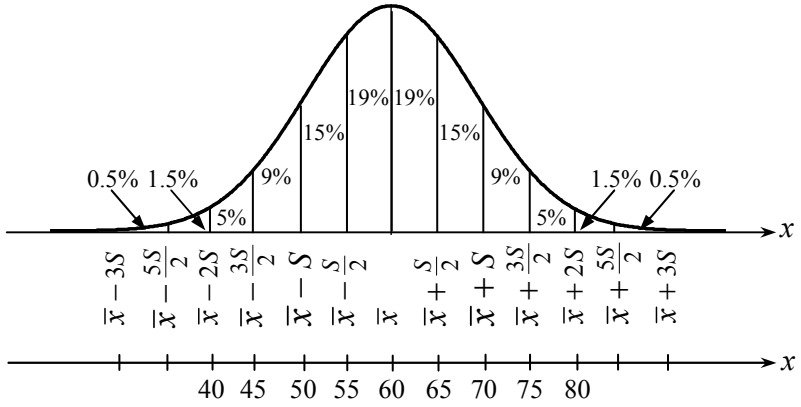
حلّا الهيئة هما:

(i) $\overline{x}=60$ (ii) $s=10$

والآن يمكننا أن نكمل الرسم البيانيَّ للتوزيع الطبيعيِّ:

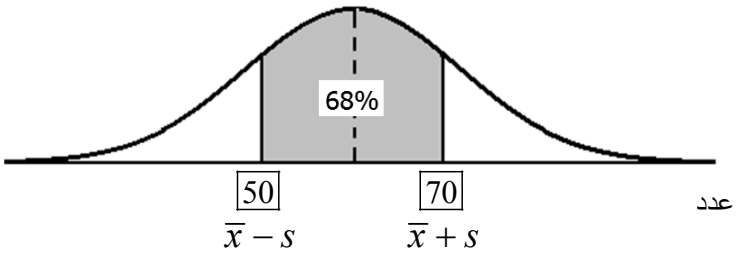
يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**



(ב) العدد الذי 84% من الأعداد أكبر منه يناسب العدد الأصغر من المعدّل بانحرافٍ معياريٍّ واحدٍ: $x=\bar{x}-s=60-10=50$

(ג)



68% من مساحة جرس غاوس يقع بين $\bar{x}-s$ و- $\bar{x}+s$.

لذا، العدد الأيسر هو: $\bar{x}-s=60-10=50$

والعدد الأيمن هو: $\bar{x}+s=60+10=70$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

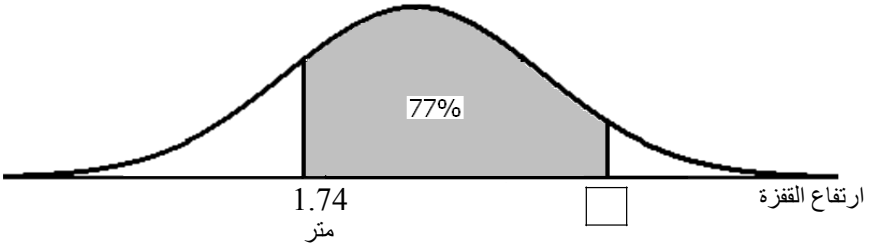
(3) صفحة 62 سؤال 25 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

تتوزّع إنجازات مجموعة من الأولاد في القفز إلى الأعلى طبيعيًّا بمعدّل 1.8 متر.

ارتفاع قفزة 99.5% من الأولاد أقلّ من 1.95 متر.

(أ) احسبوا الانحراف المعياريَّ لارتفاع القفزة.

(ب) استعينوا بالمعطيات الظاهرة على الرسم البيانيِّ وأكملوا ارتفاع القفزة الناقص.



الحلّ:

(أ) ارتفاع قفزة 99.5% من الأولاد كان أقلّ من 1.95 متر، لذا:

$$1.95 = \overline{x} + \frac{5s}{2}$$

$$1.95 = 1.8 + \frac{5s}{2}$$

$$0.15 = 2.5s \quad / : 2.5$$

$$s = 0.06$$

الانحراف المعياريُّ هو 0.06 متر.

(ب) بما أنّ $\overline{x} = 1.8$ متر و- $s = 0.06$ متر ، فإنّ العدد 1.74 متر، يُمثل ارتفاعًا أقلّ من المعدّل بانحرافٍ معياريٍّ واحدٍ ($\overline{x} - s$).

77% من كلِّ القفزات يناسب النسبة المئويّة للقفزات المُمَثلة في الرسم، من $\overline{x} - s$ وحتّى $\overline{x} + \frac{3s}{2}$.

بما أنّ الـ 77% مُكوّنة من $9\% + 15\% + 19\% + 19\% + 15\%$ ، فإنّ الارتفاع الناقص هو:

$$x = \overline{x} + \frac{3s}{2} = 1.8 + \frac{3 \cdot 0.06}{2} = 1.89 \text{ متر}$$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (9) في المُجمّع (سنة 2012)

تتوزّع علامات امتحان في مدرسة كبيرة طبيعيًّا.
معدّل العلامات هو 74 .
20% من التلاميذ حصلوا على علامة أقلّ من 68 .

(أ) تقدّم إلى الامتحان 490 تلميذا.
استنادًا على هذا المعطى، ما هو التقدير الذي يمكن أن نستنتجه حول عدد التلاميذ الذين حصلوا على علامة أقلّ من المعدّل لكن، أعلى من 68 ؟ علّلوا.

(ب) نختار لمُسابقةٍ 20% من التلاميذ ذوي العلامات الأعلى.
ما هي العلامة الأقلّ اللازمة، كي يشترك تلميذ في المُسابقة ؟ علّلوا.

(2) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (14) في المُجمّع (سنة 2012)

يتوزّع قطر حبّة بنادورة شيري طبيعيًّا. القطر المنوال هو 1.6 سم.
ثُلث حبّات البنادورة هي ذوات قطرٍ أكبر من 2 سم.

(أ) من بين ثُلث حبّات البنادورة الأصغر قطرًا، ما هو قطر حبّة البنادورة الأكبر ؟ علّلوا.

(ب) ما هو الاحتمال بأن نختار عشوائيًّا حبّة بنادورة قطرها أكبر من 1.2 سم لكن، أصغر من المعدّل ؟

(3) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (18) في المُجمّع (سنة 2012)

يتوزّع وزن كميّة من البيض طبيعيًّا بمعدّل 58 غرامًا.
16% من كلّ كميّة البيض ثقيل وتزن كلُّ بيضة أكثر من 64 غرامًا. يُرزم هذا البيض (الثقيل) على حدةٍ.

(أ) جدوا الانحراف المعياريّ لتوزيع وزن البيض.

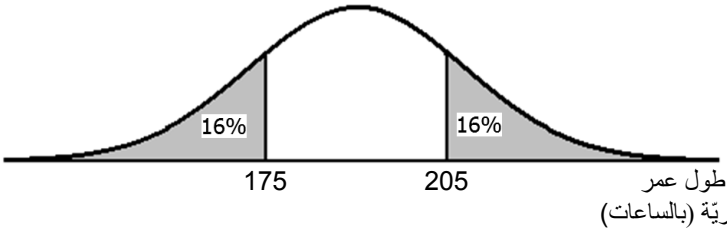
(ب) جدوا الاحتمال بأن يكون وزن بيضة اختيرت عشوائيًّا من بين البيض أعلاه أقلّ من 52 غرامًا.

(ج) اشرحوا لماذا النسبة المئويّة للبيض الذي يزيد وزنه عن 61 غرامًا مُماثلة للنسبة المئويّة للبيض الذي يزن أقلّ من 55 غرامًا ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (22) في المُجمّع (سنة 2012)

يتوزّع طول عمر بطاريّاتٍ طبيعيًّا. يُقاس طول العمر بالساعات.
أمامكم رسمٌ بيانيٌّ يصف توزيع طول عمر البطاريّة :



(أ) (*i*) جدوا معدّل طول عمر البطاريّة.
(*ii*) جدوا الانحراف المعياريّ.

(ب) 2% من البطاريّات التي طول عمرها هو الأقلُّ، تُحْسَبُ تالفة.
جدوا طول عمر البطاريّة الذي أقلّ منه تُحسب البطارية تالفة.

(ج) ما هي النسبة المئويّة للبطاريّات التي تعمل أكثر من 212.5 ساعة ؟

(د) اشترى مصنعٌ 1,000 بطاريّة.
كم من بينها من المتوقع أن يعمل أكثر من 212.5 ساعة ؟

(5) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (19) في المُجمّع (سنة 2012)

يتوزّع منتوج الحليب اليوميّ طبيعيًّا. معلومٌ أنّ 16% من البقرات تنتج أقلّ من 18 لترًا في اليوم، و-2% من البقرات تنتج أقلّ من 8 لترات في اليوم.

(أ) احسبوا المعدّل والانحراف المعياريّ لمنتوج الحليب اليوميّ للبقرات.

(ب) ما هي النسبة المئويّة للبقرات التي تنتج أكثر من 28 لترًا ؟

(ج) ما هي النسبة المئويّة للبقرات التي تنتج أكثر من 13 لترًا ؟

(6) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (23) في المُجمّع (سنة 2012)

تتوزّع مجموعة أعدادٍ طبيعيًّا.
معلومٌ أنّ العدد 45 أكبر من معدّل الأعداد بانحرافين معياريين، و-2% من الأعداد، أصغر من العدد 25 .

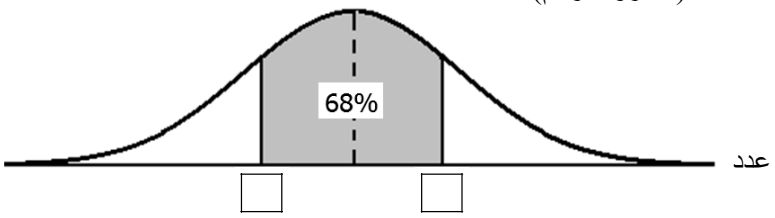
(أ) (*i*) احسبوا معدّل مجموعة الأعداد.
(*ii*) احسبوا الانحراف المعياريّ لمجموعة الأعداد.

تتمّة السؤال في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) ما هو العدد الأصغر الذي 84% من الأعداد أكبر منه ؟

(ج) في الرسم البيانيّ الذي أمامكم، المساحة الملوّنة مُتماثلة بالنسبة للمعدّل.
بين أيّ عددين يقع 68% من الأعدادِ الأقربِ إلى
المعدّل (انظروا الرسم) ؟

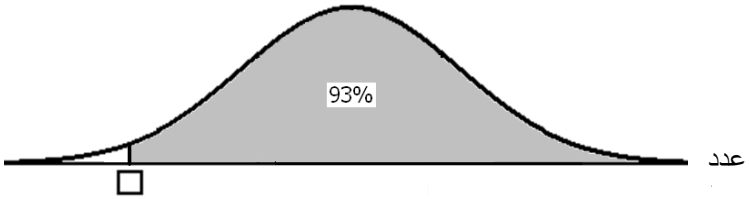


(7) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (24) في المُجمّع (سنة 2012)

أطوال مجموعة من الأولاد، يتوزّع طبيعيًّا.
أطوال 69% من الأولاد أقلّ من 176 سم.
أطوال 69% من الأولاد أكثر من 168 سم.

(أ) (*i*) احسبوا معدّل أطوال الأولاد.
(*ii*) احسبوا الانحراف المعياريّ لأطوال الأولاد.

(ب) (*i*) أكملوا العدد الناقص في الرسم.
(*ii*) ما هو مفهوم هذا العدد استنادًا على المعطيات التي في الرسم ؟

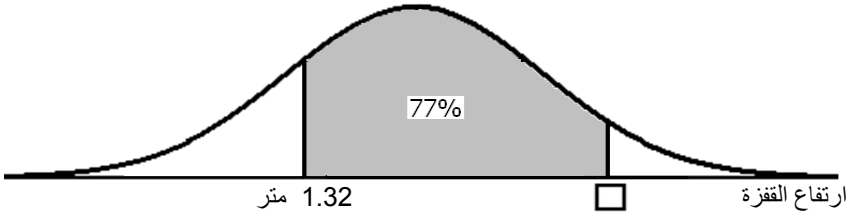


(8) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (25) في المُجمّع (سنة 2012)

تتوزّع انجازات مجموعةٍ من الأولاد في القفز إلى الأعلى طبيعيًّا بمعدّل 1.4 متر.
ارتفاع القفزة لـ 99.5% من الأولاد أقلّ من 1.6 متر.

(أ) احسبوا الانحراف المعياريّ لارتفاع القفزة.

(ب) استعينوا بالمعطيات الظاهرة على الرسم وأكملوا ارتفاع القفزة الناقص.



© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

أجوبة نهائيّة

(1) (أ) 147 تلميذا، لأنّه معطى أنّ 30% من 490 تلميذا.

(ب) 80 ، لأنّ الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ مُتماثلٌ بالنسبة للمعدّل.

(2) (أ) 1.2 سم، لأنّ الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ مُتماثلٌ بالنسبة للمعدّل.

(ب) $\frac{1}{6}$

(3) (أ) 6 غرامات. (ب) 0.16 (16%)

(ج) لأنّ الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ مُتماثلٌ بالنسبة للمعدّل.

(4) (أ) (i) 190 ساعة. (ii) 15 ساعة.

(ب) 160 ساعة. (ج) 7%

(د) 70 بطاريّة.

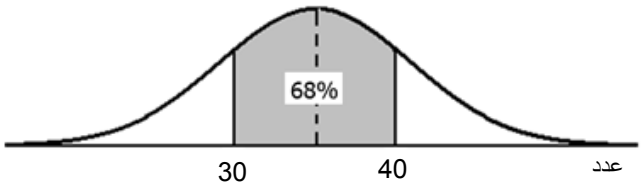
(5) (أ) $\overline{x} = 28$ لترًا في اليوم $s = 10$ لترات لليوم.

(ب) 50% (ج) 93%

(6) (أ) (i) 35 (ii) 5

(ب) 30

(ج) المفهوم: بين 30 و- 40 يقع 68% من الأعداد الأقرب إلى المعدّل.



(7) (أ) (i) 172 سم. (ii) 8 سم.

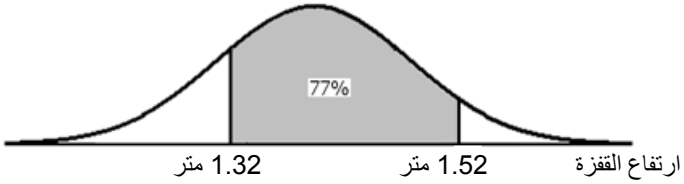
(ب) (i)

(ii) المفهوم: 93% من الأولاد في المجموعة، أطوالهم أكثر من 160 سم.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(8) (أ) 0.08 متر.

(ب)



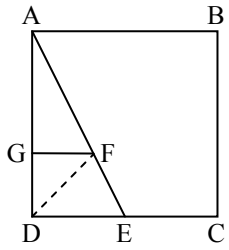
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

3 حساب المثلثات

3.1 حساب المثلثات في المستوى

تمارين محلولة

(1) صفحة 69 سؤال 19 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع في سنة 2012)



معطى المربّع $ABCD$ الذي فيه $AB = 12$ سم.

E هي وسط القطعة DC.

(أ) احسبوا زوايا المثلث ADE.

(ب) احسبوا طول القطعة AE.

F هي نقطة تقع على AE و- G هي نقطة على AD ،

بحيث يتحقق $GF \parallel DE$. معطى: $GF = 4\frac{1}{4}$ سم.

(ج) احسبوا طول FE.

(د) احسبوا مساحة المثلث DFE.

الحلّ:

(أ) بما أنّ الشكل الرباعيّ $ABCD$ مربّع، فإنّ $AB = DC = AD = 12$ سم.

معطى أنّ E هي وسط القطعة DC و- $AB = 12$ سم

ولذا فإنّ $DE = EC = 6$ سم.

نتأمّل المثلث ADE : $\tan \measuredangle DAE = \frac{DE}{AD} = \frac{6}{12}$

$\measuredangle DAE = 26.57°$

$\measuredangle AED = 90° - \measuredangle DAE = 90° - 26.57° = 63.43°$

$\measuredangle ADE = 90°$

(ب) استنادًا على نظريّة فيثاغوروس: $AE^2 = AD^2 + DE^2$

$AE = \sqrt{12^2 + 6^2} = 13.42$ سم

(ج) نجد القطعة AF من المثلث القائم الزاوية AGF.

$\sin 26.57° = \frac{4\frac{1}{4}}{AF}$

$AF = \frac{4\frac{1}{4}}{\sin 26.57°} = 9.5$ سم

$FE = AE - AF = 13.42 - 9.5 = 3.92$ سم

يتبع في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(د) نجد مساحة المثلث DFE بواسطة طرح مساحة المثلث AFD من مساحة المثلث ADE.

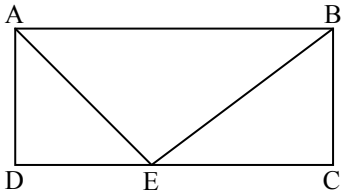
$$S_{\Delta ADE} = \frac{AD \cdot DE}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ سم}^2$$

$$S_{\Delta AFD} = \frac{AD \cdot GF}{2} = \frac{12 \cdot 4\frac{1}{4}}{2} = 25.5 \text{ سم}^2$$

$$S_{\Delta DFE} = S_{\Delta ADE} - S_{\Delta AFD} = 36 - 25.5 = 10.5 \text{ سم}^2$$

(2) صفحة 70 سؤال 23 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع في سنة 2012)

معطى المستطيل ABCD .



AE هو منصّف الزاوية DAB.

مساحة المثلث ADE هي 12.5 سم^2.

طول القطعة EC هو 6 سم.

(أ) (i) احسبوا زوايا المثلث ADE.

(ii) احسبوا أطوال أضلاع المستطيل ABCD.

(ب) احسبوا زوايا المثلث BEC.

الحلّ:

(أ) (i) معطى أنّ AE هو منصّف الزاوية DAB.

نشير: $\measuredangle DAE = \measuredangle EAB = \alpha$. حسب المعطى فإنّ $\measuredangle D = 90°$.

$\measuredangle EAB = \measuredangle AED = \alpha$ هما زاويتان متبادلتان بين مستقيمين متوازيين (لأنه في المستطيل، كلُّ ضلعين متقابلين هما متوازيان).

لذا فإنّ $\measuredangle DAE = \measuredangle AED = \alpha$ ، ومن هنا فإنّ المثلث ADE هو مثلثٌ متساوي الساقين: $\measuredangle DAE = \measuredangle AED = \frac{90°}{2} = 45°$

$AD = DE$

حسب المعطى، $S_{\Delta ADE} = 12.5 \text{ سم}^2$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{AD \cdot DE}{2}$$

لذا: $AD = DE$ ،

$$12.5 = \frac{AD^2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$25 = AD^2$$

$$AD = 5 \text{ سم}$$

يتبع في الصفحة التالية ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(*ii*) أضلاع المستطيل هي:

$AD = 5$

$DC = DE + EC = 5 + 6 =$ 11 سم

(ب) نتأمّل المثلث BEC :

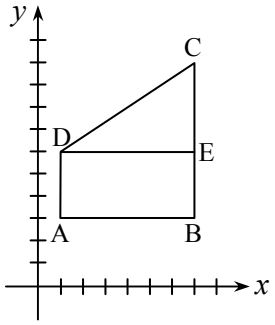
$\measuredangle C = 90°$

$\tan \measuredangle BEC = \frac{BC}{EC} = \frac{5}{6}$

$\measuredangle BEC = 39.81°$

$\measuredangle EBC = 90° - 39.81° = 50.19°$

(3) صفحة 71 سؤال 26 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع في سنة 2012)



في هيئة المحاور معطى شبه المنحرف ABCD.

رؤوس شبه المنحرف هي: $A(1,3)$ ، $B(7,3)$ ، $C(7,10)$ ، $D(1,6)$ (انظروا الرسم).

DE هو ارتفاع شبه المنحرف.

(أ) (*i*) جدوا طولَي قاعدتَي شبه المنحرف AD و- BC .

(*ii*) جدوا ارتفاع شبه المنحرف DE.

(*iii*) احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD.

(ب) احسبوا مقدار الزاوية الحادّة في شبه المنحرف ($\measuredangle C$).

<u>الحلّ</u>:

(أ) (*i*) طولَي قاعدتَي شبه المنحرف ABCD هما:

$AD = y_D - y_A = 6 - 3 = 3$ ، لأنّ $x_D = x_A$

$BC = y_C - y_B = 10 - 3 = 7$ ، لأنّ $x_C = x_B$.

(*ii*) $x_E = x_C = x_B = 7$ ، لأنّ القطعة CB توازي المحور y.

$y_E = y_D = 6$ ، لأنّ $DE \perp CB$ لذا، DE يوازي المحور x.

أي: $E(7,6)$.

$DE = x_E - x_D = 7 - 1 = 6$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot DE}{2} \qquad (iii)$$

$$S_{ABCD} = \frac{(3+7) \cdot 6}{2} = 30$$

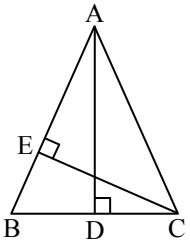
(ب) $CE = y_C - y_E = 10 - 6 = 4$ ، لأنّ $x_C = x_E$.

في المثلث القائم الزاوية DCE: $\tan \measuredangle C = \frac{DE}{CE} = \frac{6}{4}$

$$\measuredangle C = 56.31°$$

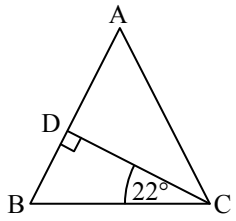
تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (6) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



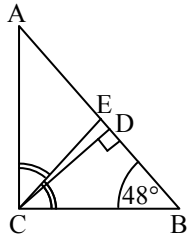
في مثلثٍ متساوي الساقين ABC ($AB = AC$)،
مقدار زاوية القاعدة هو 55° ، وطول الارتفاع AD
على القاعدة BC هو 12 سم (انظروا الرسم).
(أ) احسبوا طول القاعدة BC.
(ب) ما هو طول الارتفاع على الساق (ما هو CE) ؟

(2) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (5) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



في مثلثٍ متساوي الساقين ABC ($AC = AB$)،
يصنع الارتفاع على الساق زاوية مقدارها 22° مع قاعدة المثلث.
طول القاعدة هو 15 سم.
(أ) احسبوا زوايا المثلث ABC.
(ب) احسبوا النسبة بين الساق AB والقاعدة BC.

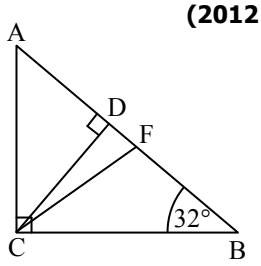
(3) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (3) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



في المثلث القائم الزاوية ABC ($\measuredangle ACB = 90°$)
معطى: $\measuredangle CBA = 48°$ (انظروا الرسم).
طول الارتفاع على الوتر CD هو 9 سم.
CE هو منصّف الزاوية القائمة في المثلث.
(أ) احسبوا مقدار الزاوية CED.
(ب) ما هي مساحة المثلث CED ؟

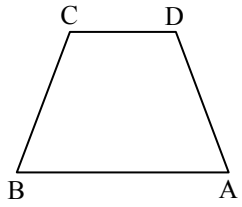
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (4) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



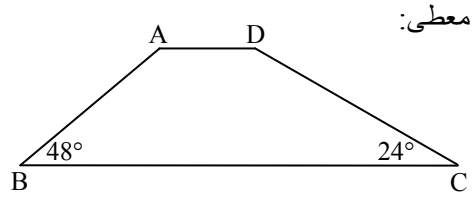
في المثلث القائم الزاوية ABC ($\measuredangle ACB = 90°$)
معطى: $\measuredangle CBA = 32°$.
طول القائم الذي يقابل هذه الزاوية هو 10 سم $= AC$
(انظروا الرسم). CF هو المستقيم المتوسّط
على الوتر، و- CD هو الارتفاع على الوتر.
(أ) احسبوا طول الوتر AB.
(ب) احسبوا طول القطعة CD.
(ج) احسبوا طول القطعة AD.
(د) ما هي مساحة المثلث CDF ؟

(5) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (10) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



في شبه منحرفٍ متساوي الساقين ($AB \parallel CD$)،
طول القاعدة CD هو 15 سم (انظروا الرسم).
القاعدة AB أكبر بـ 20% من القاعدة CD.
الساق AD أصغر بـ 12% من القاعدة CD.
(أ) احسبوا طول القاعدة AB.
(ب) احسبوا طول الساق AD.
(ج) احسبوا مقدار الزاوية الحادّة في شبه المنحرف.

(6) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (15) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

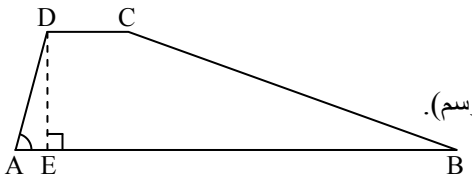


في شبه المنحرف ABCD ($AD \parallel BC$) معطى:
20 سم $= AB$ ، $\measuredangle ABC = 48°$ ،
$\measuredangle BCD = 24°$ (انظروا الرسم).
(أ) احسبوا ارتفاع شبه المنحرف.
(ب) احسبوا طول الساق DC.
(ج) معطى: 9 سم $= AD$.
(i) احسبوا محيط شبه المنحرف.
(ii) احسبوا مساحة شبه المنحرف.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(7) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (14) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

في شبه المنحرف $ABCD$ ($AB \parallel CD$) معطى:

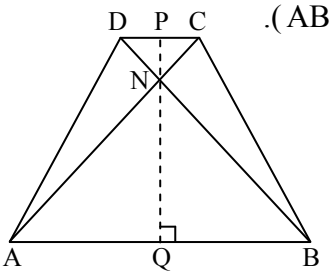


$AD =$ 8 سم ، $DC =$ 5 سم ،
$CB =$ 15 سم ، $\measuredangle DAB = 68°$ ،
DE هو ارتفاع شبه المنحرف (انظروا الرسم).

(أ) جدوا طول ارتفاع شبه المنحرف.
(ب) جدوا طول القطعة AE.
(ج) جدوا مقدار الزاوية CBA.
(د) جدوا طول القاعدة الكبرى AB.
(هـ) احسبوا مساحة شبه المنحرف.
(و) جدوا مقدار الزاوية DBA.

(8) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (16) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

معطى شبه المنحرف المتساوي الساقين $ABCD$ ($AB \parallel CD$).
يلتقي قطرا شبه المنحرف في النقطة N . PQ هو ارتفاع شبه المنحرف ويمرّ عبر النقطة N (انظروا الرسم).

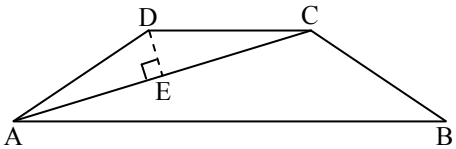


معطى: $DN = NC =$ 8 سم ، $NQ =$ 9 سم ،
$AN = NB =$ 12 سم (انظروا الرسم).

(أ) جدوا مقدار الزاوية NAQ.
(ب) جدوا طول القطعة PN.
(ج) جدوا طول القاعدة الكبرى AB.
(د) جدوا طول القاعدة الصغرى.
(هـ) احسبوا مساحة شبه المنحرف.

(9) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (17) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

في شبه المنحرف المتساوي الساقين $ABCD$ ($AB \parallel CD$)،
معطى أنّ طول الساق مساوٍ لطول القاعدة الصغرى DC ، $AC =$ 30 سم ،
$AD =$ 16 سم (انظروا الرسم).
DE هو ارتفاعٌ في المثلث ADC.



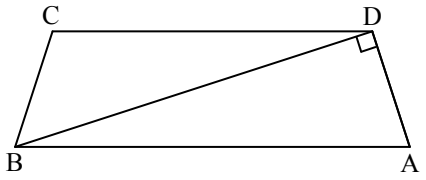
تتمّة السؤال في الصفحة التالية ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(أ) جدوا زوايا المثلث ADC.
(ب) جدوا زوايا شبه المنحرف ABCD.
(ج) جدوا مقدار الزاوية ACB.
(د) احسبوا مساحة المثلث ACB.
(هـ) جدوا مساحة شبه المنحرف.

(10) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (18) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

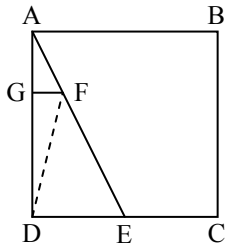
في شبه المنحرف المتساوي الساقين ABCD ($AB \parallel CD$)،
مقدار الزاوية التي بجانب القاعدة الكبرى هو $68°$
وطول الساق هو 14 سم. قطر شبه المنحرف
يصنع زاوية قائمة مع الساق (انظروا الرسم).



(أ) احسبوا طول القاعدة الكبرى.
(ب) احسبوا مساحة المثلث ABD.
(ج) احسبوا طول القاعدة الصغرى.
(د) احسبوا مساحة شبه المنحرف.
(هـ) احسبوا مساحة المثلث BCD.

(11) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (19) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

معطى مربّعٌ ABCD فيه $AB = 8$ سم.
E هي وسط الضلع DC.

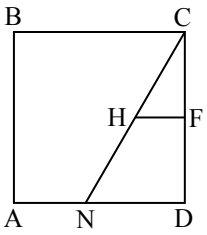


(أ) احسبوا زوايا المثلث ADE.
(ب) احسبوا طول القطعة AE.

F هي نقطة تقع على AE و- G هي نقطة تقع على AD ،
بحيث يتحقّق $GF \parallel DE$. معطى: $1\frac{1}{3}$ سم $= GF$.
(ج) احسبوا طول FE.
(د) احسبوا مساحة المثلث DFE.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

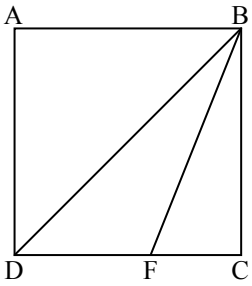
(12) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (20) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



معطى المربّع ABCD. طول ضلع المربّع هو 15 سم.
النقطة N ، تقع على الضلع AD بحيث يتحقّق 8 سم = AN .
(أ) احسبوا مقادير زوايا المثلث CND.

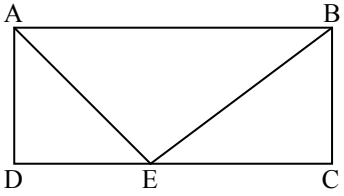
F هي وسط الضلع CD.
H هي نقطة تقع على CN بحيث يتحقّق FH || ND .
(ب) احسبوا طول HF.
(ج) احسبوا طول NH.

(13) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (21) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



معطى المربّع ABCD .
النقطة F تقع على الضلع DC.
معلومٌ أنّ 3 سم = FC .
مساحة المثلث BFC تساوي 21 سم^2
(انظروا الرسم).
(أ) جدوا طول ضلع المربّع.
(ب) جدوا طول قطر المربّع BD.
(ج) جدوا مقادير زوايا المثلث BFC.
(د) جدوا مساحة المثلث BFD.

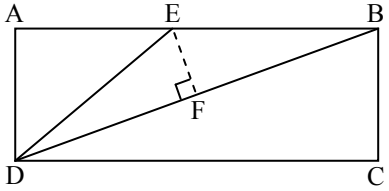
(14) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (23) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



معطى المستطيل ABCD.
AE هو منصّف الزاوية DAB.
مساحة المثلث ADE هي 8 سم^2.
طول القطعة EC هو 6 سم.
(أ) (i) احسبوا مقادير زوايا المثلث ADE.
(ii) جدوا أطوال أضلاع المستطيل ABCD.
(ب) احسبوا مقادير زوايا المثلث BEC.

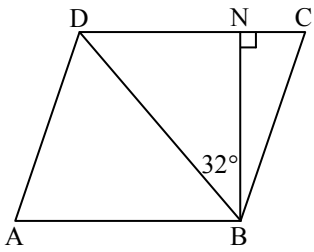
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(15) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (22) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



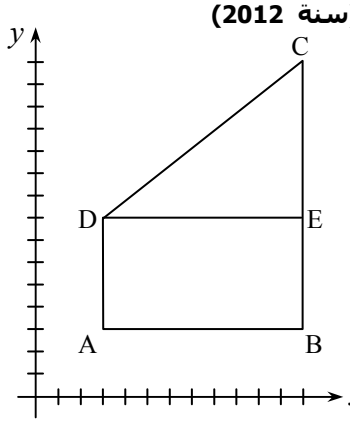
معطى المستطيل ABCD الذي أطوال أضلاعه:
18 سم = AB ، 6 سم = AD .
BD هو أحد قطرَي المستطيل.
النقطة E ، تقع على الضلع AB ،
بحيث يتحقق أنّ المثلث AED متساوي الساقين.
(أ) جدوا مقدار الزاوية ∠BDC .
(ب) احسبوا مقادير زوايا المثلث DEB.
(ج) احسبوا مساحة المثلث DEB.
(د) احسبوا طول قطر المستطيل BD.
(هـ) احسبوا الارتفاع EF على الضلع BD في المثلث DEB.

(16) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (24) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



معطى المعين ABCD.
ارتفاع المعين BN ، يساوي 15 سم.
قطر المعين BD ، يصنع زاوية مقدارها 32°
مع الارتفاع BN (∠DBN = 32°).
(أ) احسبوا طول القطر BD.
(ب) احسبوا مقادير زوايا المثلث BDC.
(ج) احسبوا طول ضلع المعين.

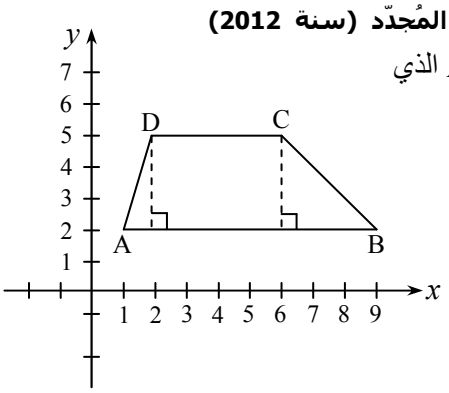
(17) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (26) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



معطى في هيئة المحاور شبه المنحرف ABCD.
رؤوس شبه المنحرف هي: A(3,3) ، B(12,3) ،
C(12,15) ، D(3,8) (انظروا الرسم).
DE هو ارتفاعٌ في شبه المنحرف.
(أ) (*i*) جدوا طولَي قاعدتَي شبه
المنحرف AD و- BC .
(*ii*) جدوا ارتفاع شبه المنحرف DE.
(*iii*) احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD.
(ب) احسبوا مقدار الزاوية الحادّة في شبه المنحرف (∠C).

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(18) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (27) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



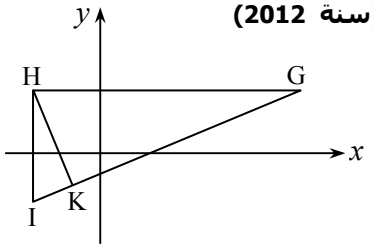
معطى في هيئة المحاور شبه المنحرف ABCD الذي إحداثيّات رؤوسه هي: $A(1,2)$ ، $B(9,2)$ ، $C(6,5)$ ، $D(2,5)$ (انظروا الرسم).

(أ) احسبوا ارتفاع شبه المنحرف.

(ب) احسبوا الزاويتين الحادّتين في شبه المنحرف ($\measuredangle CBA$ و- $\measuredangle DAB$).

(ج) احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD.

(19) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (25) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



النقاط $I(-5,-3)$ ، $H(-5,4)$ ، $G(12,4)$ هي ثلاثة رؤوس المثلث.

HK هو الارتفاع على الضلع GI (انظروا الرسم).

(أ) (*i*) جدوا مقادير زوايا المثلث HGI.

(*ii*) جدوا النسبة بين طول الضلع IK وطول الارتفاع HK.

(ب) (*i*) جدوا مقادير زوايا المثلث HGK .

(*ii*) جدوا النسبة بين طول الارتفاع HK وطول القطعة KG.

أجوبة نهائيّة

ملاحظة: بسبب التقريب خلال الحلّ، يمكن أن تجدوا أحيانا فروقا بين أجوبتكم وبين الأجوبة النهائيّة.

(1) (أ) 16.8 سم. (ب) 13.77 سم.

(2) (أ) 68° ، 68° ، 44° (ب) 1.33 : 1

(3) (أ) 87° (ب) 2.12 سم^2.

(4) (أ) 18.87 سم. (ب) 8.48 سم.

(ج) 5.3 سم. (د) 17.54 سم^2.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(5) (أ) 18 سم. (ب) 13.2 سم.
(ج) $83.48°$

(6) (أ) 14.86 سم. (ب) 36.54 سم.
(ج) (*i*) 121.31 سم. (*ii*) 481.3 سم^2.

(7) (أ) 7.42 سم. (ب) 3 سم.
(ج) $29.64°$ (د) 21.03 سم.
(هـ) 96.56 سم^2. (و) $22.35°$

(8) (أ) $48.59°$ (ب) 6 سم.
(ج) 15.87 سم. (د) 10.58 سم.
(هـ) 198.43 سم^2.

(9) (أ) $20.364°$ ، $20.364°$ ، $139.272°$
(ب) $139.272°$ ، $40.728°$ ، $139.272°$ ، $40.728°$
(ج) $118.91°$ (د) 210.1 سم^2.
(هـ) 293.61 سم^2.

(10) (أ) 37.37 سم. (ب) 242.56 سم^2.
(ج) 26.88 سم. (د) 417.04 سم^2.
(هـ) 174.48 سم^2.

(11) (أ) $63.43°$ ، $90°$ ، $26.57°$ (ب) $\sqrt{80}$ سم $\approx$ 8.94 سم
(ج) 5.96 سم. (د) $10\frac{2}{3}$ سم^2.

(12) (أ) $64.98°$ ، $90°$ ، $25.02°$ (ب) 3.5 سم.
(ج) 8.28 سم.

(13) (أ) 14 سم. (ب) 19.8 سم.
(ج) $77.91°$ ، $12.09°$ ، $90°$ (د) 77 سم^2.

(14) (أ) (*i*) $45°$ ، $45°$ ، $90°$ (*ii*) 4 سم، 10 سم.
(ب) $33.69°$ ، $56.31°$ ، $90°$

(15) (أ) $18.43°$ (ب) $18.43°$ ، $26.57°$ ، $135°$
(ج) 36 سم^2. (د) 18.97 سم.
(هـ) 3.79 سم.

(16) (أ) 17.69 سم. (ب) $58°$ ، $58°$ ، $64°$
(ج) 16.69 سم.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(17) (أ) (*i*) AD = 5 وحدات ، BC = 12 وحدة

(*ii*) DE = 9 وحدات (*iii*) 76.5 وحدات تربيعيّة.

(ب) 52.13°

(18) (أ) 3 وحدات. (ب) 71.565° ، 45° (ج) 18 وحدة تربيعيّة.

(19) (أ) (*i*) 67.62° ، 90° ، 22.38°

(*ii*) 7 : 17 أو 0.41 : 1 أو 1 : 2.43

(ب) (*i*) 67.62° ، 90° ، 22.38°

(*ii*) 7 : 17 أو 0.41 : 1 أو 1 : 2.43

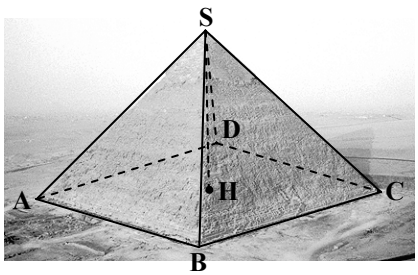
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב׳ 035802**

3.2 حساب المثلثات في الفراغ

تمارين محلولة

(1) صفحة 77 سؤال 20 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

أحد أهرام مصر هو هرمٌ قائمٌ قاعدته هي المُربّعُ ABCD (انظروا الصورة).



طول قطر قاعدة الهرم AC ،
مُساوٍ لـ 362.45 متر.
طول ارتفاع الهرم هو 153 مترًا.

(أ) مشى سائحٌ بمُحاذاة قاعدة الهرم من النقطة A حتّى النقطة B .
ما هو البُعد الذي قطعه ؟

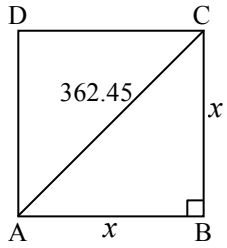
(ب) قرّرَ السائح أن يسير بمُحاذاة محيط قاعدة الهرم.
ما هو البُعد الذي قطعه ؟

(ج) ما هو البُعد بين النقطة C والنقطة S ؟

(د) احسبوا مساحة الوجه الجانبيّ للهرم.

الحلّ:

(أ) علينا أن نجد طول ضلع القاعدة ABCD ،
أي طول ضلع المربّع ABCD.
نتأمّل المربّع ABCD (انظروا الرسم على اليسار).
نشير بـ x إلى طول ضلع المربّع.



حسب نظرية فيثاغوروس:

$$x^2 + x^2 = 362.45^2$$
$$2x^2 = 362.45^2 \quad / : 2$$
$$x^2 = \frac{362.45^2}{2}$$
$$x = \sqrt{\frac{362.45^2}{2}}$$
$$AB = 256.29$$

السائح الذي مشى بمحاذاة طول قاعدة الهرم من النقطة A حتّى النقطة B،
قطع بُعدًا يساوي 256.29 متر.

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) السائح الذي قرّر أن يمشي بمحاذاة محيط قاعدة الهرم، عليه أن يقطع بُعدًا يساوي 4 أضعاف طول ضلع قاعدة الهرم.

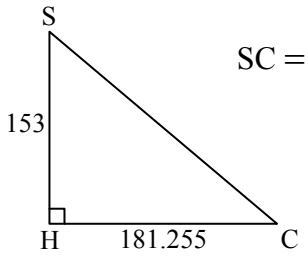
$P_{ABCD} = 4 \cdot 256.29 =$ متر 1,025.16

(ج) في هذا البند علينا أن نجد طول الضلع الجانبيّ SC.

نتأمّل المثلث القائم الزاوية SHC الذي فيه:

153 مترًا $= SH$ ، $SC = \frac{1}{2}AC = \frac{362.45}{2} = 181.225$

حسب نظرية فيثاغوروس:



$$SC^2 = SH^2 + CH^2$$

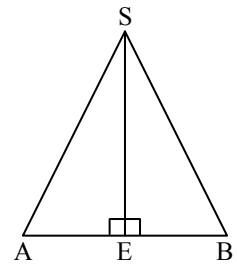
$$SC = \sqrt{153^2 + 181.225^2} = \text{متر } 237.17$$

(د) بما أنّ قاعدة الهرم هي مربّع، فإنّ جميع الأوجه الجانبيّة هي مثلثاتٌ متطابقة.

نجد مساحة الوجه الجانبيّ ASB.

نقيم الارتفاع SE من S على AB ، $SE \perp AB$.

$$S_{\Delta ASB} = \frac{AB \cdot SE}{2}$$



علينا أن نجد SE. نتأمّل المثلث ASE ، الذي يتحقّق فيه: $AS = SC = 237.17$ ، وذلك لأنّه في الهرم القائم، جميع الأضلاع الجانبيّة متساوية.

$$AE = \frac{1}{2}AB = \frac{256.29}{2} = 128.145$$

حسب نظرية فيثاغوروس:

$$AS^2 = SE^2 + AE^2$$

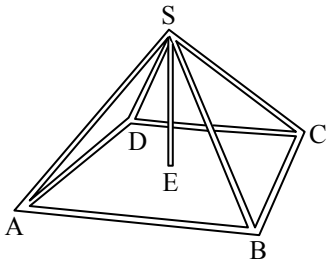
$$SE = \sqrt{AS^2 - AE^2} = \sqrt{237.17^2 - 128.145^2} = 199.57$$

$$S_{\Delta ASB} = \frac{AB \cdot SE}{2} = \frac{256.29 \cdot 199.57}{2} = \text{م}^2 \ 25,573.9$$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(2) صفحة 78 سؤال 21 (سؤالٌ يلائم سؤال المُجمّع المُجدّد في سنة 2012)

مجموعة مُتجوّلين يبنون خيمة على شكل هرم قائم قاعدته مربّع.



هيكل الخيمة مَبنيٌّ من أعمدة ألومنيوم:
أربعة أعمدةٍ في قاعدة الهرم، أربعة أعمدةٍ جانبيّة
وعمودٌ واحدٌ مركزيٌّ يُعامد القاعدة
(انظروا الرسم).
طول كلّ عمودٍ في قاعدة الهرم 3 أمتار،
وطول كلّ عمودٍ جانبيٍّ 3.4 أمتار.

(أ) نرغب في تقوية الخيمة بواسطة إضافة عمودٍ
على طول قطر قاعدة الخيمة.
جدوا طول هذا العمود.

(ب) جدوا طول العمود المركزيّ (SE) .

(ج) جدوا الزاوية التي بين العمود الجانبيّ وبين قاعدة الخيمة.

(د) إلى كم مترًا مربّعًا من القماش يحتاجون، كي يبنوا جميع الأوجه الجانبيّة للخيمة (بدون القاعدة) ؟

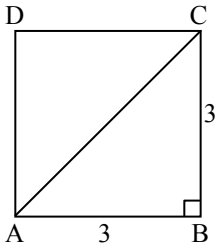
<u>الحلّ</u>:

حسب المعطى، قاعدة الهرم هي مُربّع، وطول كلّ عمودٍ في قاعدة الخيمة هو 3 أمتار،
أي أنّ طول ضلع قاعدة الخيمة مساوٍ لـ 3 أمتار.

$AB = BC = CD = AD =$ 3 أمتار .

طول كلّ عمودٍ جانبيٍّ هو 3.4 أمتار $= AS = BS = CS = DS$ ، لأنّ الهرم قائم.

(أ) العمود المُقَوِّي هو القطعة AC.



حسب نظرية فيثاغوروس:

$$AC^2 = CB^2 + AB^2$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4.24 \text{ متر}$$

يتبع في الصفحة التالية ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) نتأمّل المثلث القائم الزاوية ASE ، الذي يتحقّق فيه:

$AE = \frac{1}{2}AC = \frac{4.24}{2} =$ 2.12 متر ، $AS =$ 3.4 متر

حسب نظرية فيثاغوروس:

$$AS^2 = SE^2 + AE^2$$
$$SE^2 = AS^2 - AE^2$$
$$SE = \sqrt{3.4^2 - 2.12^2} =$$ 2.66 متر

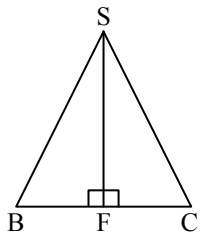
(ج) الزاوية التي بين العمود الجانبيّ وبين قاعدة الخيمة هي الزاوية SAE

(الزاوية بين المائل على القاعدة AS وبين مَسْقط هذا المائل AE على القاعدة).

في المثلث ASE نُشير: $\measuredangle SAE = \alpha$

$$\cos\alpha = \frac{AE}{AS}$$
$$\cos\alpha = \frac{2.12}{3.4}$$
$$\alpha = 51.43°$$

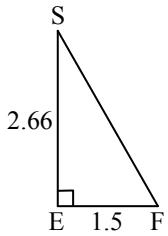
(د) كي نجد عدد الأمتار المربّعة من القماش التي يحتاجونها كي يبنوا جميع الأوجه الجانبيّة، علينا أن نجد مساحة الأوجه الجانبيّة للهرم.



نتأمّل الوجه الجانبيَّ SBC ، ونقيم الارتفاع SF على القاعدة ($SF \perp BC$) .

بما أنّ قاعدة الهرم مُربّعة الشكل يتحقّق:

$S_{\text{الجانبيّة}} = 4 \cdot S_{\Delta BSC} = 4 \cdot \frac{BC \cdot SF}{2} = 2 \cdot BC \cdot SF$



كي نجد طول الارتفاع في الوجه الجانبيّ SF ،

نتأمّل المثلث القائم الزاوية SEF الذي يتحقّق فيه:

$SE =$ 2.66 متر ، $EF = \frac{1}{2}AB$ ،

$EF =$ 1.5 متر .

حسب نظرية فيثاغوروس: $SF^2 = SE^2 + EF^2$

$SF = \sqrt{2.66^2 + 1.5^2} =$ 3.05 متر

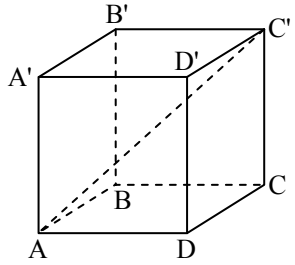
$S_{\text{الجانبيّة}} = 2 \cdot 3 \cdot 3.05 =$ 18.3 م^2

لبناء أوجه الخيمة الجانبيّة نحتاج إلى 18.3 مترًا مُربّعًا من القماش.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

تمارين للعمل الذاتيّ

(1) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (1) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



في الصندوق $ABCDA'B'C'D'$ (انظروا الرسم) معطى:
$AD = 14$ سم ، $DC = 9$ سم ، $CC' = 15$ سم.

(أ) احسبوا طول قطر القاعدة AC.

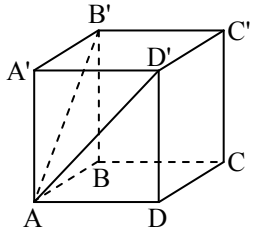
(ب) احسبوا الزاوية التي تقع بين قطر الصندوق AC' وبين القاعدة $ABCD$.

(ج) احسبوا مساحة الأوجه الجانبية للصندوق.

(د) احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للصندوق.

(2) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (3) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

معطى الصندوق $ABCDA'B'C'D'$ الذي قاعدته هي مستطيل (انظروا الرسم).
طول ارتفاع الصندوق AA' هو 12 سم.



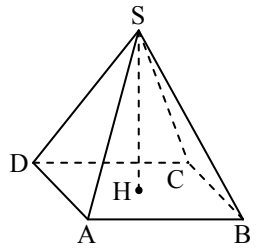
(أ) طول AB' ، قطر الوجه $ABB'A'$ ، هو 16 سم. احسبوا طول ضلع القاعدة AB.

(ب) مقدار الزاوية التي تقع بين AD' (قطر الوجه $ADD'A'$) ، وبين القاعدة $ABCD$ هو $50°$. احسبوا حجم الصندوق.

(ج) احسبوا المساحة الجانبيّة للصندوق.

(3) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (12) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

القاعدة $ABCD$ في الهرم القائم الرباعيّ $SABCD$ هي مستطيل (انظروا الرسم).



معطى: $AD = 16$ سم ، $AB = 25$ سم ، $SH = 28$ سم.

(أ) احسبوا ارتفاع الوجه الجانبيّ SAB.

(ب) احسبوا مساحة الوجه الجانبيّ SAB.

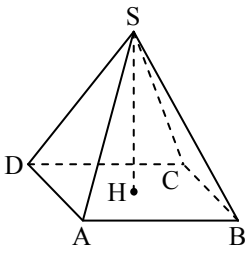
(ج) احسبوا مساحة الوجه الجانبيّ SAD.

(د) احسبوا المساحة الجانبيّة للهرم.

(هـ) احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للصندوق.

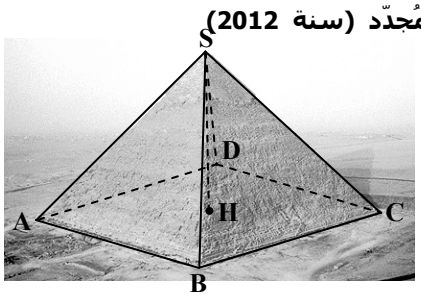
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (13) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



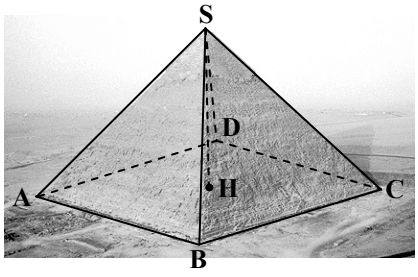
القاعدة ABCD للهرم القائم الرباعيّ SABCD هي مستطيل (انظروا الرسم).
معطى: AB = 24 سم ، SH = 12 سم.
ارتفاع الوجه الجانبيّ SAB هو SE = 20 سم.
(أ) احسبوا طول AD.
(ب) احسبوا حجم الهرم.
(ج) احسبوا طول DH.

(5) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (19) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



أحد الأهرام في مصر هو هرمٌ قائمٌ قاعدته هي المُربّع ABCD (انظروا الصورة).
طول كلّ واحدٍ من أضلاع قاعدة الهرم مساوٍ لـ 105 أمتار.
ارتفاع الهرم هو 62 مترًا.
(أ) ما هو طول القطر AC ؟
(ب) ما هو مقدار الزاوية التي بين الضلع الجانبيّ AS وبين قاعدة الهرم ؟
(ج) احسبوا حجم الهرم.

(6) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (20) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)



احد أهرامات مصر هو هرمٌ قائمٌ قاعدته هي المُربّع ABCD (انظروا الصورة).
قطر قاعدة الهرم AC مُساوٍ لـ 148.49 مترًا.
ارتفاع الهرم هو 62 مترًا.
(أ) مشى سائحٌ بمُحاذاة الهرم من النقطة A إلى النقطة B. ما هي المسافة التي قطعها ؟

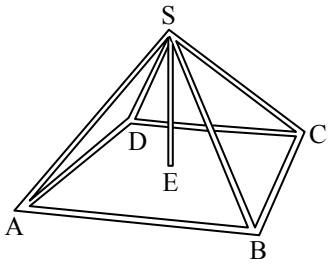
يتبع في الصفحة التالية ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(ب) قرّر السائح أن يمشي بمُحاذاة محيط قاعدة الهرم.
ما هي المسافة التي قطعها ؟
(ج) ما هو البُعد بين النقطة C وبين النقطة S ؟
(د) احسبوا مساحة الوجه الجانبيّ للهرم.

(7) سؤالٌ يلائم السؤال رقم (21) في المُجمّع المُجدّد (سنة 2012)

مجموعة مُتجوّلين يبنون خيمة على شكل هرم قائم قاعدته هي مُربّع.
هيكل الخيمة مُركّبٌ من أعمدة ألومينيوم:
أربعة أعمدةٍ في قاعدة الهرم أربعة أعمدةٍ جانبيّة،
وعمودٌ مركزيٌّ واحدٌ يُعامد قاعدة الهرم
(انظروا الرسم).



طول كلِّ عمودٍ في قاعدة الهرم هو 3 أمتار،
وطول كلِّ عمودٍ جانبيٍّ هو 4.5 أمتار.
(أ) يريدون تقوية الخيمة بواسطة إضافة عمودٍ
على طول قطر قاعدة الخيمة.
جدوا طول هذا العمود.
(ب) جدوا طول العمود المركزيّ (SE).
(ج) جدوا مقدار الزاوية بين العمود الجانبيّ وبين قاعدة الخيمة.
(د) كم مترًا مُربّعًا من القماش يحتاجون كي يبنوا جميع الأوجه الجانبيّة للخيمة
(بدون قاعدة الخيمة) ؟

أجوبة نهائيّة

ملاحظة: بسبب التقريب خلال الحلّ، يمكن أن تجدوا أحيانًا فروقًا بين أجوبتكم وبين الأجوبة النهائيّة.

(1) (أ) $AC = 16.64$ سم (ب) $\measuredangle CAC' = 42.03°$
(ج) 690 سم^2. (د) 942 سم^2.

(2) (أ) $AB = 10.58$ سم (ب) 1,278.75 سم^3.
(ج) 495.65 سم^2.

(3) (أ) 29.12 سم. (ب) 364 سم^2.
(ج) 245.31 سم^2. (د) 1,218.62 سم^2.
(هـ) 1,618.62 سم^2.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(4) (أ) AD = 32 سم (ب) 3,072 سم^3.

(ج) DH = 20 سم

(5) (أ) 148.49 مترًا. (ب) 39.86°

(ج) 227,850 م^3.

(6) (أ) 105 أمتار. (ب) 420 مترًا.

(ج) 96.73 مترًا. (د) 4,265.14 م^2.

(7) (أ) 4.24 أمتار. (ب) 3.97 أمتار.

(ج) 61.87° (د) 25.46 م^2.

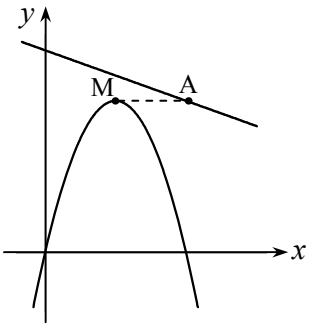
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

أسئلة إضافيّة على أسئلة المُجمّع

كما تعلمون يمكن أن يظهر في النموذج 035802 على الأكثر سؤالان ينتميان إلى المنهج التعليميّ ولا ينتميان لأسئلة المُجمّع. نتناول فيما يلي أسئلة لا تنتمي للمُجمّع وتغطّي كلَّ مواضيع هذا النموذج.

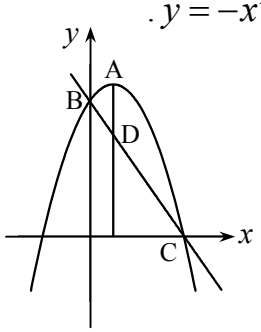
دوالٌّ ورسومٌ بيانيّة

(1) في الرسم على اليسار وصفٌ للقطع المكافئ: $y = 6x - x^2$
وللمستقيم الذي معادلته: $y = 14 - \frac{1}{2}x$.



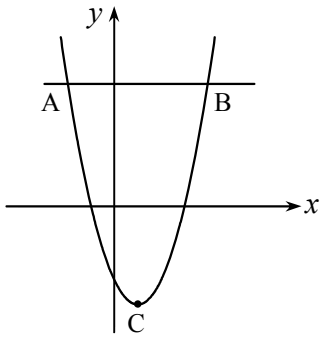
عبر رأس القطع المكافئ M ، مرّروا موازيًا للمحور x
يقطع المستقيم المعطى في النقطة A.
(أ) جدوا إحداثيّي النقطة M.
(ب) احسبوا طول القطعة AM.

(2) القطع المكافئ الذي في الرسم هو الرسم البيانيّ للدالة $y = -x^2 + 2x + 8$.



(أ) جدوا إحداثيّات النقاط A (رأس القطع المكافئ)، B و- C.
(ب) المستقيم BC يقطع محور تماثل القطع
المكافئ (مستقيمٌ يمرُّ عبر رأس القطع المكافئ
ويوازي المحور y) في النقطة D.
جدوا إحدثيّي النقطة D.

(3) معطى القطع المكافئ الذي معادلته: $y = x^2 - 2x - 3$.
النقطة C هي رأس القطع المكافئ.
المستقيم $y = 5$ يقطع القطع المكافئ
في النقطتين A و- B (انظروا الرسم).



(أ) جدوا إحداثيّات النقاط A ، B و- C.
(ب) احسبوا مساحة المثلث ABC.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

متواليات حسابيّة

(4) في متواليتين حسابيّتين نفس عدد الحدود.
في كلتا المتواليتين، الحدّ الأوّل هو 10.
في المتوالية الأولى، الفرق هو 8 وفي المتوالية الثانية، الفرق هو 5.
مجموع حدود المتوالية الأولى أكبر بـ 759 من مجموع حدود المتوالية الثانية.
جدوا عدد حدود كلٍّ واحدةٍ من المتواليتين.

(5) يقع مكان عمل عاملٍ على بُعد 4.2 كيلومترات من بيته. قطع العامل هذا البُعد على درّاجته. في كلّ دقيقةٍ قطع أقلّ بـ 15 مترًا ممّا قطع في الدقيقة التي سبقتها، وفي الدقائق الخمس الأولى قطع 1,725 مترًا.
(أ) بعد كم دقيقةٍ منذ خروجه من بيته وصل هذا العامل إلى مكان عمله ؟
(ب) كم مترًا قطع العامل في الدقيقة الأخيرة لسفره ؟

(6) متوالية معرّفة لكلّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيّ: $\left.\begin{array}{l} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{array}\right\}$

(أ) ماذا يجب أن تكون قيمة x كي تكون ثلاثة الحدود: $a_1 \text{ ، } a_2 + x \text{ ، } a_4 + 9$ ثلاثة حدودٍ متتاليةٍ في متوالية حسابيّة ؟
(ب) ماذا يجب أن تكون قيمة x كي تكون ثلاثة الحدود:
$a_1 \text{ , } a_2 + 3 \text{ , } a_3 \cdot x$ ثلاثة حدودٍ متتاليةٍ في متوالية حسابيّة ؟

متواليةٌ هندسيّة

(7) في متواليةٍ هندسيّةٍ، خمسة حدود.
الحدّ الثالث في هذه المتوالية أكبر بـ 16 من الحدِّ الأوّل
وأصغر بـ 144 من الحدِّ الخامس.
ما هو أساس المتوالية ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(8) في متواليةٍ هندسيّةٍ، معطى أنّ: $\left.\begin{array}{l} a_1 + a_3 = 185 \\ a_2 + a_4 = 370 \end{array}\right\}$

(أ) احسبوا أساس هذه المتوالية.

(ب) برهنوا أنّ: $a_4 + a_6 = 1,480$.

(9) متوالية معرّفة لكلّ n طبيعيٍّ بواسطة الدستور التراجعيّ: $\left.\begin{array}{l} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3a_n \end{array}\right\}$

(أ) اشرحوا لماذا هذه المتوالية هي متوالية هندسيّة.

(ب) سجّلوا الحدود الأربعة الأولى في هذه المتوالية.

(ج) معطى أنّ: $a_7 = 5,103$. احسبوا a_8 و- a_6.

تزايد وتناقص

(10) يمكن لشخص إيداع مبلغ من المال في برنامج توفير حسب فائدة مُركّبة (أي حسب تزايدٍ وتناقص) بنسبة 12% في السنة.

(أ) ما هو المبلغ الذي سيكون في رصيده بعد مرور 5 سنواتٍ إذا عُلمَ أنّه أودع 5,000 شاقلا ؟

(ب) ما هو المبلغ الذي عليه إيداعه إذا أراد أن يكون بحوزته بعد مرور 8 سنواتٍ، 30,000 شاقلا ؟

(11) يُحَدّدُ سعرُ مُنتج كلّ سنةٍ في 1/1 ويبقى ثابتا خلال كلّ تلك السنة.

في 1/1/85 حُدِّدَ سعر مُنتجٍ بـ 2,500 شاقل. في كلّ واحدةٍ من الـ 6 سنوات التالية، ارتفع سعر هذا المنتج بـ 9.5% مُقارنة بسعر المنتج في السنة التي قبلها.

بعدئذٍ، في كلّ واحدةٍ من الـ 4 سنوات التالية، انخفض سعر هذا المنتج بـ 6% مُقارنةً بسعر المنتج في السنة التي قبلها. ما هو سعر المنتج في 1/1/95 ؟

(12) يودع شخصٌ مبلغا من المال في البنك حسب فائدة مركّبة (أي حسب تزايدٍ أسيٍّ).

(أ) ما هي النسبة المئويّة للفائدة التي تمّ إيداع المال حسبها إذا عُلمَ أنّ المبلغ قد تضاعف بعد مرور 8 سنوات ؟

(ب) ما هي النسبة المئويّة للفائدة التي تمّ إيداع المال حسبها إذا عُلمَ أنّ المبلغ قد تضاعف بعد مرور 6 سنوات ؟

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

إحصاء

(13) في مصنع مُعيّن درجتان للأجور. أجر العمّال حسب الدرجة أ هو x شاقل في الشهر. أجر العمّال حسب الدرجة ب هو y شاقل في الشهر. معلومٌ أنّ: $x > y$.
100 عامل، يتقاضون أجرًا حسب الدرجة أ، و- 200 عامل، يتقاضون أجرًا حسب الدرجة ب.

هل صحيحٌ أن نقول: إنّ معدّل أجور الـ 300 عامل المذكورين أعلاه هو $\frac{x+y}{2}$ ؟

إذا أجبت بكلّا، فهل معدّل أجور الـ 300 عامل أصغر أم أكبر من $\frac{x+y}{2}$ ؟

اشرحوا إجابتكم.

(14) علامات تلاميذٍ في امتحان رياضيّات هي 6 ، 7 و- 8 فقط.

(أ) في الحسابات التي أجراها المعلّم تبيّن أنّ 9 تلاميذٍ حصلوا على العلامة 7 ، ومعدّل العلامات هو 7 والانحراف المعياريّ هو $\frac{4}{5}$.
كم تلميذا امتُحِنَ في هذا الامتحان؟

(ب) بعد إرجاع دفاتر الامتحان إلى التلاميذ، تبيّن أنّ علامات ثلاثة تلاميذٍ لم تؤخذ بعين الاعتبار في الحسابات التي أُجريَت في البند (أ). حصل كلّ واحدٍ من هؤلاء التلاميذ على العلامة 7. أضاف المعلّم ثلاثة العلامات إلى باقي علامات التلاميذ، وحسب المعدّل والانحراف المعياريّ من جديد.

(i) هل معدّل علامات **كلّ** الصفّ كبُرَ، صَغُرَ، أم لم يتغيّر – بالمقارنة مع المعدّل الذي حُسِبَ في البند (أ) ؟ علّلوا.

(ii) هل الانحراف المعياريّ لعلامات **كلّ** الصفّ كبُرَ، صَغُرَ، أم لم يتغيّر – بالمقارنة مع الانحراف المعياريّ الذي حُسِبَ في البند (أ) ؟ علّلوا.

(15) امتحَنَ معلّمٌ 20 تلميذا.
كلُّ العلامات التي أعطاها المعلّم كانت علامات صحيحة بين 0 و- 10 (بما في ذلك 0 و- 10). معدّل علامات الـ 12 تلميذا الذين فُحِصوا بداية هو 5.5 .
$\overline{x}$ - يُشير إلى معدّل كلّ العلامات.
أكبر مجال يمكن أن يقع فيه المعدّل $\overline{x}$ هو:

(أ) $5.2 \le \overline{x} \le 7.3$ ؟ (ب) $3.3 \le \overline{x} \le 7.0$ ؟ (ج) $3.3 \le \overline{x} \le 7.3$ ؟

اختاروا الادّعاء الصحيح من بين الادّعاءات (أ) ، (ب) و- (ج) وعلّلوا اختياركم من خلال حلٍّ كامل.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

احتمال

(16) في علبة 25 برغيًّا منها 2 تالفان.

(أ) نُخرج من العلبة برغيًّا واحدًا. ما هو الاحتمال بأن يكون تالفا ؟

(ب) بعد أن أخرجوا من العلبة برغيًّا واحدًا وتبيّن أنه ليس تالفا، أخرجوا منها برغيًّا ثانيًا دون أن يُرجعوا إليها البرغيّ الذي أُخرج أوّلا.
ما هو الاحتمال بأن يكون البرغيّ الثاني تالفا ؟

(ج) إذا أخرجوا من العلبة (المليئة) برغيًّا واحدًا ومن ثمّ برغيًّا ثانيًا (دون أن يُرجعوا إليها البرغيّ الأوّل)، ما هو الاحتمال بأن يكون البرغيّان اللذان أُخرجا تالفيْن ؟

(17) في جرّةٍ 4 كراتٍ بيضاء ، 5 كراتٍ حمراء وكرة واحدة زرقاء.
نُخرج عشوائيًّا كرة واحدة ونبقيها خارجًا.
نخلط الكرات ونُخرج كرة ثانية.

(أ) ما هو الاحتمال بأن لا تكون أيّة واحدة من بين الكرتين بيضاء ؟

(ب) ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان اللتان أخرجناهما، بلونين مُختلفين ؟

(18) نرمي مرّتين مُكعّبًا أسود ومرّة واحدة مُكعّبًا أبيض.

(أ) ما هو الاحتمال بأن نحصل على العدد 5، بالضبط مرّة واحدة في المكعّب الأسود ؟

(ب) ما هو الاحتمال بأن نحصل على العدد 5، في المكعّب الأبيض ؟

(ج) ما هو الاحتمال بأن يظهر العدد 5، في المكعّب الأبيض ويظهر أيضًا مرّة واحدة في المكعّب الأسود ؟

توزيع طبيعيّ

(19) علامات امتحان في مدرسةٍ كبيرة تتوزّع طبيعيًّا. معدّل العلامات هو 72 .
رُبْعُ التلاميذ حصلوا على علامة أقلّ من 66 .

(أ) تقدّم إلى الامتحان 980 تلميذا. ما هو التوقع الذي يمكننا أن نستنتجه من خلال هذا المعطى حول عدد التلاميذ الذين حصلوا على علامة أقلّ من المعدّل لكنّها أعلى من 66 ؟ علّلوا إجابتكم.

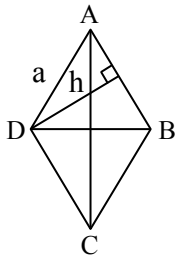
(ب) نضمّ في مجموعةٍ واحدة رُبع التلاميذ الذين حصلوا على العلامات الأعلى.
ما هي العلامة التي نتوقّع أن تكون أقلّ علامة في هذه المجموعة ؟ علّلوا إجابتكم.

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

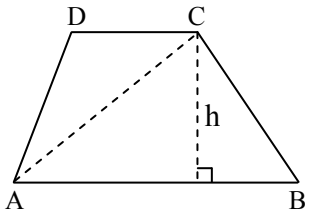
(20) علامات امتحان في مدرسةٍ كبيرة تتوزّع طبيعيًّا. معدّل العلامات هو 78 .
خُمْسُ التلاميذ حصلوا على علامة أقلّ من 62 .
(أ) تقدّم إلى الامتحان 850 تلميذا. ما هو التوقع الذي يمكننا أن نستنتجه من خلال هذا المعطى حول عدد التلاميذ الذين حصلوا على علامة أقلّ من المعدّل لكنّها أعلى من 62 ؟ علّلوا إجابتكم.
(ب) نضمُّ في مجموعةٍ واحدة خُمْسَ التلاميذ الذين حصلوا على العلامات الأعلى.
ما هي العلامة التي نتوقع أن تكون أقلّ علامة في هذه المجموعة ؟ علّلوا إجابتكم.

مثلثات في المستوى

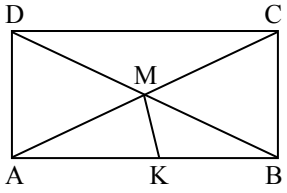
(21) في معين، معطى: $a = 7.8$ سم
والارتفاع $h = 5.2$ سم.
(أ) جدوا مقدار الزاوية الحادّة في المعين.
(ب) جدوا طول القطر الكبير في المعين.
(ج) جدوا طول القطر الصغير في المعين.



(22) في شبه المنحرف $ABCD$ $(AB \parallel CD)$،
الساق AD تساوي القاعدة الصغرى DC ،
وطول القطر AC هو 18 سم.
معطى أيضًا: $\measuredangle DAB = 64°$
و- $\measuredangle ABC = 48°$.
(أ) احسبوا طول AD .
(ب) احسبوا ارتفاع شبه المنحرف h .
(ج) احسبوا مساحة شبه المنحرف.



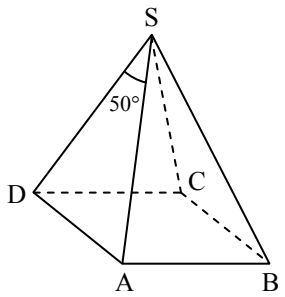
(23) في المستطيل $ABCD$، معطى: $AB = 8.4$ سم ،
$AC = 10$ سم و- $AM = AK$
(M – نقطة تقاطع القطرين).
(أ) جدوا مقدار الزاوية CAB .
(ب) جدوا طول القطعة MK .



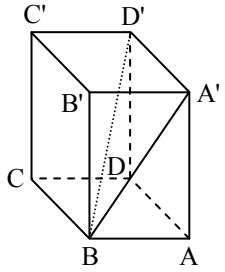
© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

مثلثات في الفراغ

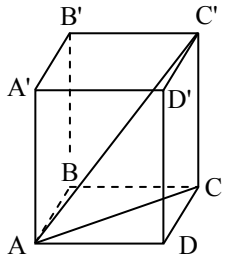
(24) في هرم قائم قاعدته هي مُربّع، مقدار زاوية رأس كلّ وجهٍ جانبيٍّ هو $50°$ ،
وطول كلّ واحدٍ من أضلاع القاعدة هو 8 سم (انظروا الرسم).
احسبوا مقدار الزاوية التي بين ضلع جانبيٍّ وقاعدة الهرم.



(25) قاعدة الصندوق $ABCDA'B'C'D'$ هي مُربّعٌ طول ضلعه 8 سم. ارتفاع الصندوق 24 سم (انظروا الرسم).
جدوا الزاوية التي تقع بين قطر الصندوق BD' وبين BA' ، قطر الوجه $ABB'A'$.



(26) مساحة السطح الخارجيّ في مُكعّبٍ (مساحة ستة أوجهه) هي 150 سم^2.
(أ) جدوا طول ضلع المكعّب.
(ب) جدوا الزاوية التي بين قطر المكعّب AC' وقطر القاعدة AC .



أجوبة نهائيّة

(1) (أ) $M(3,9)$ (ب) $\square$ وحدات طول.

(2) (أ) $A(1,9)$ ، $B(0,8)$ ، $C(4,0)$ (ب) $D(1,6)$

(3) (أ) $A(-2,5)$ ، $B(4,5)$ ، $C(1,-4)$
(ب) 27 وحدة مساحة.

(4) 23

(5) (أ) 16 دقيقة. (ب) 150 مترًا.

(6) (أ) $x=6$ (ب) $x=1.6$

(7) $q=3$ أو $q=-3$

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**

(8) (أ) $q = 2$

(9) (ب) 189 ، 63 ، 21 ، 7 (ج) $a_8 = 15,309$ ، $a_6 = 1,701$

(10) (أ) 8,811.71 شاقل. (ب) 12,116.50 شاقل.

(11) $2500 \cdot (1.095)^6 \cdot (0.94)^4 =$ 3,364.62 شاقل

(12) (أ) 9.05% (ب) 12.25%

(13) أصغر من $\frac{x+y}{2}$. **<u>حلٌّ جزئيٌّ:</u>**

$$\overline{x} = \frac{100x + 200y}{300} < \frac{100x + 200y + (50x - 50y)}{300} = \frac{150x + 150y}{300} = \frac{x+y}{2}$$

(14) (أ) 25 تلميذا. (ب) لم يتغيّر. (ج) صغر.

ملاحظة: لتعليل البندين (ب) و- (ج) يمكن الاستعانة بالجدول التالي:

علامة	6	7	8
عدد التلاميذ	8	12	8

(15) البند (ج) . **<u>حلٌّ جزئيٌّ:</u>**

$\frac{12 \cdot 55 + 8 \cdot 0}{20} \le \overline{x} \le \frac{12 \cdot 55 + 8 \cdot 10}{20}$ ، لذا: $3.3 \le \overline{x} \le 7.3$.

(16) (أ) $\frac{2}{25}$ (ب) $\frac{1}{12}$ (ج) $\frac{1}{300}$

(17) (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{29}{45}$

(18) (أ) $\frac{5}{18}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (ج) $\frac{5}{108}$

(19) (أ) 245 (ب) 78

(20) (أ) 255 (ب) 94

(21) (أ) 41.81° (ب) 14.57 سم. (ج) 5.57 سم.

(22) (أ) 10.61 سم. (ب) 9.54 سم. (ج) 164.4 سم^2.

(23) (أ) 32.86° (ب) 2.83 سم.

(24) 53.3°

(25) 17.55°

(26) (أ) 5 سم. (ب) 35.26° .

© כל הזכויות שמורות **לגבי יקואל** (הוצאת משבצת) – אין לצלם או להעתיק ספר זה – **שאלון ב' 035802**