

נספח לספר הלימוד

שאלון 035802

(בעקבות עדכון המאגר לשאלון 035802 בחודש יוני 2012)

גבי יקואל

מתמטיקה לתלמידי 3 יחידות לימוד
תוכנית ההיבחנות החדשה

שאלון 035802



בהתאם לתוכנית הלימודים שפורסמה
על ידי מפמ"ר המתמטיקה

מ שבצת
ספרי מתמטיקה

נספח א': המאגר המעודכן לשאלון 035802

בנספח מופיעות כל השאלות החדשות (עם שינויי מספרים) שנוספו למאגר לשאלון 035802 בחודש יוני 2012. בנספח מופיעות גם כל השאלות (עם שינויי מספרים) שהיו במאגר הקודם ועברו שינויים, כגון: הוספה והורדת סעיפים ושינויי נוסח.

המאגר המעודכן נכנס לתוקף החל מקיץ תשע"ג.

הערה: בתחילת כל שאלה מופיע גם מספרה במאגר המעודכן, כפי שפורסם על-ידי הפיקוח על המתמטיקה בחודש יוני 2012.

השאלות אינן לפי הסדר שלהן במאגר אלא מסודרות לפי דרגת קושי ו/או העיקרון ששאלות בעלות עקרונות משותפים ישובצו אחת אחרי השנייה. בתחילת כל נושא מופיעים תרגילים פתורים ואחריהם השאלות החדשות שנוספו למאגר.

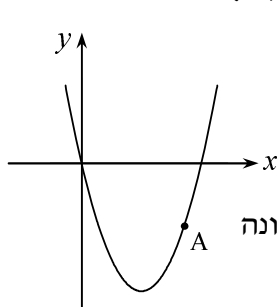
הנושאים שבמאגר לשאלון 035802 הם: פונקציות וגרפים, סדרות חשבוניות והנדסיות, גדילה ודעיכה, סטטיסטיקה, הסתברות, התפלגות נורמלית, טריגונומטריה במישור וטריגונומטריה במרחב.

1 אלגברה

1.1 פונקציות וגרפים

תרגילי פתורים

(1) עמוד 7 אלה 9 <אלה תואמת אלה המאגר המעודכן שנת 2012>



לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $y = x^2 - 6x$

ועליו מסומנת הנקודה A (ראו סרטוט).

(א) נתון כי שיעור ה-x של נקודה A הוא 5.

מצאו את שיעור ה-y של הנקודה.

(ב) מצאו כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה הנתונה

ולישר $y = 4x - 25$ (אם יש כאלו).

(ג) מצאו כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה

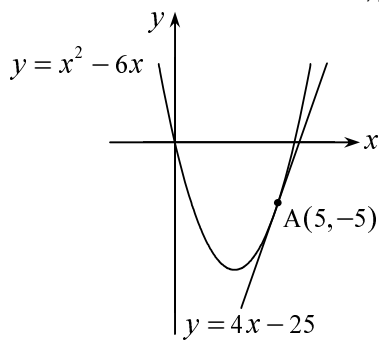
ולישר $y = -5$ (אם יש כאלו). נמקו.

פתרון השאלה בעמוד הבא <<<

פתרון:

(א) נתון כי $x_A = 5$. נציב $x = 5$ בפונקציה ונקבל:
 $y_A = 5^2 - 6 \cdot 5 = 25 - 30 = -5$
 לכן $A(5, -5)$.

(ב) כדי למצוא נקודות משותפות לגרף הפונקציה הנתונה ולישר $y = 4x - 25$, נפתור מערכת משוואות:



$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = 4x - 25 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 4x - 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} = \frac{10 \pm 0}{2}$$

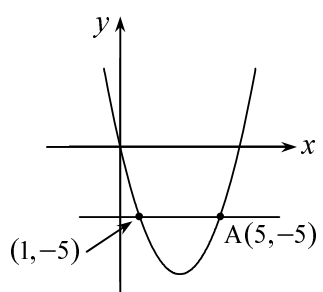
$$x_1 = x_2 = 5$$

$$y = 5^2 - 6 \cdot 5 = 25 - 30 = -5$$

הערה: אין הכרח לחשב את ערך ה- y כי בסעיף (א) מצאנו כי כאשר שיעור ה- x של נקודה על גרף הפונקציה הנתונה שווה ל-5, אז שיעור ה- y של הנקודה הוא -5.

לגרף הפונקציה הנתונה ולישר ישנה נקודה משותפת אחת, ששיעוריה הם $(5, -5)$, כלומר הישר $y = 4x - 25$ והפרבולה $y = x^2 - 6x$ נפגשים בנקודה אחת. ישר שחותך את הפרבולה בנקודה אחת ואינו מקביל לציר ה- y הוא ישר המשיק לפרבולה.

(ג) נמצא את נקודות החיתוך של הישר $y = -5$ עם גרף הפונקציה הנתונה כפתרון של מערכת המשוואות:



$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = -5 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = -5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 1, x_2 = 5$$

ישנן שתי נקודות משותפות לגרף הפונקציה

ולישר $y = -5$ והן: $(1, -5)$, $(5, -5)$.

הסבר נוסף: הישר $y = -5$ עובר דרך הנקודה $A(5, -5)$

ומקביל לציר ה- x .

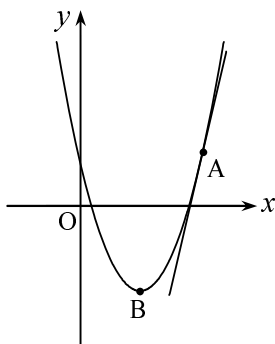
שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$

שיעור ה- y של קדקוד הפרבולה: $y = 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 - 18 = -9$

לכן הנקודה A נמצאת מעל קדקוד הפרבולה

ולכן הישר $y = -5$ חותך את הפרבולה בשתי נקודות.

(2) עמוד 9 אלה 16 אלה תואמת אלה האאגר האאורכן שנת 2012



נתונה פרבולה שמשוואתה $y = x^2 - 6x + 3$

וישר שמשוואתו $y = 6x - 33$.

(א) מצאו את שיעורי הנקודה המשותפת לפרבולה

ולישר (נקודה A בסרטוט).

(ב) מצאו את שיעורי קדקוד הפרבולה

(נקודה B בסרטוט).

(ג) מצאו נקודה על הישר הנתון ששיעור ה- x שלה

שווה לשיעור ה- x של קדקוד הפרבולה.

פתרון:

(א) כדי למצוא את שיעורי הנקודה A

נפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 3 \\ y = 6x - 33 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 3 = 6x - 33$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} = \frac{12 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = x_2 = 6$$

$$y_A = 6 \cdot 6 - 33 = 36 - 33 = 3$$

שיעורי הנקודה A הם (6,3).

(ב) הנקודה B היא הקדקוד של הפרבולה.

שיעוריה הם $B(x_{\text{קדקוד}}, y_{\text{קדקוד}})$.

הנוסחה למציאת שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה

המתוארת על-ידי משוואה $y = ax^2 + bx + c$ היא:

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a}$$

במשוואת הפרבולה $y = x^2 - 6x + 3$ מתקיים: $a = 1$, $b = -6$.

$$x_B = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

$$y_{\text{קדקוד}} = y(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 = 9 - 18 + 3 = -6$$

שיעורי קדקוד הפרבולה הם $B(3, -6)$.

(ג) בסעיף (ב) מצאנו כי $x_B = 3$.

כדי למצוא נקודה על הישר $y = 6x - 33$ שבה $x = 3$,

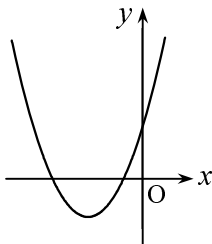
$$y = 6 \cdot 3 - 33 = 18 - 33 = -15 \quad \text{ונקבל: } x = 3$$

לכן, הנקודה המבוקשת היא $(3, -15)$.

תרגילים לעבודה עצמית

(1) *קאלה תואמת $f(x)$ מס' 22 מתוך המאגר (שנת 2012)*

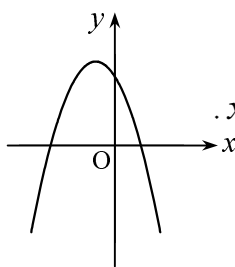
לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = x^2 + 4x + 3$.



- (א) מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
- (ב) עבור אילו ערכים של x הפונקציה הנתונה שלילית?
- (ג) רשמו שני ערכים של x שבהם הפונקציה הנתונה שלילית.
- (ד) טלי טוענת שאם הפונקציה שלילית בתחום מסוים, אז היא בהכרח יורדת בתחום זה. האם טלי צודקת? נמקו.

(2) *קאלה תואמת $f(x)$ מס' 49 מתוך המאגר (שנת 2012)*

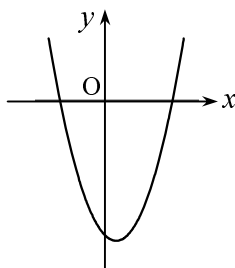
נתונה הפונקציה: $y = -x^2 - 3x + 10$.



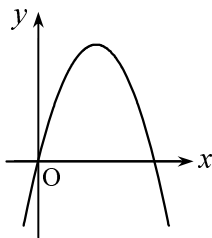
- (א) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- (ב) רשמו ערך כלשהו של x שבו הפונקציה חיובית, וחשבו עבורו את ערך הפונקציה.
- (ג) עבור אילו ערכים של x הפונקציה הנתונה שלילית?
- (ד) מצאו את שיעורי קדקוד הפרבולה.
- (ה) האם הישר $y = 13$ חותך את גרף הפונקציה? הסבירו.

(3) *קאלה תואמת $f(x)$ מס' 55 מתוך המאגר (שנת 2012)*

נתונה הפונקציה: $f(x) = (x + 2)(x - 3)$.



- (א) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ורשמו את הערכים של הנקודות על הגרף.
- (ב) עבור אילו ערכים של x הפונקציה $f(x)$ שלילית?
- (ג) מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.
- (ד) עבור אילו ערכים של x הפונקציה עולה?



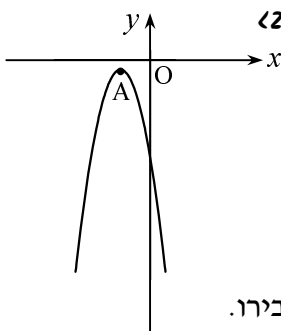
(4) *קאלה תואמת קאלפה אסי 6 מתוך המאגר לשנת 2012*

גרף הפונקציה שבסרטוט מתואר על-ידי: $y = -x^2 + 4x$.

(א) מצאו את קדקוד הפרבולה.

(ב) עבור אילו ערכים של x הפונקציה הנתונה עולה?

(ג) עבור אילו ערכים של x הפונקציה הנתונה שלילית?



(5) *קאלה תואמת קאלפה אסי 8 מתוך המאגר לשנת 2012*

בסרטוט נתון גרף הפונקציה: $y = -x^2 - 6x - 10$.

(א) מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים

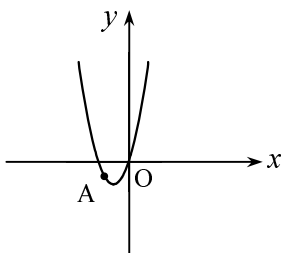
(אם יש כאלו).

(ב) עבור אילו ערכים של x הפרבולה שלילית?

(ג) מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.

(ד) האם הישר $y = -1$ חותך את גרף הפרבולה? הסבירו.

(ה) מצאו את תחום העלייה של הפרבולה.



(6) *קאלה תואמת קאלפה אסי 9 מתוך המאגר לשנת 2012*

לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = x^2 + 3x$

ועליו מסומנת הנקודה A (ראו סרטוט).

(א) נתון כי שיעור ה- x של נקודה A הוא -2.

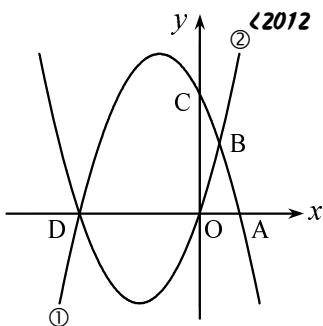
מצאו את שיעור ה- y של הנקודה.

(ב) מצאו כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה

הנתונה ולישר $y = -x - 4$ (אם יש כאלו).

(ג) מצאו כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה

הנתונה ולישר $y = 4$ (אם יש כאלו). נמקו.



(7) *אלה תואמת אלה מס' גזז מתוך האאָר גַּשַׁת 2012*

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3, \quad g(x) = x^2 + 3x$$

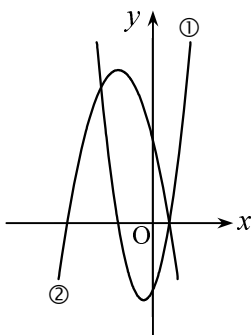
ועליהם מסומנות ארבע נקודות: A, B, C, D.

(א) התאימו לכל אחד מהגרפים ① ו-②

את הפונקציה המתאימה לו.

נמקו את בחירתכם.

(ב) מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.



(8) *אלה תואמת אלה מס' גזז מתוך האאָר גַּשַׁת 2012*

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי פונקציות ריבועיות

$$f(x) = -0.5x^2 - 4x + 10, \quad g(x) = x^2 + 2x - 8$$

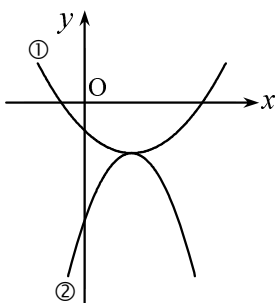
(א) התאימו לכל אחד מהגרפים ① ו-②

את הפונקציה המתאימה לו. נמקו את בחירתכם.

(ב) הנקודה $(-8, 10)$ נמצאת על אחד מהגרפים הנ"ל.

מצאו על איזה משני הגרפים נמצאת נקודה זו? נמקו.

(ג) מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.



(9) *אלה תואמת אלה מס' גזז מתוך האאָר גַּשַׁת 2012*

נתונות שתי הפונקציות:

$$y = \frac{1}{3}(x - 2)^2 - 3$$

$$y = -x^2 + 4x - 7$$

(א) התאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה לו. נמקו.

(ב) הראו כי לשתי הפרבולות יש נקודה משותפת

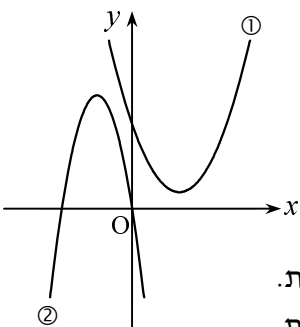
אחת בלבד. מצאו את שיעוריה והראו שנקודה זו

היא נקודת קדקוד הפרבולה.

(ג) מצאו את תחומי העלייה של פרבולה ①.

(ד) מצאו את תחומי הירידה של פרבולה ②.

10) אלה תואמת f אלה מס' 190 מתוך המאגר לשנת 2012



נתונות משוואות של שתי פרבולות:

$$y = -3x^2 - 9x$$

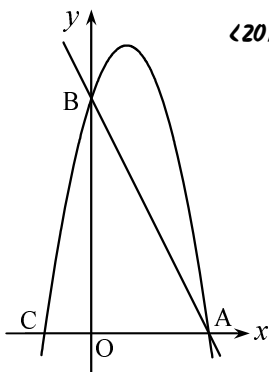
$$y = x^2 - 4x + 5$$

(א) התאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה לו. נמקו.

(ב) מצאו את שיעורי הקדקוד של כל אחת מן הפרבולות.

(ג) הסבירו מדוע לשתי הפרבולות אין נקודות משותפות.

11) אלה תואמת f אלה מס' 130 מתוך המאגר לשנת 2012



נתונה פרבולה שמשוואתה: $y = -x^2 + 3x + 10$.

הפרבולה חותכת את הצירים בנקודות A, B ו-C.

(א) מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.

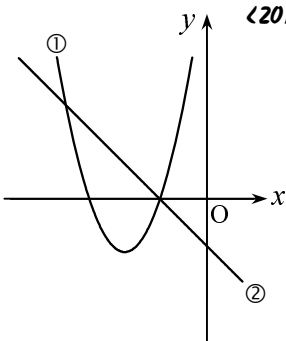
(ב) הסבירו מדוע הנקודות A ו-B נמצאות גם

על הישר $y = -2x + 10$.

(ג) מצאו את התחומים שבהם הישר

נמצא מעל הפרבולה.

12) אלה תואמת f אלה מס' 200 מתוך המאגר לשנת 2012



לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות:

$$f(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$g(x) = -x - 2$$

(א) התאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה לו. נמקו.

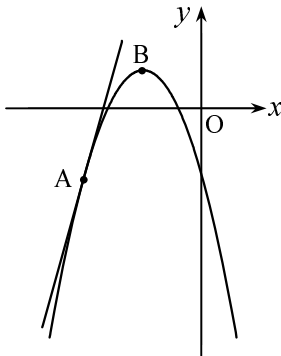
(ב) מצאו את נקודות החיתוך בין שני הגרפים.

(ג) מצאו את התחום שבו גרף הישר נמצא מעל גרף הפרבולה.

(ד) מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.

(ה) מצאו את תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפרבולה.

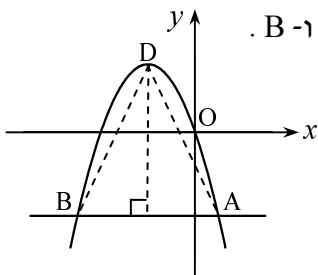
13) אלה תואמת פאזה מס' 160 מתוך המאגר לשנת 2012



נתונה פרבולה שמשוואתה: $y = -x^2 - 5x - 4$
 וישר שמשוואתו $y = 5x + 21$.

- (א) מצאו את שיעורי הנקודה המשותפת לפרבולה ולישר (נקודה A בסרטוט).
 (ב) מצאו את שיעורי קדקוד הפרבולה (נקודה B בסרטוט).
 (ג) מצאו נקודה על הישר הנתון ששיעור ה- x שלה שווה לשיעור ה- x של קדקוד הפרבולה.

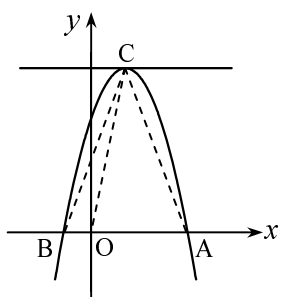
14) אלה תואמת פאזה מס' 149 מתוך המאגר לשנת 2012



נתונה פרבולה שמשוואתה $y = -x^2 - 4x$
 הישר $y = -5$ חותך את הפרבולה בשתי נקודות A ו-B.

- (א) מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
 (ב) נקודה D היא קדקוד הפרבולה. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 (ג) מהו אורך הגובה לצלע AB במשולש ABD?
 (ד) מצאו את שטח המשולש ABD.

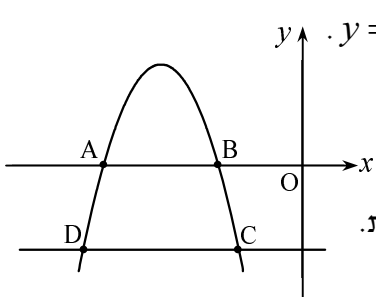
15) אלה תואמת פאזה מס' 150 מתוך המאגר לשנת 2012



נתונה פרבולה שמשוואתה $y = -x^2 + 6x + 7$
 וישר שמשוואתו $y = 16$.

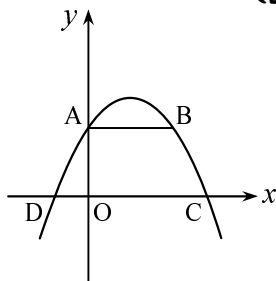
- O ראשית הצירים.
 (א) הפרבולה חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו-B.
 מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B (ראו סרטוט).
 (ב) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה והישר $y = 16$ (נקודה C בסרטוט).
 (ג) חשבו את שטחי המשולשים CBO ו-CAO.

16) קאלה תואמת פאראבא מס' גזז מתוך המאגר לשנת 2012



- נתונה פרבולה שמשוואתה: $y = -x^2 - 12x - 27$.
- (א) מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x (נקודות A ו-B בסרטוט).
- (ב) הישר $y = -7$ חותך את הפרבולה בשתי נקודות C ו-D. מצאו את שיעורי הנקודות.
- (ג) חשבו את שטח הטרפז ABCD.

17) קאלה תואמת פאראבא מס' גזז מתוך המאגר לשנת 2012



- לפניכם סרטוט של הפרבולה $y = -x^2 + 4x + 12$ והקטע AB המקביל לציר ה- x .
- (א) מצאו את שיעורי הנקודות D, C, B, A.
- (ב) חשבו את שטח המשולש BDC.
- (ג) חשבו את שטח הטרפז ABCD.

תשובות סופיות

- (1) (א) נקודות חיתוך עם ציר ה- x : $(-3, 0)$, $(-1, 0)$,
נקודת חיתוך עם ציר ה- y : $(0, 3)$.
- (ב) $-3 < x < -1$ (ג) למשל: $x = -2$, $x = -1.5$
- (ד) לא, היא לא צודקת.
- למשל, במקרה זה הפונקציה שלילית בתחום $-3 < x < -1$
אבל הפונקציה עולה בתחום $-2 < x < -1$.
- (2) (א) $(-5, 0)$, $(2, 0)$
- (ב) למשל: הפונקציה חיובית עבור $x = 0$ וערך הפונקציה הוא 10.
- (ג) $x > 2$ או $x < -5$. (ד) $(-1.5, 12.25)$
- (ה) לא, כי הישר $y = 13$ המקביל לציר ה- x , נמצא מעל קדקוד הפרבולה.
- (3) (א) $(0, -6)$, $(-2, 0)$, $(3, 0)$ (ב) $-2 < x < 3$
- (ג) $(0.5, -6.25)$ (ד) $x > 0.5$
- (4) (א) $(2, 4)$ (ב) $x < 2$
- (ג) $x < 0$, $x > 4$

- (5) (א) $(0, -10)$, אין חיתוך עם ציר ה- x .
 (ב) הפונקציה שלילית לכל ערך של x .
 (ג) $(-3, -1)$
 (ד) חותך בנקודה אחת שהיא קדקוד הפרבולה $(-3, -1)$
 (ה) $x < -3$
- (6) (א) $y = -2$ (ב) נקודה אחת $(-2, -2)$
 (ג) ישנן שתי נקודות משותפות. הצגה: שתי הנקודות הן $(-4, 4)$, $(1, 4)$
 או: הישר הנתון נמצא מעל נקודת המינימום של הפרבולה.
- (7) (א) גרף ① מתאים לפונקציה $f(x)$, גרף ② מתאים לפונקציה $g(x)$.
 הסבר: כאשר המקדם של x^2 חיובי לפרבולה יש נקודת מינימום, וכאשר המקדם של x^2 שלילי לפרבולה יש נקודת מקסימום. הסבר אחר אפשרי:
 גרף ② חותך את ציר ה- y בראשית הצירים – בנקודה $(0, 0)$,
 וגרף ① אינו עובר דרך ראשית הצירים.
- (ב) $A(1, 0)$, $B(0.5, 1.75)$, $C(0, 3)$, $D(-3, 0)$
- (8) (א) גרף ① מתאים לפונקציה $g(x)$, גרף ② מתאים לפונקציה $f(x)$.
הצגה: כאשר המקדם של x^2 חיובי, לפרבולה יש נקודת מינימום,
 וכאשר המקדם של x^2 שלילי, לפרבולה יש נקודת מקסימום.
 (ב) על גרף הפונקציה $f(x)$.
הצגה: על ידי הצבה, או:
 רק על גרף הפונקציה $g(x)$ יכול להתקבל ערך פונקציה 10 .
 (ג) $(-6, 16)$, $(2, 0)$.
- (9) (א) גרף ① מתאים לפונקציה $y = \frac{1}{3}(x - 2)^2 - 3$
 וגרף ② מתאים לפונקציה $y = -x^2 + 4x - 7$.
הצגה: כאשר המקדם של x^2 חיובי, לפרבולה יש נקודת מינימום,
 וכאשר המקדם של x^2 שלילי, לפרבולה יש נקודת מקסימום.
 (ב) $(2, -3)$ (ג) $x > 2$
 (ד) $x > 2$

- (10) (א) $y = -3x^2 - 9x$ מתאים לגרף ② ,
 מתאים לגרף ① $y = x^2 - 4x + 5$.
- הערה:** כאשר המקדם של x^2 חיובי, לפרבולה יש נקודת מינימום,
 וכאשר המקדם של x^2 שלילי, לפרבולה יש נקודת מקסימום.
- (ב) קדקוד פרבולה ① הוא $(2,1)$,
 קדקוד פרבולה ② הוא $(-1.5, 6.75)$.
- (ג) נימוק אפשרי: על ידי פתרון אלגברי.
- (11) (א) $A(5,0)$, $B(0,10)$, $C(-2,0)$
 (ב) על-ידי הצבה. (ג) $x > 5$ או $x < 0$
- (12) (א) גרף ① מתאים לפונקציה $f(x)$, גרף ② מתאים לפונקציה $g(x)$.
הסבר: הפונקציה $f(x)$ מייצגת פונקציה ריבועית
 ופונקציה $g(x)$ מייצגת פונקציה קווית.
- (ב) $(-2,0)$, $(-6,4)$ (ג) $-6 < x < -2$ (ד) $(-3.5, -2.25)$
 (ה) ירידה עבור $x < -3.5$, עלייה עבור $x > -3.5$.
- (13) (א) $A(-5,-4)$ (ב) $B(-2.5, 2.25)$
 (ג) $(-2.5, 8.5)$
- (14) (א) $A(1,-5)$, $B(-5,-5)$ (ב) $D(-2,4)$
 (ג) 9 יחידות. (ד) 27 יח"ר.
- (15) (א) $A(7,0)$, $B(-1,0)$ (ב) $C(3,16)$
 (ג) שטח משולש CAO הוא 56 יח"ר,
 שטח משולש COB הוא 8 יח"ר.
- (16) (א) $A(-9,0)$, $B(-3,0)$ (ב) $C(-2,-7)$, $D(-10,-7)$
 (ג) 49 יח"ר.
- (17) (א) $A(0,12)$, $B(4,12)$, $C(6,0)$, $D(-2,0)$
 (ב) 48 יח"ר. (ג) 72 יח"ר.

1.2 סדרות חשבוניות וסדרות הנדסיות

תרגילים כתורים

(1) **אורז 15 ק"ג 10 ק"ג תואמת ק"ג האורז האמריקאי שנת 2012**

דני צריך לשלוח בדואר 7 חבילות במשקלים שונים.
 עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה.
 מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית.
 מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 4 מהבול הזול ביותר.
 סך הכול שילם דני 350 ש"ח.

(א) מהו מחיר הבול הזול ביותר?

(ב) מהו מחיר הבול היקר ביותר?

פתרון:

(א) נסמן את מחירי הבולים הנדרשים כאיברי הסדרה החשבונית:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

יהי a_1 המחיר של הבול הזול ביותר ו- a_7 המחיר של הבול היקר ביותר.

$$\text{לפי הנתון: } a_7 = 4a_1.$$

מספר החבילות הוא $n = 7$.

הסכום הכולל עבור כל הבולים הוא $S_7 = 350$ ש"ח.

נשתמש בנוסחה למציאת האיבר הכללי של סדרה חשבונית ונוסחה למציאת

סכום של n האיברים הראשונים של סדרה חשבונית ונבנה מערכת משוואות:

$$\begin{cases} a_7 = 4a_1 \\ S_7 = 350 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 4a_1 \\ \frac{7(2a_1 + 6d)}{2} = 350 \quad / \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6d = 3a_1 \quad / : 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7(2a_1 + 6d) = 700 \quad / : 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = a_1 \\ 2a_1 + 6d = 100 \end{cases}$$

$$2 \cdot 2d + 6d = 100$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$4d + 6d = 100$$

$$10d = 100$$

$$d = 10$$

$$2d = a_1$$

$$2 \cdot 10 = a_1$$

$$a_1 = 20$$

מחיר הבול הזול ביותר הוא 20 ש"ח.

(ב) מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 4 ממחיר הבול הזול ביותר. לכן, מחירו הוא 80 ש"ח.

(2) *אזר 15 אלף 11 <אלף תואמת אלף האאגר האעורכן שנת 2012>*

אייל ונתן מתכוננים לבחינה הפסיכומטרית.

כל אחד מהם צריך ללמוד 600 מילים חדשות.

אייל החליט שילמד מדי יום 25 מילים.

נתן בנה תכנית עבודה כך, שביום הראשון ילמד 12 מילים

ומדי יום ילמד ארבע מילים יותר מאשר ביום הקודם.

(א) כמה ימים למד אייל לבחינה?

(ב) מי מבין השניים יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר? נמקו.

פתרון:

(א) מספר המילים שלמד אייל מדי יום הוא גודל קבוע, לכן כדי למצוא את

מספר הימים שאייל למד את המילים החדשות, יש לחלק את מספר המילים

הכולל במספר המילים שאותן הוא למד כל יום: $24 = 600 : 25$.

אייל ילמד במשך 24 ימים את המילים החדשות לפני הבחינה.

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) התכנית שבנה נתן הייתה כזאת שמספרי המילים שהוא למד מדי יום מהווים סדרה חשבונית שבה: $a_1 = 12$, $d = 4$, $S_n = 600$. מספר הימים שהוא ילמד לפני הבחינה הוא n ($n = ?$).

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1) \cdot d]}{2}$$

נציב את כל הנתונים בנוסחה ל- S_n :

$$600 = \frac{n[2 \cdot 12 + (n-1) \cdot 4]}{2}$$

$$1,200 = n(24 + 4n - 4)$$

$$1,200 = 4n^2 + 20n$$

$$0 = 4n^2 + 20n - 1,200 \quad / : 4$$

$$n^2 + 5n - 300 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1,200}}{2} = \frac{-5 \pm 35}{2}$$

תשובה פסולה $n_1 = \frac{-40}{2} = -20$

(מספר האיברים חיובי)

$$n_2 = \frac{30}{2} = 15$$

כלומר נתן ילמד במשך 15 ימים, כלומר נתן יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר ב- 9 ימים ($24 - 15 = 9$).

- (3) **עמוד 16 אלה 18 <אלף תואמת אלף האגר האעורכן שנת 2012>**
 כאשר מסדרים את המשכורות של 5 עובדים בסדר עולה (מהמשכורת הנמוכה אל המשכורת הגבוהה), מקבלים סדרה הנדסית.
 המשכורת הנמוכה ביותר היא 5,000 ש"ח והמשכורת הגבוהה ביותר היא 14,280.5 ש"ח.
 (א) חשבו את מנת הסדרה ההנדסית.
 (ב) חשבו את סכום המשכורות של חמשת העובדים.
 (ג) חשבו את הממוצע של חמש משכורות העובדים.

פתרון:

(א) המשכורות של העובדים מהווים סדרה הנדסית שבה:

$$a_1 = 5,000, a_5 = 14,280.5, n = 5$$

צריכים למצוא את מנת הסדרה q .

לפי הנוסחה למציאת האיבר הכללי של סדרה הנדסית:

$$\begin{aligned} a_5 &= a_1 \cdot q^4 \\ 14,280.5 &= 5,000 \cdot q^4 \\ q^4 &= \frac{14,280.5}{5,000} = 2.8561 \\ q &= \sqrt[4]{2.8561} = 1.3 \end{aligned}$$

סדר הפעולות שמבצעים במחשבון הוא:

$$4 \rightarrow \text{shift} \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 14,280.5 \rightarrow : \rightarrow 5,000 \rightarrow) \rightarrow =$$

הערה: כשפתרנו את המשוואה $q^4 = 2.8561$, מקבלים שתי תוצאות,



אחת חיובית והשנייה שלילית.

אבל בשאלה זו בוחרים את התוצאה החיובית, כי מדובר על

בעיה מציאותית.

(ב) את סכום המשכורות של חמשת העובדים מוצאים לפי הנוסחה של סכום

n האיברים הראשונים של סדרה הנדסית:

$$S_5 = \frac{a_1 \cdot (q^5 - 1)}{q - 1}$$

המשך בעמוד הבא <<<

נציב את כל הנתונים ונקבל:

$$S_5 = \frac{5,000(1.3^5 - 1)}{1.3 - 1} = 45,215.5 \text{ ש"ח}$$

הערה: סדר הפעולות במחשבון (אין צורך לבצע פעולות ביניים):

$$5,000 \rightarrow \times \rightarrow (\rightarrow 1.3 \rightarrow ^ \rightarrow 5 \rightarrow - \rightarrow 1 \rightarrow)$$

$$\rightarrow : \rightarrow (\rightarrow 1.3 \rightarrow - \rightarrow 1 \rightarrow) \rightarrow =$$

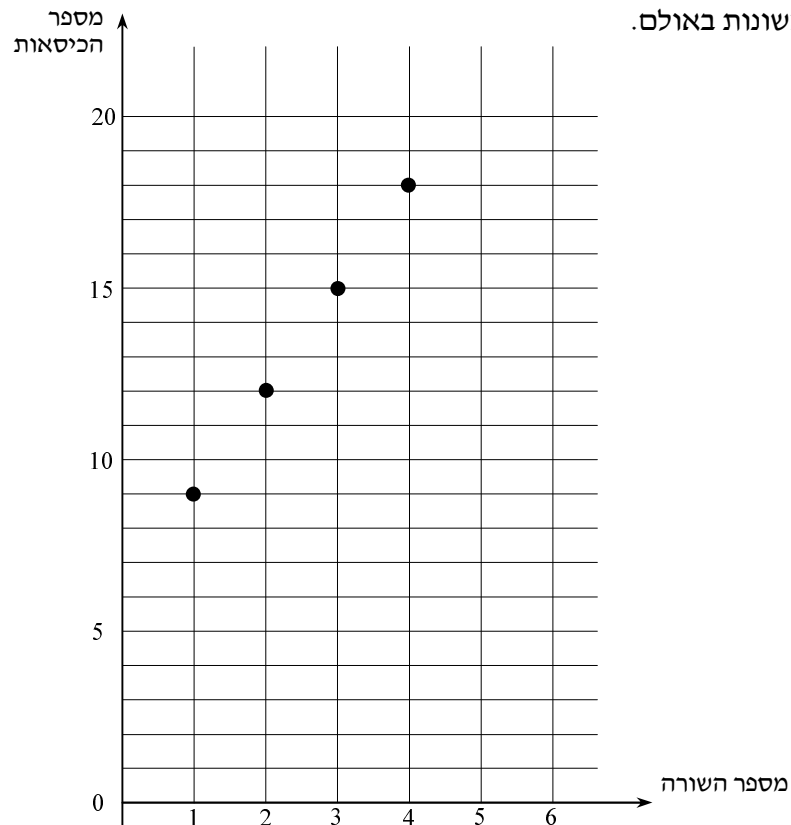


(ג) כדי למצוא את המשכורת הממוצעת, נחלק את סכום המשכורות שקיבלו כל העובדים במספר העובדים.

$$45,215.5 : 5 = 9,043.1 \text{ ש"ח}$$

(4) **אזר 18 אלף 24 f תואמת האלף האאגר האאזרכן שנת 2012**

הגרף הבא מתאר את מספר הכיסאות באולם קולנועי, בכל אחת מארבע השורות הראשונות באולם.



המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) עבור ארבע השורות הראשונות, קבעו בכמה כיסאות גדולה כל שורה מהשורה הקודמת לה.
- (ב) בהנחה שההפרש שמצאתם בסעיף א' נשאר קבוע:
- (i) מצאו כמה כסאות יש בשורה ה-10.
- (ii) באולם הקולנוע יש 504 מקומות ישיבה. מהו מספר השורות באולם?

פתרון:

(א) בשורה הראשונה יש 9 כסאות, בשורה השנייה יש 12 כסאות, בשורה השלישית יש 15 כסאות ובשורה הרביעית יש 18 כסאות. לכן, מספר הכסאות בכל שורה גדול ב-3 ממספר הכסאות בשורה הקודמת לה.

(ב) (i) מספר הכסאות בשורות של האולם מהווה סדרה חשבונית שבה: $a_1 = 9$, $d = 3$.

מכאן נקבל: $a_{10} = a_1 + 9d = 9 + 9 \cdot 3 = 9 + 27 = 36$.
בשורה ה-10 יש 36 כסאות.

(ii) נתון כי $S_n = 540$ ומבקשים למצוא את n .

נציב את הנתונים בנוסחה: $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1) \cdot d]}{2}$ ונקבל:

$$504 = \frac{n[2 \cdot 9 + (n-1)3]}{2} \quad / \cdot 2$$

$$1,008 = n(18 + 3n - 3)$$

$$1,008 = n(15 + 3n)$$

$$1,008 = 15n + 3n^2$$

לאחר כינוס וצמצום נקבל את המשוואה הריבועית:

$$n^2 + 5n - 336 = 0, \text{ שפתרונותיה: } n_1 = 16, n_2 = -21.$$

תשובה: מכיוון שמספר השורות באולם הוא מספר טבעי,

הרי שבאולם יש 16 שורות.

תרגילים לעבודה עצמית

(1) *אלה תואמת לאלה מס' 101 מתוך המאגר לשנת 2012*

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 5 \end{cases}$$

- (א) רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ב) הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.
 (ג) מצאו את האיבר ה-41 בסדרה.

(2) *אלה תואמת לאלה מס' 102 מתוך המאגר לשנת 2012*

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 40 \\ a_{n+1} = a_n - 3 \end{cases}$$

- (א) רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ב) הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית יורדת.
 (ג) מהו הפרש הסדרה?
 (ד) חשבו את הסכום של 12 האיברים הראשונים של הסדרה.

(3) *אלה תואמת לאלה מס' 103 מתוך המאגר לשנת 2012*

נתונים כל המספרים התלת ספרתיים: 999, ..., 102, 101, 100.

- (א) כמה מספרים תלת-ספרתיים קיימים?
 (ב) כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-3 (בלי שארית)?
 (ג) כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב-3?

(4) *אלה תואמת לאלה מס' 104 מתוך המאגר לשנת 2012*

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3 \cdot a_n \end{cases}$$

- (א) רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ב) קבעו האם הסדרה ההנדסית עולה / קבועה / יורדת.
 (ג) חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ד) חשבו את הממוצע של שמונת האיברים הראשונים בסדרה.

(5) **אלף תואמת לאלף מס' 20** מתוך המאגר לשנת 2012

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = -5 \cdot a_n \end{cases}$$

- (א) הסבירו מדוע הסדרה היא סדרה הנדסית.
 (ב) רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ג) חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.

(6) **אלף תואמת לאלף מס' 21** מתוך המאגר לשנת 2012

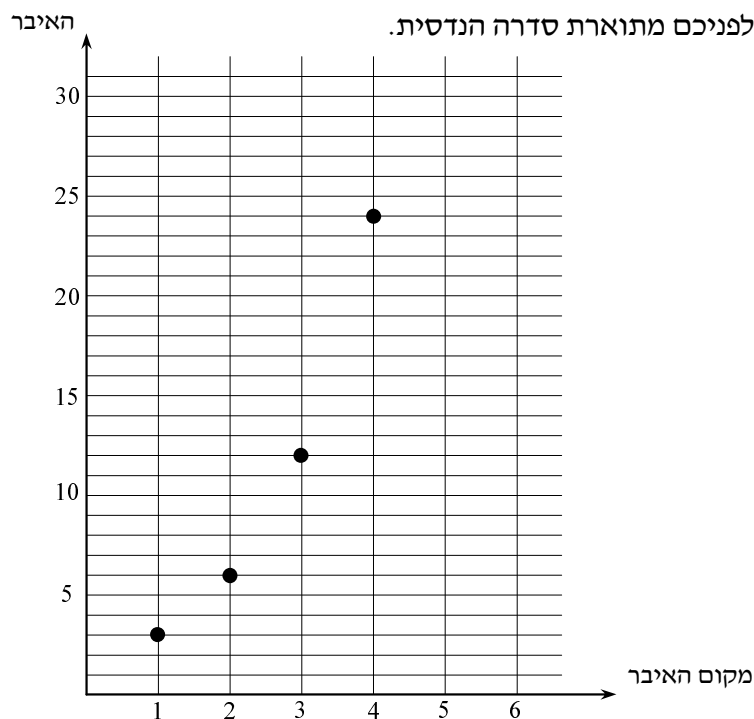
סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 81 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{3} \end{cases}$$

- (א) רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
 (ב) הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה הנדסית יורדת.
 (ג) חשבו את סכום ששת האיברים הראשונים בסדרה.

(7) **אלף תואמת לאלף מס' 22** מתוך המאגר לשנת 2012

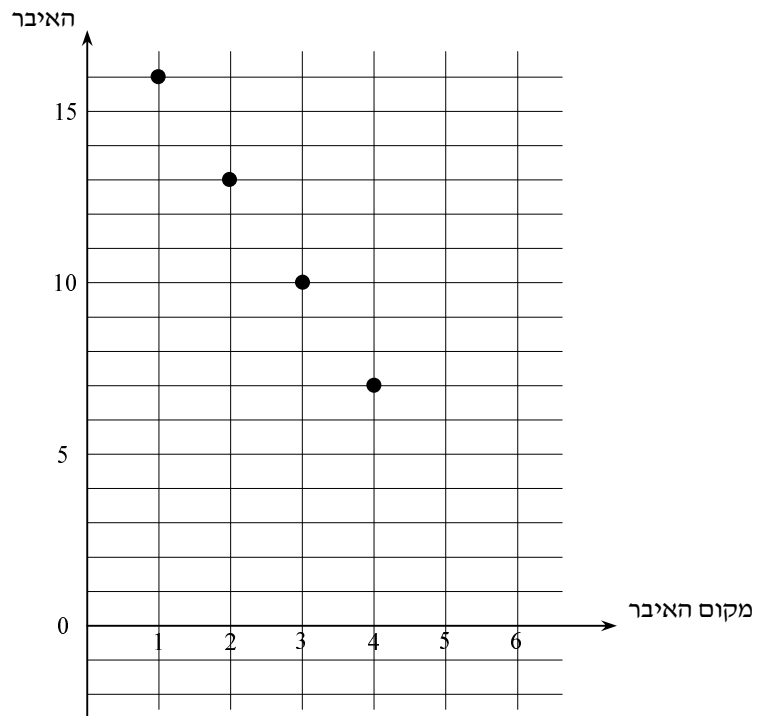
בגרף שלפניכם מתוארת סדרה הנדסית.



המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) מצאו על-פי הגרף את האיבר הראשון בסדרה ואת מנת הסדרה.
 (ב) חשבו את סכום תשעת האיברים הראשונים של הסדרה
 (שימו לב ! חלק מהאיברים אינם מופיעים בגרף)

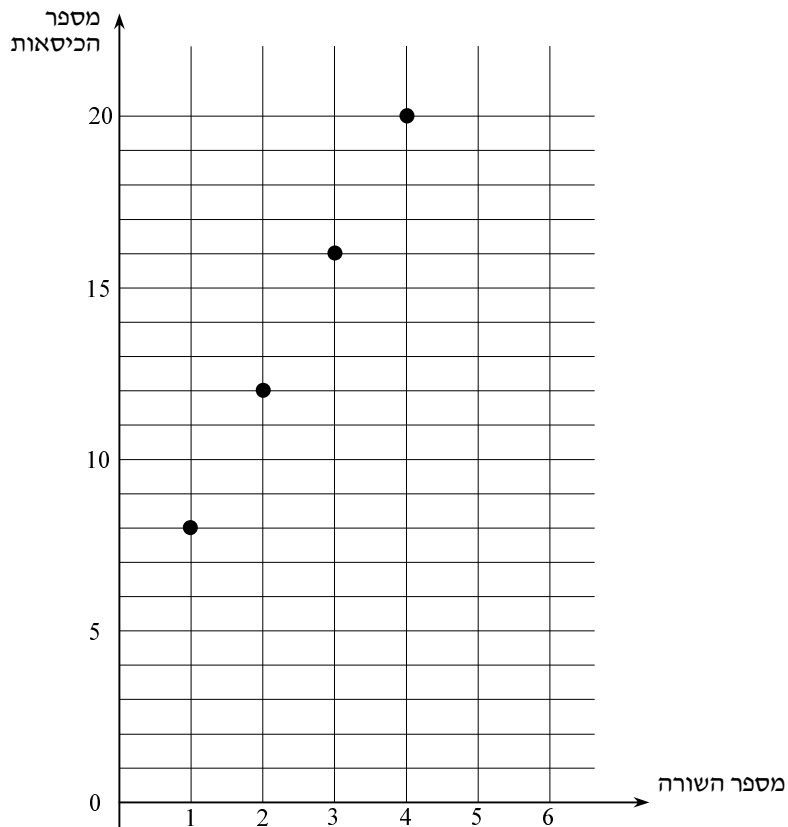
(8) *אלה תואמת אלף אסי 23* מתוך המאגר לשנת 2012
 בגרף שלפניכם מתוארים חמשת האיברים הראשונים של סדרה חשבונית.



- (א) מצאו על-פי הגרף את האיבר הראשון בסדרה, ואת הפרש הסדרה.
 (ב) חשבו את סכום 12 האיברים הראשונים של הסדרה.
 (ג) סכום של כמה איברים ראשונים בסדרה שווה ל-75 ?

(9) *אלף תואמת אלף אסי' 24* מתוך המאגר לשנת 2012

הגרף הבא מתאר את מספר הכיסאות באולם קולנוע, בכל אחת מארבע השורות הראשונות באולם.



- (א) עבור ארבע השורות הראשונות, קבעו בכמה כיסאות גדולה כל שורה מהשורה הקודמת לה.
- (ב) בהנחה שההפרש שמצאתם בסעיף א' נשאר קבוע:
- (i) מצאו כמה כסאות יש בשורה ה-10.
- (ii) באולם הקולנוע יש 540 מקומות ישיבה. מהו מספר השורות באולם?

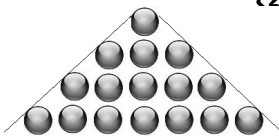
10) קאלה תואמת קאלה אסי' 6 מתוך המאגר לשנת 2012

- מפעל המייצר חלקי חילוף למכוניות, ייצר בחודש הראשון (חודש ינואר) 1,500 פריטים. בגלל דרישות השוק, הגביר המפעל את הייצור בכל חודש ב- 200 פריטים יותר מאשר בחודש הקודם.
- (א) כמה פריטים ייצר המפעל בחודש ה- 12 (חודש דצמבר)?
- (ב) כמה פריטים ייצר המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?
- (ג) הרווח הנקי מכל פריט הוא 750 ש"ח. כמה הרווח המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?

11) קאלה תואמת קאלה אסי' 9 מתוך המאגר לשנת 2012

- אבן, הנופלת באופן חופשי, עוברת בשנייה הראשונה מרחק של 5 מטרים, ובכל אחת מן השניות הבאות היא עוברת 10 מטרים יותר מאשר בשנייה הקודמת לה. כדי למדוד את העומק של בור, שחררו אבן שנפלה באופן חופשי לתחתית הבור.
- (א) מה המרחק שעברה האבן בשנייה הרביעית?
- (ב) האבן הגיעה לתחתית הבור כעבור 4 שניות מתחילת הנפילה. מה עומק הבור?

12) קאלה תואמת קאלה אסי' 8 מתוך המאגר לשנת 2012



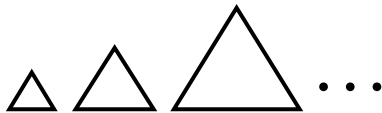
- על שולחן מסדרים כדורים בצורת משולש באופן הבא:
- בשורה הראשונה – כדור אחד, בשורה השנייה – 3 כדורים, בשורה השלישית – 5 כדורים וכן הלאה (ראו סרטוט).
- (א) כמה כדורים יהיו בשורה ה- 16?
- (ב) מהו מספר הכדורים הדרוש ליצירת משולש שבו 16 שורות?
- (ג) לבניית משולש משתמשים ב- 400 כדורים. כמה שורות של כדורים יהיו במשולש זה?

13) אלה תואמת אלה אסי גוז אתוך האאגר אנת 2012

- אלון ונדב מתכוננים לבחינה הפסיכומטרית.
 כל אחד מהם צריך ללמוד 540 מילים חדשות.
 אלון החליט שילמד מדי יום 27 מילים.
 נדב בנה תכנית עבודה כך, שביום הראשון ילמד 15 מילים
 ומדי יום ילמד שלוש מילים יותר מאשר ביום הקודם.
 (א) כמה ימים למד אלון לבחינה?
 (ב) מי מבין השניים יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר? נמקו.

14) אלה תואמת אלה אסי גוז אתוך האאגר אנת 2012

- ההיקפים של משולשים שווי-צלעות מהווים סדרה הנדסית עולה.
 בסדרה ישנם 6 משולשים.
 אורך הצלע של המשולש הראשון הוא 4 ס"מ
 ואורך הצלע של המשולש השני הוא 10 ס"מ.
 (א) מהו ההיקף של המשולש השלישי בסדרה?
 (ב) מהי הצלע של המשולש האחרון בסדרה?
 (ג) מהו סכום ההיקפים של ששת המשולשים?



15) אלה תואמת אלה אסי גוז אתוך האאגר אנת 2012

- כאשר מסדרים את המשכורות של 4 עובדים בסדר עולה (מהמשכורת הנמוכה
 אל המשכורת הגבוהה), מקבלים סדרה הנדסית.
 המשכורת הנמוכה ביותר היא 6,000 ש"ח והמשכורת הגבוהה ביותר
 היא 11,718.75 ש"ח.
 (א) חשבו את מנת הסדרה ההנדסית.
 (ב) חשבו את סכום המשכורות של ארבעת העובדים.
 (ג) חשבו את הממוצע של ארבע משכורות העובדים (בקירוב).



16) אלה תואמת אלה אסי' גל' אתוך האאגר לשנת 2012

במבנה עם גג משופע יש שני קירות תמיכה זהים.
כל קיר עשוי מעמודים אנכיים של צינורות ברזל
(ראו סרטוט).

אורכו של העמוד הגבוה ביותר בכל אחד מהקירות
הוא 12 מטרים.

אורכו של העמוד הקצר ביותר הוא 8 מטרים ו-40 ס"מ.
אורכו של כל עמוד קצר מהקודם לו ב-40 ס"מ.

(א) כמה עמודים יש בקיר תמיכה אחד?

(ב) בכמה מטרים של צינור ברזל השתמשו לבניית שני הקירות?

(ג) מחירו של מטר אחד צינור ברזל הוא 25 ש"ח.

מה המחיר ששילמו עבור צינורות הברזל לבניית שני הקירות?

17) אלה תואמת אלה אסי' גסו' אתוך האאגר לשנת 2012

דני צריך לשלוח בדואר 5 חבילות במשקלים שונים.
עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה.
מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית.

מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 4 מהבול הזול ביותר.
סך הכול שילם דני 150 ש"ח.

(א) מהו מחיר הבול הזול ביותר?

(ב) מהו מחיר הבול היקר ביותר?

18) אלה תואמת אלה אסי' גלו' אתוך האאגר לשנת 2012

בתחרות השתתפו 12 קבוצות. כל קבוצה זוכה בפרס בהתאם למיקומה בסיום
התחרות. הפרסים מהווים סדרה הנדסית שבה כל פרס קטן מקודמו פי 2.
הקבוצה במקום הראשון מקבלת את הפרס הגדול ביותר, והקבוצה במקום
האחרון מקבלת את הפרס הקטן ביותר.

קבוצת "עירוני תמר" סיימה את התחרות במקום החמישי וקיבלה סכום
של 16,000 ש"ח.

המשך בעמוד הבא <<<

- (א) קבוצת "צור יואב" סיימה במקום הראשון. מהו הסכום שקיבלה?
 (ב) קבוצת "עירוני אפרת" סיימה את התחרות במקום האחרון.
 מהו הסכום שקיבלה?
 (ג) מהו סכום הפרסים הכולל שחולק לכל הקבוצות המשתתפות בתחרות?

תשובות סופיות

- (1) (א) 4 , 9 , 14 , 19
 (ב) על-פי כלל הנסיגה, כל איבר גדול ב- 5 מהאיבר הקודם לו.
 (ג) 204
- (2) (א) 40 , 37 , 34 , 31
 (ב) על-פי כלל הנסיגה, כל איבר קטן ב- 3 מהאיבר הקודם לו.
 (ג) -3 (ד) 282
- (3) (א) 900 (ב) 300 (ג) 600
- (4) (א) 7 , 21 , 63 , 189 , 567
- (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית עולה, כי כל איברי הסדרה חיוביים וכל איבר בסדרה מתקבל מהאיבר הקודם על-ידי הכפלה במספר קבוע הגדול מ-1 (בסדרה זו, ב-3).
 (ג) 22,960 (ד) 2,870
- (5) (א) הסדרה היא סדרה הנדסית כי כל איבר מתקבל מהקודם על-ידי הכפלה במספר הקבוע -5 .
 (ב) 2,500 , -500 , 100 , -20 , 4 (ג) -260,416
- (6) (א) 81 , 27 , 9 , 3 , 1
 (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית יורדת, כי כל איבר קטן מקודמו פי 3.
 (ג) $121\frac{1}{3}$
- (7) (א) $a_1 = 3$, $q = 2$ (ב) 1,533
- (8) (א) $a_1 = 16$, $d = -3$ (ב) -6
 (ג) 15 איברים.

			(9) (א) 4 כיסאות.
			(ב) (i) 44 כסאות. (ii) 15 שורות.
23,400,000 ש"ח.	(ג) 31,200 פריטים.	(10) (א) 3,700 פריטים.	(ב) (א) 35 מטר.
	(ב) 80 מטר.	(11) (א) 31	(12) (א) 20 ימים.
20 (ג)	256 (ב)		
			(ב) נדב יסיים את למידת המילים במשך 15 יום,
			ולכן הוא יסיים את למידת המילים לפני אלון.
1,945.125 ס"מ.	(ג) 390.625 ס"מ.	(14) (א) 75 ס"מ.	
8,648.44 ש"ח.	(ג) 34,593.75 ש"ח.	(15) (א) 1.25	
5,100 ש"ח.	(ג) 204 מטר.	(16) (א) 10 עמודים.	
	(ב) 48 ש"ח.	(17) (א) 12 ש"ח.	
511,875 ש"ח.	(ג) 125 ש"ח.	(18) (א) 256,000 ש"ח.	

1.3 גדילה ודעיכה

תרגילים בתורים

- (1) *עמוד 23 אלה 15 <אלה תואמת kאלת האאגר האאורכן שנת 2012>*
 הטמפרטורה של חומר מסוים קטנה בכל דקה באופן מעריכי, כאשר מכניסים אותו לקירור בסביבה של 0°C .
 חומר שהטמפרטורה שלו הייתה 120°C התקרר בסביבה זו ל- 80°C תוך 6 דקות.
 (א) פי כמה קטנה הטמפרטורה של החומר בכל דקה?
 (ב) מהי הטמפרטורה של החומר דקה אחת אחרי שהוכנס לקירור?
 (ג) מה הטמפרטורה של החומר 12 דקות אחרי שהוכנס לקירור?
 (ד) החומר יוצא מהקירור כשהטמפרטורה שלו מגיעה ל- 30°C .
 בחרו את האפשרות הנכונה ונמקו:

(i) החומר יוצא מהקירור כעבור 20 דקות בדיוק.

(ii) החומר יוצא מהקירור כעבור פחות מ- 20 דקות.

(iii) החומר יוצא מהקירור לאחר יותר מ- 20 דקות.

פתרון:

- הנוסחה בה משתמשים לפתרון השאלה היא $k_n = k_0 \cdot q^n$.
 (א) לפי הנתונים: $k_0 = 120^{\circ}\text{C}$, $k_n = 80^{\circ}\text{C}$, $n = 6$.
 צריך למצוא את q .

$$k_6 = k_0 \cdot q^6$$

$$80 = 120 \cdot q^6$$

$$q^6 = \frac{80}{120}$$

$$q = \pm \sqrt[6]{\frac{80}{120}} = \pm 0.9347$$

הפעולות במחשבון:

$$6 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 80 \rightarrow : \rightarrow 120 \rightarrow) \rightarrow =$$

הפתרון $q = -0.9347$ נפסל מכיוון שכל הטמפרטורות חיוביות.

הטמפרטורה של החומר קטנה ומוכפלת פי 0.9347 בכל דקה.

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) בסעיף זה $n = 1$.

$$k_1 = k_0 \cdot q^1 = 120 \cdot 0.9347^1 = 112.16^\circ\text{C}$$

(ג) אחרי 12 דקות, הטמפרטורה של החומר תהיה:

$$k_{12} = k_0 \cdot q^{12} = 120 \cdot 0.9347^{12} = 53.36^\circ\text{C}$$

(ד) כדי לענות על סעיף (ד)(i), נמצא מהי הטמפרטורה של החומר

בדיוק אחרי 20 דקות.

$$k_{20} = k_0 \cdot q^{20} = 120 \cdot 0.9347^{20} = 31.1^\circ\text{C}$$

כדי שהטמפרטורה של החומר תהיה 30°C , צריכים להוציא אותו

מהקירור אחרי יותר מ-20 דקות.

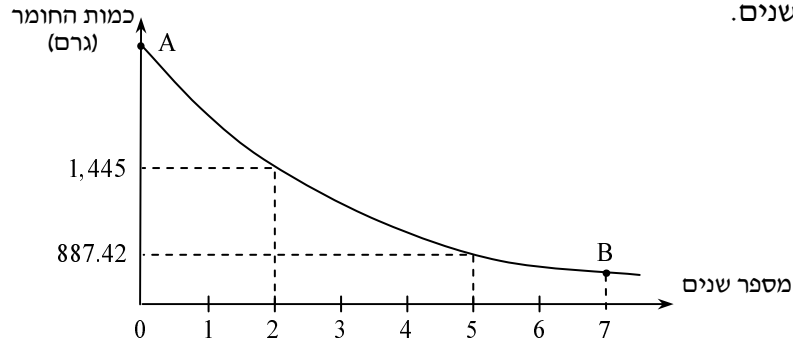
האפשרות הנכונה היא אפשרות (iii).

(2) *עמוד 26 ke 24 <אלה תואמת אלף האגר האלודכן 2012>*

כמות חומר רדיואקטיבי מסוים קטנה מידי שנה באופן מעריכי.

הגרף הבא מתאר את תוצאות מדידת משקל החומר הרדיואקטיבי במשך

7 שנים.



בהסתמך על הנתונים בגרף ענו על השאלות הבאות:

(א) (i) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה?

(ii) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה החמישית?

(ב) בכמה אחוזים יורד משקל החומר במשך שנה אחת?

(ג) מצאו את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?

(ד) מצאו את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?

(ה) כעבור כמה שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית ירד משקל החומר, בפעם

הראשונה, מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי?

פתרון השאלה בעמוד הבא <<<

פתרון:

(א) על-פי הנתונים שעל הגרף הנתון, רואים: 887.42 גרם $k_5 =$,
 $k_2 = 1,445$ גרם.

(ב) נפרט את הנתונים לפי הנוסחה $k_n = k_0 \cdot q^n$:

$$k_2 = k_0 \cdot q^2$$

$$k_5 = k_0 \cdot q^5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_0 \cdot q^2 = 1,445 \\ k_0 \cdot q^5 = 887.42 \end{array} \right.$$

מכאן:

$$\frac{k_0 \cdot q^5}{k_0 \cdot q^2} = \frac{887.42}{1,445}$$

נחלק אגפי משוואה שנייה באגפי משוואה ראשונה:

$$q^3 = \frac{887.42}{1,445}$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{887.42}{1,445}} = 0.85$$

הערה: סדר הפעולות במחשבון:



$3 \rightarrow shift \rightarrow ^ \rightarrow (\rightarrow 887.42 \rightarrow : \rightarrow 1,445 \rightarrow) \rightarrow =$
 מעגלים את התוצאה ל-0.85.

גילינו ש- $q = 0.85$.

$$q = 1 - \frac{p}{100}$$

במקרה של דעיכה:

$$0.85 = 1 - \frac{p}{100}$$

$$\frac{p}{100} = 0.15 \quad / \cdot 100$$

$$p = 15\%$$

משקל החומר יורד במשך שנה אחת ב-15%.

הערה: ניתן לפתור את סעיף (ב) גם בדרך אחרת:

לקחת את כמות החומר אחרי שנתיים ככמות ההתחלתית (k_0)
 ואת כמות החומר אחרי 5 שנים ככמות 3 שנים לאחר מכן (k_3).

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) שיעורי הנקודה A הם $(0, k_0)$.

כדי למצוא את k_0 , הכמות ההתחלתית של החומר,

$$1,445 = k_0 \cdot q^2 \quad \text{נשתמש בנתון: } k_2 = 1,445$$

$$1,445 = k_0 \cdot 0.85^2$$

$$k_0 = \frac{1,445}{0.85^2} = 2,000$$

שיעורי הנקודה A הם $A(0, 2000)$.

משמעות הנקודה A : במדידה ההתחלתית היה משקל החומר 2,000 גרם.

(ד) שיעורי הנקודה B הם $B(7, k_7)$.

$$k_7 = k_0 \cdot q^7 = 2,000 \cdot 0.85^7$$

$$k_7 = 641.15 \text{ גרם}$$

שיעורי הנקודה B הם $B(7, 641.15)$.

משמעות הנקודה B : 7 שנים לאחר המדידה ההתחלתית,

היה משקל החומר 641.15 גרם.

(ה) לפי הגרף הנתון רואים שאחרי 5 שנים, משקל החומר היה 887.42 גרם,

שזה בעצם פחות ממחצית המשקל ההתחלתי של 2,000 גרם.

נבדוק מה היה משקל החומר אחרי 4 שנים :

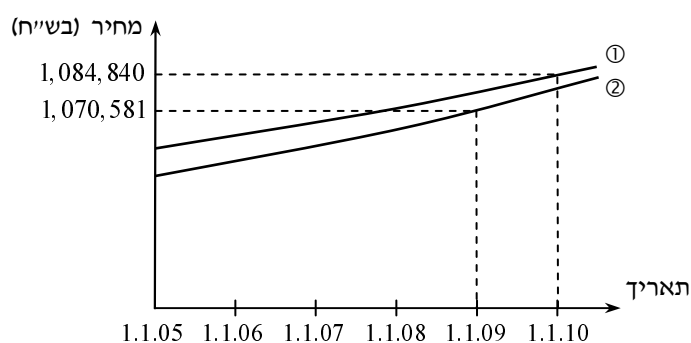
$$k_4 = 2,000 \cdot 0.85^4 = 1,044.01 \text{ גרם}$$

המשקל הזה גדול ממחצית המשקל ההתחלתי של 2,000 גרם, לכן כעבור

5 שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית, ירד משקל החומר בפעם הראשונה

מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי.

(3) **עמוד 28 אלה 26** *אלף תואמת אלף המאגר המעודכן שנת 2012*
 מחירי דירות בישובים א' ו- ב' עלו בין השנים 2005 – 2010 באחוז קבוע מדי שנה. אחוז זה שונה בשני היישובים.
 המחיר של דירה מסוימת בישוב א' בתאריך 1.1.2005 היה 850,000 ש"ח.
 המחיר של דירה מסוימת בישוב ב' בתאריך 1.1.2005 היה 800,000 ש"ח.
 הגרפים הבאים מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



- (א) התאימו לכל אחד מהישובים א' ו- ב' את אחד מהגרפים ① או ② שבסרטוט. נמקו את בחירתכם.
- (ב) על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב א', בכל שנה.
- (ג) על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב ב', בכל שנה.
- (ד) (i) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.05 ?
- (ii) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.08 ?
- (iii) מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים ? (בחרו את התשובה הנכונה):
 ההפרש גדל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קטן.

פתרון השאלה בעמוד הבא <<<

פתרון:

(א) גרף ① מתאר את המחיר של דירה מסוימת ביישוב א' במשך 5 שנים (וגם מעבר לכך).

גרף ② מתאר את המחיר של דירה מסוימת ביישוב ב' במשך 5 שנים (וגם מעבר לכך).


ב-1.1.2005, המחיר של דירה ביישוב א' היה גבוה יותר. מכיוון שגרף ① נמצא מעל לגרף ②, הרי שגרף ① מתאים ליישוב א'.

(ב) נסמן ב- $k_0 = 850,000$ ש"ח את המחיר של דירה מסוימת ביישוב א' בתאריך 1.1.2005, לכן לפי הגרף $k_5 = 1,084,840$ ש"ח הוא המחיר של הדירה ביישוב א' אחרי 5 שנים. מהנתונים הללו ניתן למצוא את ה- q המראה פי כמה גדל מחיר הדירה בכל שנה.

$$k_5 = k_0 \cdot q_{\text{יישוב א'}}^5$$

$$1,084,840 = 850,000 \cdot q^5$$

$$q_{\text{יישוב א'}} = \sqrt[5]{\frac{1,084,840}{850,000}} = 1.05$$

הערה: סדר הפעולות במחשבון: 

$5 \rightarrow shift \rightarrow \wedge \rightarrow (\rightarrow 1,084,840 \rightarrow : \rightarrow 850,000 \rightarrow) \rightarrow =$
מעגלים את התוצאה ל-1.05.

מהנוסחה $q_{\text{יישוב א'}} = 1 + \frac{p_{\text{יישוב א'}}}{100}$ נמצא את אחוז עליית מחיר הדירה

$$1.05 = 1 + \frac{p_{\text{יישוב א'}}}{100} \quad \text{ביישוב א' בכל שנה:}$$

$$\frac{p_{\text{יישוב א'}}}{100} = 0.05 \quad / \cdot 100$$

$$p_{\text{יישוב א'}} = 5\%$$

(ג) באותה דרך נמצא את אחוז עליית מחיר הדירה ביישוב ב', בכל שנה. הנתונים הם: מחיר הדירה ב-1.1.2005 הוא $m_0 = 800,000$ ש"ח, מחיר הדירה אחרי 5 שנים הוא $m_5 = 1,070,581$ ש"ח.

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

$$m_5 = m_0 \cdot q_{\text{יישוב ב'}}^5$$

$$1,070,581 = 800,000 \cdot q^5$$

$$q_{\text{יישוב ב'}} = \sqrt[5]{\frac{1,070,581}{800,000}} = 1.06$$

נמצא את אחוז עליית מחיר הדירה ביישוב ב' בכל שנה :

$$q_{\text{יישוב ב'}} = 1 + \frac{p_{\text{יישוב ב'}}}{100}$$

$$1.06 = 1 + \frac{p_{\text{יישוב ב'}}}{100}$$

$$\frac{p_{\text{יישוב ב'}}}{100} = 0.06 \quad / \cdot 100$$

$$p_{\text{יישוב ב'}} = 6\%$$

(ד) (i) ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.2005

$$k_0 - m_0 = 850,000 - 800,000 = 50,000 \text{ ש"ח} \quad \text{היה:}$$

(ii) כדי למצוא את ההפרש בין מחירי הדירות בתאריך 1.1.2008,

נמצא את עלות הדירות בתאריך זה. תקופת הזמן בין 1.1.2005

לבין 1.1.2008 היא 3 שנים.

$$k_3 = k_0 \cdot q_{\text{א'}}^3 = 850,000 \cdot 1.05^3 \approx 983,981 \text{ ש"ח}$$

$$m_3 = m_0 \cdot q_{\text{ב'}}^3 = 800,000 \cdot 1.06^3 \approx 952,813 \text{ ש"ח}$$

$$k_3 - m_3 = 983,981 - 952,813 = 31,168 \text{ ש"ח}$$

(iii) לפי התוצאות של סעיפים (i) ו-(ii), אנו מסיקים שההפרש קטן.

תרגילים לעבודה עצמית

- (1) *אלף תואמת אלף אסי 3* מתוך המאגר *נסת 2012*
 בבנק מסוים מציעים שתי תכניות חיסכון:
 תכנית א' נותנת ריבית שנתית של 4% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנה שלמה).
 תכנית ב' נותנת ריבית דו-שנתית של 8% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנתיים שלמות).
 אדם החליט להשקיע 100,000 ש"ח בתכנית חיסכון.
 (א) באיזו תכנית כדאי לו לבחור, אם הוא רוצה להשקיע את הכסף ל-4 שנים? נמקו.
- (ב) הבנק שינה את תנאי החיסכון ומאפשר בחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית א' (ביחידות של שנה שלמה), ובחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית ב' (ביחידות של שנתיים שלמות).
 אדם רוצה להשקיע את כספו לתקופה של 21 שנים.
 כיצד כדאי לאדם להשקיע את כספו, כדי לקבל רווח מרבי?
 בתשובתכם הסתמכו על התוצאה שקיבלתם בסעיף (א).
- (2) *אלף תואמת אלף אסי 4* מתוך המאגר *נסת 2012*
 ברשותי סכום של 200,000 ש"ח. מציעים לי שתי תכניות חיסכון:
 תכנית אחת ל-5 שנים, שבסופן אקבל את הקרן בתוספת של 50% רווח מסכום הקרן, ותכנית שנייה ל-6 שנים, שבסופן אקבל את הקרן בתוספת של 60% רווח מסכום הקרן. בשתי התכניות יש ריבית שנתית קבועה.
 באיזו תכנית יש ריבית שנתית גבוהה יותר?
- (3) *אלף תואמת אלף אסי 7* מתוך המאגר *נסת 2012*
 משקלו של חומר רדיואקטיבי מסוים הוא 200 גר'.
 משקל החומר יורד בכל 10 שנים ב-15.91%.
 כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?

(4) *אלף תואמת אלף אסי גנוז מתוך האגר גנת 2012*

ערך מכונית א' היום הוא 180,000 ש"ח.
 ערך מכונית ב' היום הוא 120,000 ש"ח.
 ערכה של מכונית א' יורד מדי שנה ב- 8% ,
 ואילו ערכה של מכונית ב' יורד מדי שנה ב- 6% .
 (א) השלימו את הטבלה :

מכונית	ערך התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
א'				
ב'				
הפרש המחירים				

(ב) מה קורה להפרש המחירים בין שתי המכוניות במשך השנים ?
 (בחרו את התשובה הנכונה) :

① ההפרש גדל ② ההפרש נשאר קבוע ③ ההפרש קטן.

(ג) מה יהיה מחירה של מכונית א' בעוד 5 שנים ?

(ד) כעבור כמה שנים יהיה מחירה של מכונית ב' 88,068 ש"ח ?

(5) *אלף תואמת אלף אסי גנוז מתוך האגר גנת 2012*

בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה ראשונה נספרו 2,395 עופות. בספירה שנייה שנערכה כעבור שנתיים, נספרו 3,885 עופות. אוכלוסיית העופות הדורסים גדלה באופן מעריכי.

(א) מהו אחוז הגדילה של מספר עופות דורסים בשמורת הטבע בשנתיים ?

(ב) כעבור כמה שנים מהספירה הראשונה יהיו בשמורה 16,582 עופות דורסים ?

(6) *אלף תואמת אלף אסי גנוז מתוך האגר גנת 2012*

להכנת עוגת שמרים משתמשים בבצק שעובר תהליך התפחה.

נפח הבצק בהתחלה היה 1,200 סמ"ק.

בודקים את נפח הבצק בכל חצי שעה.

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- ידוע כי הבצק מכפיל את נפחו כעבור שעה וחצי.
- (א) בכמה אחוזים גדל נפח הבצק בכל חצי שעה של התנפה?
- (ב) מהו נפח הבצק לאחר שעה של התנפה? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.
- (ג) הבצק מוכן לאחר שעתיים של התנפה. מהו נפח הבצק המוכן? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.

(7) *אלף תואמת אלף אסי' (ז) מתוך האגף (שנת 2012)*

- במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה. בתחילת הניסוי היו 60,000,000 (60 מיליון) חיידקים בתרבית מסוימת. כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קטן מספר החיידקים בתרבית פי שתיים בכל ארבע שעות.
- (א) כמה חיידקים נותרו בתרבית ארבע שעות לאחר הוספת התרופה?
- (ב) כמה חיידקים נותרו בתרבית 12 שעות לאחר הוספת התרופה?
- (ג) כעבור כמה שעות מתחילת הניסוי יישארו בתרבית 3,750,000 חיידקים?
- (ד) הוחלט כי הניסוי יימשך עד שבתרבית יישארו פחות מ- 2,000,000 חיידקים.
- (i) כמה חיידקים נותרו בתרבית כעבור 20 שעות?
- (ii) האם הניסוי יסתיים כעבור 20 שעות? נמקו.

(8) *אלף תואמת אלף אסי' (ז) מתוך האגף (שנת 2012)*

- תחושת כאב בגרון נגרמת על-ידי הימצאותם של כ- 10^9 (מיליארד = אלף מליון) חיידקי סטרפטוקוקוס.
- כאשר לוקחים אנטיביוטיקה בכל יום, מספר החיידקים קטן לרבע מהכמות שלהם בתחילת אותו יום.
- (א) כמה חיידקי סטרפטוקוקוס נותרו אחרי שלושה ימים של לקיחת אנטיביוטיקה?
- (ב) כעבור כמה ימים יהיו בגרון 3,906,250 חיידקי סטרפטוקוקוס?
- (ג) כאשר נשארים כ- 950,000 חיידקי סטרפטוקוקוס, יש תחושת הקלה בכאב הגרון.
- (i) האם כעבור 5 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?
- (ii) האם כעבור 6 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?

(9) קאלה תואמת kalfa מסי' 151 מתוך המאגר לשנת 2012

הטמפרטורה של חומר מסוים קטנה בכל דקה באופן מעריכי, כאשר מכניסים אותו לקירור בסביבה של 0°C .

חומר שהטמפרטורה שלו הייתה 100°C התקרר בסביבה זו ל- 80°C תוך 4 דקות.

(א) פי כמה קטנה הטמפרטורה של החומר בכל דקה?

(ב) מהי הטמפרטורה של החומר דקה אחת אחרי שהוכנס לקירור?

(ג) מה הטמפרטורה של החומר 8 דקות אחרי שהוכנס לקירור?

(ד) החומר יוצא מהקירור כשהטמפרטורה שלו מגיעה ל- 35°C .

בחרו את האפשרות הנכונה ונמקו:

(i) החומר יוצא מהקירור כעבור 20 דקות בדיוק.

(ii) החומר יוצא מהקירור כעבור פחות מ- 20 דקות.

(iii) החומר יוצא מהקירור לאחר יותר מ- 20 דקות.

(10) קאלה תואמת kalfa מסי' 161 מתוך המאגר לשנת 2012

סיגל בישלה ריבת שזיפים. כאשר טמפרטורת הריבה הייתה 80°C , היא הכניסה אותה למקרר, שבו הטמפרטורה היא 0°C מעלות צלסיוס. הטמפרטורה של הריבה קטנה בכל דקה באופן מעריכי.

5 דקות אחרי תחילת הקירור הייתה טמפרטורת הריבה 60°C .

(א) בכמה אחוזים יורדת הטמפרטורה של הריבה בדקה אחת?

(ב) מהי טמפרטורת הריבה 20 דקות אחרי תחילת תהליך הקירור?

(ג) מהי טמפרטורת הריבה שעה אחת אחרי תחילת תהליך הקירור?

(11) קאלה תואמת kalfa מסי' 171 מתוך המאגר לשנת 2012

ערך הקרקע באזור מסוים בארץ עלה באחוז קבוע בכל שנה, החל מינואר 2007. מחיר הקרקע בינואר 2007 היה 100,000 ש"ח.

בינואר 2011 הגיע מחיר הקרקע ל- 125,000 ש"ח.

(א) בכמה אחוזים גדל מחיר הקרקע מינואר 2007 עד ינואר 2008?

(ב) אם מחיר הקרקע ימשיך לעלות באותו קצב, תוך כמה שנים מינואר 2007

יגיע מחיר הקרקע ל- 132,171 ש"ח?

(12) אלה תואמת אלה אסי' 18 מתוך האאגר אנת 2012

- לפי הסכם עבודה שנחתם עם העובדים במפעל מסוים, הם יקבלו תוספת לשכר של אחוז קבוע מדי שנה.
- (א) משכורתו של דותן ביום חתימת ההסכם הייתה 10,000 ש"ח לחודש. שנתיים אחרי כן הייתה משכורתו של דותן 10,816 ש"ח. בכמה אחוזים גדלה משכורתו של דותן בכל שנה?
- (ב) משכורתו של שגיב ביום חתימת ההסכם הייתה 8,000 ש"ח לחודש. משכורתו של שגיב גדלה בכל שנה ב- 6%.
- (i) מה תהיה משכורתו של שגיב כעבור שנתיים?
- (ii) כעבור כמה שנים תהיה משכורתו של שגיב 10,099.82 ש"ח?
- (ג) האם כעבור 10 שנים תהיה המשכורת של דותן עדיין גבוהה ממשכורתו של שגיב? נמקו.

(13) אלה תואמת אלה אסי' 20 מתוך האאגר אנת 2012

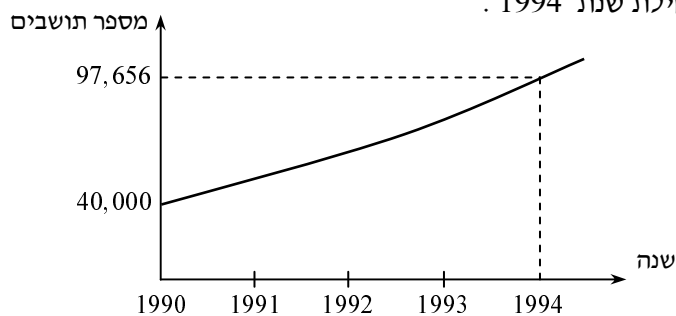
- ב- 1.1.2000 היו בקופת גמל של עובד 300,000 ש"ח. במשך 6 השנים הבאות הניבה קופת הגמל של העובד אחוז רווח קבוע מדי שנה.
- ב- 1.1.2006 היו בחשבונו של העובד 402,029 ש"ח.
- (א) בכמה אחוזים גדל סכום החיסכון של העובד בשנה אחת?
- (ב) מה היה סכום החיסכון של העובד בקופת הגמל ב- 1.1.2004?
- (ג) כעבור כמה שנים היו בקופת הגמל 330,750 ש"ח?

(14) אלה תואמת אלה אסי' 21 מתוך האאגר אנת 2012

- דורון לקח הלוואה בבנק בסך 150,000 ש"ח. הוא הקטין את חובו לבנק ב- 8% בכל שנה.
- (א) מה היה חובו של דורון לבנק בסוף השנתיים הראשונות?
- (ב) מה היה חובו של דורון בתום 9 השנים הראשונות?
- (ג) שתיים-עשרה שנים אחרי שלקח את ההלוואה, קיבל דורון 60,100 ש"ח מקרן השתלמות.
- האם הסכום יספיק כדי להחזיר את שארית החוב שלו לבנק? נמקו.

(15) אלה תואמת אלה מס' 22 מתוך המאגר (שנת 2012)

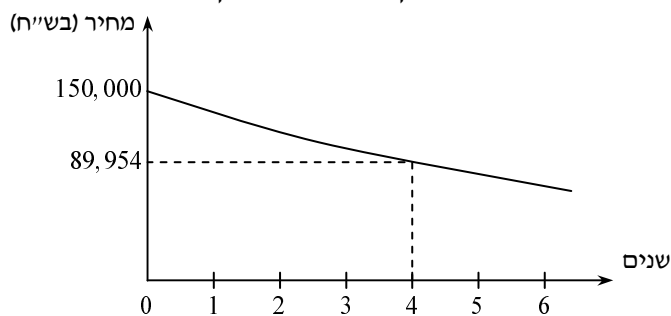
האוכלוסייה בעיר מסוימת גדלה באופן מעריכי.
 הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1990 לבין תחילת שנת 1994.



- (א) מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1990 ובתחילת שנת 1994?
 (ב) בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?
 (ג) בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1996?
 (ד) בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1987?

(16) אלה תואמת אלה מס' 23 מתוך המאגר (שנת 2012)

מחיר מכונית יורד מדי שנה באופן מעריכי.
 הגרף הבא מתאר את ירידת ערך המכונית במשך 6 שנים לאחר הקנייה.



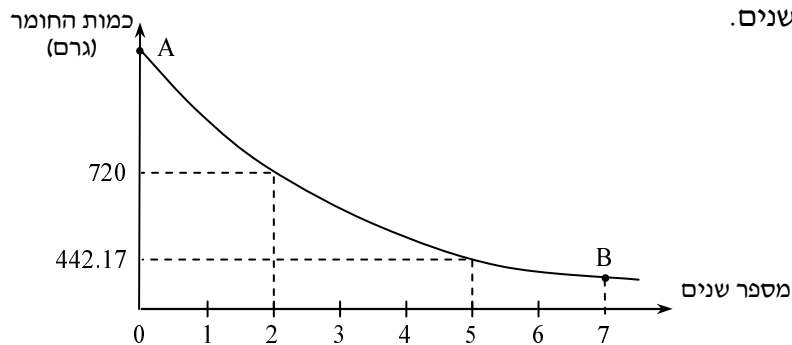
- (א) (i) מה היה המחיר ההתחלתי של המכונית?
 (ii) מה היה מחיר המכונית כעבור 4 שנים?

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (ב) בכמה אחוזים ירד המחיר של המכונה במשך שנה אחת?
 (ג) 8 שנים לאחר הקנייה המכונה נמכרה.
 מה היה מחיר המכירה של המכונה? (עגלו את תשובתכם לשקלים שלמים)

17) *אלף תואמת אלף אסי* (24) מתוך המאגר (שנת 2012)

כמות חומר רדיואקטיבי מסוים קטנה מידי שנה באופן מעריכי. הגרף הבא מתאר את תוצאות מדידת משקל החומר הרדיואקטיבי במשך 7 שנים.



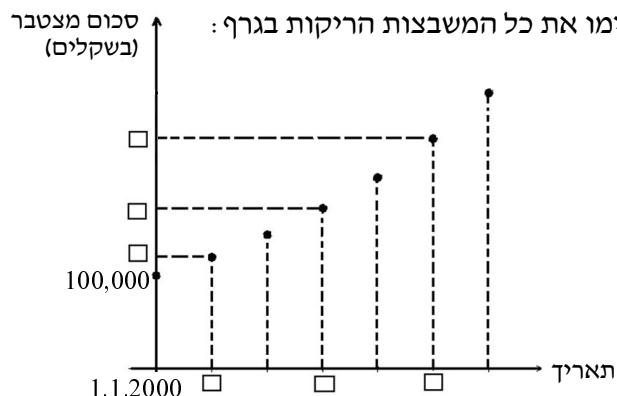
- בהסתמך על הנתונים בגרף ענו על השאלות הבאות:
- (א) (i) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה?
 (ii) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה החמישית?
 (ב) בכמה אחוזים יורד משקל החומר במשך שנה אחת?
 (ג) מצאו את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?
 (ד) מצאו את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?
 (ה) כעבור כמה שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית ירד משקל החומר, בפעם הראשונה, מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי?

18) *אלף תואמת אלף אסי* (25) מתוך המאגר (שנת 2012)

קופת גמל "הכספת" פרסמה דו"ח לפיו בשנים 2000 – 2006, כל עמיתי הקופה הרוויחו בכל שנה 5%. בתאריך 1.1.2000 השקיע מר לוי בקופת הגמל "הכספת" 100,000 ש"ח.

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי בקופה הנייל ב- 1.1.2004?
 (ב) לפניכם גרף שמתאר את סכום החיסכון של מר לוי בקופת גמל זו, בהפרשים של שנה אחת. השלימו את כל המשבצות הריקות בגרף:



- (ג) ב- 1.1.2006 משך מר לוי את כל הסכום שהצטבר בקופת הגמל. מהו סכום המשיכה?
 (ד) ב- 1.1.2000 השקיע מר כהן 100,000 ש"ח (סכום הזהה לסכום ההשקעה של מר לוי) בתכנית חסכון "השקעה בטוחה". בתכנית זו מרוויחים 33% על כל הסכום בתום 6 שנות חסכון. מי מבין השניים (מר לוי או מר כהן) הרוויח יותר בתום 6 השנים? נמקו.

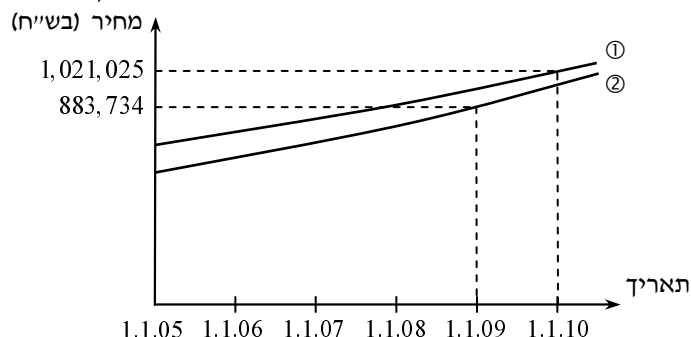
(19) אלה תואמת אלה מס' 26 מתוך המאגר (שנת 2012)

מחירי דירות בישובים א' ו-ב' עלו בין השנים 2010 – 2005 באחוז קבוע מדי שנה. אחוז זה שונה בשני היישובים.

המחיר של דירה מסוימת בישוב א' בתאריך 1.1.2005 היה 800,000 ש"ח.

המחיר של דירה מסוימת בישוב ב' בתאריך 1.1.2005 היה 700,000 ש"ח.

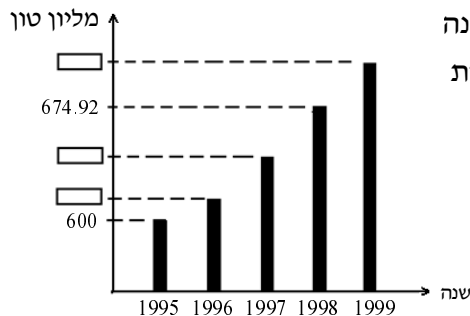
הגרפים הבאים מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) התאימו לכל אחד מהישובים א' ו- ב' את אחד מהגרפים ① או ② שבסרטוט. נמקו את בחירתכם.
- (ב) על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב א', בכל שנה.
- (ג) על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב ב', בכל שנה.
- (ד) (i) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.2005 ?
- (ii) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.2008 ?
- (iii) מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים ? (בחרו את התשובה הנכונה):
ההפרש גדל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קטן.

(20) *אלה תואמת אלף אסי גדל מתוך האגר לשנת 2012*



הפקת נפט במדינה מסוימת גדלה בכל שנה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995 – 1999. ענו על השאלות הבאות, באמצעות הנתונים בדיאגרמה:

- (א) בכמה אחוזים גדלה הפקת הנפט בשנה אחת ?
- (ב) השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).
- (ג) מהי כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999 ?

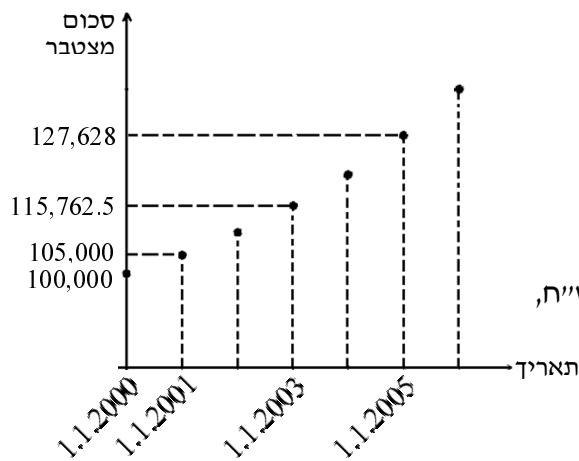
תשובות סופיות

- (1) (א) בתכנית א'.
 (ב) בתכנית א'.
- (2) בתכנית לחמש שנים.
- (3) אחרי 4 עשרות שנים (40 שנים).
- (4) (א) הערה: הערכים בטבלה נתונים בש"ח.

מכונית	ערך התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
א'	180,000	165,600	152,352	140,163.84
ב'	120,000	112,800	106,032	99,670.08
הפרש המחירים	60,000	52,800	46,320	40,493.76

- (ב) ההפרש קטן.
 (ג) כ- 118,635 ש"ח.
 (ד) 5 שנים.
- (5) (א) 62.21%
 (ב) כעבור 8 שנים.
- (6) (א) 25.99%
 (ב) 1,905 סמ"ק.
 (ג) 3,024 סמ"ק.
- (7) (א) 30,000,000 (30 מיליון) חיידקים.
 (ב) 7,500,000 (7.5 מיליון) חיידקים.
 (ג) כעבור 16 שעות.
 (ד) (i) 1,875,000 חיידקים.
 (ii) כן, זו הפעם הראשונה בה נותרו פחות מ- 2,000,000 חיידקים.
- (8) (א) 15,625,000 חיידקים.
 (ב) כעבור 4 ימים.
 (ג) (i) לא.
 (ii) כן.
- (9) (א) פי 0.9457
 (ב) 94.57°C
 (ג) 64°C
 (ד) (ii) כי הטמפרטורה כעבור 20 דקות היא 32.768°C,
 ולכן היו צריכים להוציא את החומר לפני כן.

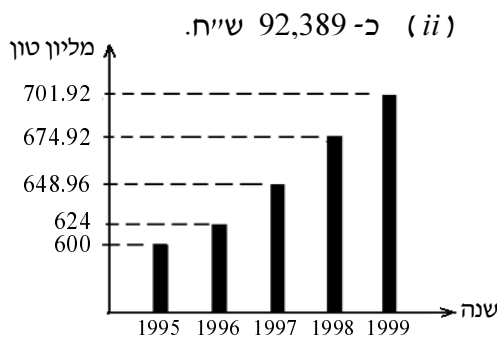
- (10) (א) 5.59% (ב) 25.31°C
- (ג) 2.53°C
- (11) (א) 5.74% (ב) כעבור כ- 5 שנים.
- (12) (א) 4%
- (ב) (i) 8,988.8 ש"ח. (ii) כעבור 4 שנים.
- (ג) כן. כעבור 10 שנים, משכורתו של דותן תהיה כ- 14,802 ש"ח ומשכורתו של שגיב תהיה כ- 14,327 ש"ח.
- (13) (א) 5% (ב) כ- 364,652 ש"ח.
- (ג) כעבור שנתיים.
- (14) (א) 126,960 ש"ח. (ב) 70,824 ש"ח.
- (ג) כן, כי החוב שלו לבנק הוא כ- 55,150 ש"ח.
- (15) (א) בתחילת שנת 1990 היו בעיר 40,000 תושבים, ובתחילת שנת 1994 היו בעיר 97,656 תושבים.
- (ב) ב- 25% (ג) 152,588 תושבים.
- (ד) 20,480 תושבים.
- (16) (א) (i) 150,000 ש"ח. (ii) 89,954 ש"ח.
- (ב) ב- 12% (ג) 53,945 ש"ח.
- (17) (א) (i) 720 גרם. (ii) 442.17 גרם.
- (ב) ב- 15%
- (ג) $A(0,996.54)$. המשמעות: משקלו ההתחלתי של החומר הרדיואקטיבי הוא 996.54 גרם.
- (ד) $B(7,319.47)$. המשמעות: כעבור 7 שנים משקלו של החומר הרדיואקטיבי יהיה 319.47 גרם.
- (ה) כעבור 5 שנים.



- (18) (א) כ- 121,551 ש"ח.
 (ב) ראו גרף משמאל.
 (ג) 134,010 ש"ח.
 (ד) מר לוי הרוויח יותר, כי בתום 6 שנות החיסכון, למר כהן יהיו 133,000 ש"ח, ואילו למר לוי יהיו 134,010 ש"ח.

- (19) (א) גרף ① מתאים ליישוב א', גרף ② מתאים ליישוב ב'.
 ההתאמה נעשתה לפי השוואה של המחיר ההתחלתי.

- (ג) 6% (ב) 5%



- (ii) כ- 92,389 ש"ח. (i) 100,000 ש"ח.
 (iii) ההפרש קטן.

- (20) (א) ב- 4%
 (ב) ראו גרף משמאל.
 (ג) 649.96 מיליון טון.

2 סטטיסטיקה, הסתברות, התפלגות נורמלית

2.1 סטטיסטיקה

תרגיל פתורים

(1) **אורז 36 אלה 18 <אלה תואמת אלה האגר האעורכן שנת 2012>**

(א) מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של כל אחת

מסדרות הציונים (i) – (iv).

(i) 3, 7

(ii) 3, 5, 5, 5, 7

(iii) 3, 5, 5, 5, 5, 7

(iv) 3, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7

(ב) מה ניתן לומר על הממוצע של כל אחת מסדרות הציונים האלו? נמקו.

(ג) מה ניתן לומר על סטיות התקן של סדרות הציונים האלו?

(ד) כמה פעמים צריך להופיע הציון 5, בין הציון 3 לציון 7,

כדי שסטיות התקן תהיה בדיוק 1? נמקו.

(ה) האם ניתן על-ידי הוספה של ציון 5 מספר פעמים (בין הציון 3 לציון 7)

להגיע לסטיית תקן 0? נמקו.

פתרון:

במהלך הפתרון נשתמש בנוסחאות הבאות:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{N}$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$$

$\bar{x} = \frac{3+7}{2} = 5$ (א) (i) הממוצע:

$S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ סטיית התקן:

$\bar{x} = \frac{3+3 \cdot 5+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$ (ii) הממוצע:

סטיות התקן:

$$S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 3 \cdot (5-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} = 1.265$$

<<< המשך בעמוד הבא

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 \cdot 5 + 7}{7} = \frac{35}{7} = 5 \quad \text{(iii) הממוצע:}$$

סטיית התקן:

$$S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 5 \cdot (5-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{7}} = \sqrt{\frac{8}{7}} = 1.069$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 10 \cdot 5 + 7}{12} = \frac{60}{12} = 5 \quad \text{(iv) הממוצע:}$$

סטיית התקן:

$$S = \sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + 10 \cdot (5-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{12}} = \sqrt{\frac{8}{12}} = 0.816$$

(ב) הממוצע של כל אחת מהסדרות הוא 5.

7207: הממוצע של שני הציונים 3 ו-7 הוא 5,

וכל הוספה של ציון השווה לממוצע לא משפיעה על הממוצע.

(ג) סטיית התקן הולכת וקטנה ככל שמוסיפים יותר פעמים את המספר 5

שהוא הממוצע (פיזור הציונים קטן).

(ד) נסמן ב- x את מספר הפעמים שצריך להופיע הציון 5, בין הציון 3

לבין הציון 7, כדי שסטיית התקן תהיה בדיוק 1.

נציב בנוסחה של סטיית התקן ונקבל:

$$\sqrt{\frac{1 \cdot (3-5)^2 + x \cdot (5-5)^2 + 1 \cdot (7-5)^2}{x+2}} = 1$$

$$\sqrt{\frac{4+0+4}{x+2}} = 1$$

$$\sqrt{\frac{8}{x+2}} = 1$$

$$\frac{8}{x+2} = 1$$

נעלה את שני אגפי המשוואה בריבוע ונקבל:

$$8 = x + 2$$

$$x = 6$$

הציון 5 צריך להופיע 6 פעמים כדי שסטיית התקן תהיה 1.

(ה) לא ניתן על-ידי הוספה של ציון 5 מספר פעמים (בין הציון 3 לציון 7)

להגיע לסטיית תקן 0, כי כדי שסטיית התקן של ציונים תהיה שווה לאפס,

כל הציונים צריכים להיות זהים, אבל בסדרת הציונים שבה ישנם ציונים

(3 ו-7) השונים מהממוצע, אי אפשר לקבל סטיית תקן השווה לאפס.

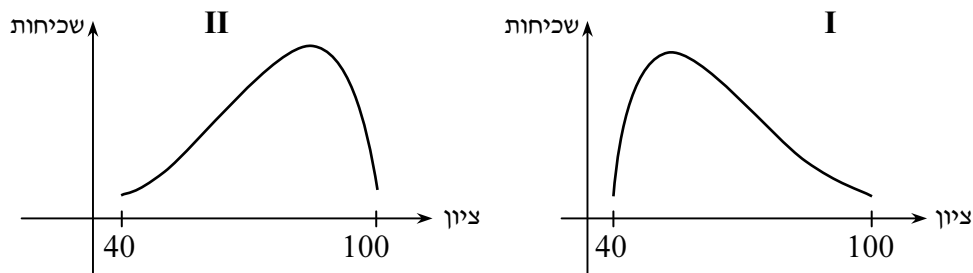
(2) עמוד 36 אלה 19 אלה תואמת האלק האלקר האעורכן שנת 2012

בשני בתי ספר נערך מבחן משווה בכיתות ח'.

בבית הספר "נרקיסים" הציון הממוצע היה 68 והשכיח 74.

בבית הספר "כלניות" הציון הממוצע היה גם כן 68 והשכיח 55.

הגרפים I ו-II שלפניכם מתארים את התפלגות הציונים בכל אחד מבתי הספר.



(א) סמנו בכל גרף על ציר הציון את השכיח.

(ב) איזה גרף הוא של בית-הספר "נרקיסים" ואיזה גרף הוא של

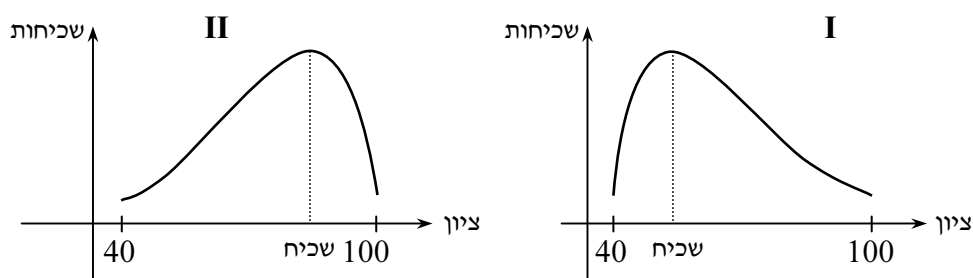
בית-הספר "כלניות"? נמקו.

פתרון:

(א) הציון השכיח הוא הציון ששכיחותו היא הגדולה ביותר

והוא מופיע בנקודות הגבוהות בכל אחד מהגרפים.

כלומר:



(ב) לפי סעיף (א), רואים כי בגרף II הציון השכיח גדול יותר מהציון השכיח

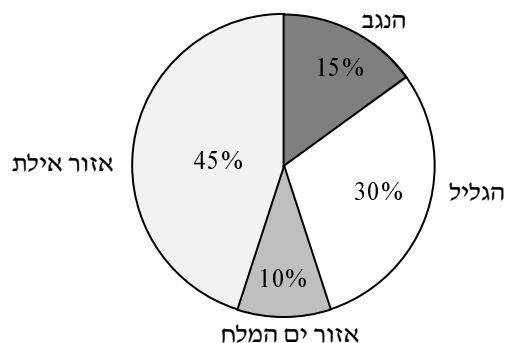
של גרף I.

לכן, לבית-הספר "נרקיסים" שבו השכיח היה 74 מתאים גרף II

ולבית-הספר "כלניות" שבו השכיח היה 55 מתאים גרף I.

(3) **עמוד 91 קאלה 27 <קאלה תואמת קאלה המאגר המעודכן שנת 2012>**

קבוצה של תלמידים, חברי תנועת הנוער, מתכננת טיול בחופשת חג. בתנועה ערכו סקר בקרב תלמידים אלה, כדי להחליט לגבי מיקום הטיול. דיאגרמת העיגול שלפניכם מציגה את תוצאות הסקר:



- (א) מהו מיקום הטיול השכיח בקרב תלמידים אלה?
 (ב) פי כמה גדול מספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לאזור אילת, ממספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לנגב?
 (ג) ידוע כי מספר התלמידים שהעדיפו לטייל באזור הנגב הוא 24. מה מספר התלמידים המתכננים לצאת לטיול?

בסקר נשאלו התלמידים גם לגבי מספר ימי הטיול שהם מעדיפים. להלן התוצאות:

מס' ימים	2	3	4	5
מס' התלמידים	38			38

- (ד) ידוע כי החציון של מספר ימי הטיול המועדף הוא 3.5 ימים. כמה תלמידים העדיפו 3 ימים וכמה העדיפו 4 ימים? (השלימו את הטבלה).
 (ה) תלמיד אחד, שבהתחלה העדיף טיול של 3 ימים, שינה את דעתו ל-4 ימים. האם החציון של מספר ימי הטיול המועדף השתנה? אם כן, מהו החציון החדש. אם לא, נמקו.

פתרון השאלה בעמוד הבא <<<

פתרון:

(א) אזור אילת הוא מקום הטיול השכיח בקרב התלמידים שמתכננים טיול בחופשת החג, כי השכיחות היחסית שלו היא הגבוהה ביותר ושווה ל- 45%.

(ב) מחלקים את אחוז התלמידים שמתכננים טיול באזור אילת באחוז התלמידים המתכננים טיול בנגב: $\frac{45\%}{15\%} = 3$.

(ג) נסמן ב- N את מספר התלמידים המתכננים לצאת לטיול. ידוע שמספר התלמידים המתכננים לטייל בנגב הוא 24, והמספר הזה מהווה 15% מכלל התלמידים. 15% מ- N שווה ל- 24.

$$\frac{15N}{100} = 24 \Rightarrow N = 160$$

(ד) ידוע שחציון מספר ימי הטיול המועדף הוא 3.5 ימים. 160 תלמידים יוצאים לטיול. מגלים את החציון $Me = 3.5$ לפי הנוסחה:

$$Me = \frac{x_{\frac{160}{2}} + x_{\frac{160}{2}+1}}{2} = \frac{x_{80} + x_{81}}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3.5$$

מכאן נובע שמספר התלמידים שמעדיפים לטייל שניים או שלושה ימים שווה למספר התלמידים שמעדיפים לטייל ארבעה או חמישה ימים. נסמן ב- x את מספר התלמידים המעדיפים לטייל שלושה ימים וב- y את מספר התלמידים המעדיפים לטייל ארבעה ימים.

$$38 + x = 38 + y$$

$$x = y$$

בנוסף: $x + 38 = 80$ וגם $y + 38 = 80$, כלומר $x = y = 42$.

5	4	3	2	מס' ימים
38	42	42	38	מס' התלמידים

המשך בעמוד הבא <<<

(ה) אחרי שתלמיד אחד שינה את דעתו, הטבלה תשתנה:

5	4	3	2	מס' ימים
38	43	41	38	מס' התלמידים (שכיחות)
160	122	79	38	שכיחות מצטברת

$$Me = \frac{x_{80} + x_{81}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4$$

הקפנו את העמודה שבה נמצא החציון של מספר ימי הטיול המועדף.
חציון הימים אחרי השינוי השתנה.

תרגילים לעבודה עצמית

(1) *אלה תואמת אלפה מס' 120 מתוך המאגר לשנת 2012*

ציוניהם של תלמידים במבחן במתמטיקה היו 70, 80 ו-90 בלבד.
5 תלמידים קיבלו את הציון 70, 8 תלמידים קיבלו את הציון 80
ו-7 תלמידים קיבלו את הציון 90.

4 תלמידים, שנעדרו מהמבחן, נבחנו במבחן במועד מיוחד.
כל אחד מארבעת התלמידים האלה קיבל את הציון 75.

המורה צירף ציונים אלה לציוניהם של שאר התלמידים, ומצא את הממוצע
החדש, את השכיח החדש ואת חציון הציונים החדש.

(א) האם ממוצע הציונים החדש גדל, קטן או לא השתנה? נמקו.

(ב) האם חציון השכיח השתנה? נמקו.

(ג) האם חציון הציונים השתנה? נמקו.

(2) *אלה תואמת אלפה מס' 100 מתוך המאגר לשנת 2012*

לפניכם רשימת הציונים של 9 תלמידים בכיתה י"ב בשני מקצועות שונים א' ו-ב'.
התפלגות הציונים במקצוע א' היא: 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 10.

התפלגות הציונים במקצוע ב' היא: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 9, 10, 10.

(א) מהו חציון השכיח בכל אחד מהמקצועות?

(ב) מהו חציון הציונים בכל אחד מהמקצועות?

(ג) מהו חציון הממוצע בכל אחד מהמקצועות האלה?

(ד) באיזה משני המקצועות (מקצוע א או מקצוע ב) פיזור הציונים גדול יותר?

נמקו.

(3) אלה תואמת אלה אסי 14 מתוך המאגר 2012

במפעל בו עובדים 60 פועלים, יש שלוש דרגות שכר חודשיות:
6,200 ש"ח, 6,500 ש"ח ו- 6,800 ש"ח.

השכר החודשי הממוצע של כל פועלי המפעל הוא 6,380 ש"ח.
20 פועלים משתכרים 6,500 ש"ח בחודש, כל אחד.

(א) כמה עובדים משתכרים כל אחד 6,800 ש"ח בחודש?

(ב) מהו השכר החודשי השכיח במפעל?

(ג) מהו חציון השכר החודשי?

(ד) בוחרים באקראי פועל אחד.

מה ההסתברות שמשכורתו גדולה מהשכר החודשי הממוצע?

(4) אלה תואמת אלה אסי 16 מתוך המאגר 2012

יובל חוגג את יום הולדתו החמישי עם כל בני משפחתו: הוריו משה ומרים
בני ה-32, אחיו ניר בן השנתיים ואחותו הדס בת ה-4.

(א) מהו הגיל השכיח במשפחה?

(ב) מהו הגיל הממוצע במשפחה?

(ג) מהו חציון הגילים של המשפחה?

(ד) מאוחר יותר הגיעו לחגיגת יום ההולדת סבא וסבתא של יובל.

סבא וסבתא של יובל נולדו באותה שנה.

הגיל הממוצע החדש של החוגגים הוא 29.

(i) מה הגיל של סבא וסבתא של יובל?

(ii) האם הגיל השכיח של הנוכחים במסיבה השתנה? נמקו.

(iii) האם חציון הגילים של הנוכחים במסיבה השתנה? נמקו.

(5) אלה תואמת אלה אסי 17 מתוך המאגר 2012

למסיבת חנוכה התכנסו תושבי היישוב בבית העם. בתחילת המסיבה נכחו:

32 משתתפים בני גיל 24,

18 משתתפים בני גיל 30,

25 משתתפים בני גיל 35.

(א) מהו הגיל הממוצע של המשתתפים במסיבה?

המשך בעמוד הבא <<<

- (ב) מהו הגיל השכיח של המשתתפים במסיבה ?
(ג) מהו חציון הגילים של המשתתפים ?
(ד) כעבור זמן מה מתחילת המסיבה הגיעו 10 תלמידי תיכון כדי להופיע בפני משתתפי המסיבה. האם ממוצע הגילים של כל הנוכחים במסיבה גדל, קטן, או נשאר ללא שינוי ? נמקו.

6) אלה תואמת אלה אסי' גד אתוך האאגר אנת 2012

- הציון הממוצע של תלמיד ב-4 מבחנים הוא 78 .
(א) התלמיד נבחן במבחן נוסף. התלמיד רוצה שממוצע ציוניו בחמשת המבחנים יהיה 80 . האם ציונו במבחן החמישי צריך להיות גדול / קטן / שווה לממוצע של 5 המבחנים ? נמקו.
(ב) מה צריך להיות ציונו במבחן החמישי, כדי שממוצע הציונים שלו בחמשת המבחנים יהיה 80 ?

7) אלה תואמת אלה אסי' א5 אתוך האאגר אנת 2012

- במפעל יש שתי דרגות שכר. 40 פועלים מקבלים שכר לפי הדרגה הנמוכה ו-60 פועלים מקבלים שכר לפי הדרגה הגבוהה.
השכר בדרגה הגבוהה גדול ב-15 ש"ח לשעה מן השכר לשעה בדרגה הנמוכה. השכר הממוצע במפעל הוא 34 ש"ח לשעה.
(א) חשבו את השכר לשעה בכל אחת משתי הדרגות.
(ב) מהו השכר השכיח לשעת עבודה ?
(ג) מהו חציון השכר עבור שעת עבודה במפעל ? נמקו.

8) אלה תואמת אלה אסי' א15 אתוך האאגר אנת 2012

- בכיתה מסוימת לומדים 12 בנים ו-18 בנות.
ממוצע הגבהים של הבנים הוא 164 ס"מ וממוצע הגבהים של הבנות הוא 160 ס"מ.

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

לכיתה הצטרף תלמיד אחד ותלמידה אחת.
 כאשר מדדו את הגבהים של שני התלמידים שהצטרפו, התברר שהגובה הממוצע של הבנים לא השתנה וגם הגובה הממוצע של הבנות לא השתנה.
 (א) מה הגובה של התלמיד שהצטרף? מה הגובה של התלמידה שהצטרפה?
 (ב) דפנה אמרה, שגם הגובה הממוצע של כלל תלמידי הכיתה בוודאי לא השתנה לעומת הממוצע שחושב יום קודם. האם דפנה צודקת? נמקו.

(9) אלה תואמת אלה אסי' גזז מתוך האאגר גשנת 2012

לפניכם מתוארת ההתפלגות של מספר המכוניות הפרטיות שיש למשפחה ביישוב מסוים.

4	3	2	1	0	מספר המכוניות
3	x	10	2	1	מספר המשפחות

- (א) ידוע שהשכיחות היחסית של משפחות שיש להן שלוש מכוניות היא $\frac{1}{5}$.
 לכמה משפחות ביישוב יש שלוש מכוניות?
 (ב) מהו השכיח של מספר המכוניות למשפחה?
 (ג) מהו החציון של מספר המכוניות למשפחה?
 (ד) מה מספר המכוניות הממוצע למשפחה?
 (ה) בוחרים באקראי משפחה אחת מהיישוב.
 מה ההסתברות שבמשפחה זו מספר המכוניות נמוך מהממוצע?

(10) אלה תואמת אלה אסי' גזז מתוך האאגר גשנת 2012

לפניכם ההכנסות מייצוא ממדינת הדלנד, בין השנים 2000 ל-2004. שם המטבע במדינה זו הוא הד.

שנה	סך ההכנסות מייצוא (במיליוני הדיים)
2000	31.6
2001	35.4
2002	38.1
2003	42.4
2004	46.5

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) מה היה ממוצע ההכנסות של מדינת הדלנד מייצוא בין השנים 2000 ל-2004 ?
 (ב) באילו שנים סך ההכנסות מייצוא היה גבוה מהממוצע ?
 (ג) חשבו את סטיית התקן של ההכנסות של מדינת הדלנד מהייצוא בשנים אלה.

(11) *אלף תואמת אלף אסי גוז אתוך האאגר לשנת 2012*

לפניכם ההתפלגות של יבול עגבניות בטונות, במספר מסוים של חלקות שדה:

9	8	7	6	5	יבול (בטונות)
6	x	8	7	7	שכיחות

- ממוצע היבול לחלקה הוא 7 טון.
 (א) מצאו בכמה חלקות שדה יבול העגבניות היה 8 טון ?
 (ב) מהו חציון היבול ?
 (ג) מהי סטיית התקן של יבול העגבניות ?

(12) *אלף תואמת אלף אסי גז אתוך האאגר לשנת 2012*

בטבלה שלפניכם מוצגת התפלגות הציונים בבחינת סיום במתמטיקה בכיתה י"ב:

90	80	70	60	הציון
3	x	8	5	מספר התלמידים

- (א) ממוצע הציונים בכיתה זו היה 74. חשבו את x .
 (ב) מהו חציון הציונים ? נמקו.
 (ג) מהו הציון השכיח ?
 (ד) מהי סטיית התקן של הציונים ?
 (ה) בחרים באקראי תלמיד.
 מה ההסתברות שהציון של התלמיד יהיה 70 ומעלה ?

(13) אלה תואמת אלה אסי' 222 מתוך האאגר גשנת 2012

- (א) חמישה תלמידים נבחנו במבחן של מיומנות בחישוב.
לפניכם פירוט של מספר שגיאות החישוב שעשה כל אחד מהם במבחן:
5, 7, 10, 11, 13 (מספר אחד מתאים לכל אחד).
חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של מספר השגיאות שעשו חמשת התלמידים.
- (ב) לאחר לימוד ותרגול במשך שבוע, ניתן מבחן חוזר לאותם חמשת התלמידים.
כל אחד מהתלמידים עשה 4 שגיאות חישוב פחות ממה שעשה במבחן הקודם.
- (i) מה ממוצע השגיאות החדש?
(ii) הסבירו מדוע סטיית התקן לא השתנתה.

(14) אלה תואמת אלה אסי' 20 מתוך האאגר גשנת 2012

- לפניכם רשימת ציונים: 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84.
(א) חשבו את ממוצע הציונים ואת סטיית התקן.
(ב) הוסיפו ציון כך שהממוצע לא ישתנה.
האם, לאחר הוספת המספר, סטיית התקן גדלה? קטנה?
או שלא השתנתה? נמקו (נמקו במילים או בדרך אלגברית).
(ג) יואב טען שאם יתווסף הציון 78 הממוצע יגדל. האם הוא צודק? נמקו.
(ד) איזה ציון יש לצרף לרשימה המקורית כדי שהציון לא ישתנה?

(15) אלה תואמת אלה אסי' 8 מתוך האאגר גשנת 2012

- חישוב את ההוצאה החודשית הממוצעת של משפחה במשך 11 חודשים.
נמצא כי ממוצע ההוצאות לחודש היה 4,800 ש"ח, וסטיית התקן הייתה 90 ש"ח. לאחר מכן הוסיפו לחישובים את ההוצאות של חודש נוסף (החודש ה-12), והתברר שהממוצע נשאר בלי שינוי.
(א) מה היו ההוצאות של החודש הנוסף (החודש ה-12)? נמקו.
(ב) האם סטיית התקן של כל 12 החודשים גדולה או קטנה מסטיית התקן של 11 חודשים? (אין צורך בחישוב אלגברי).

16) אלה תואמת אלה אסי' 91 מתוך האגר 2012

מורה חישב ומצא שממוצע הציונים של 20 תלמידים הוא 65 ,
וסטיית התקן היא 1.6 . לאחר מכן הוסיף המורה ציון של תלמיד נוסף
(התלמיד ה- 21) , והתברר שהממוצע של כל התלמידים נשאר 65 , ורק סטיית
התקן השתנתה.

- (א) מהו הציון של התלמיד הנוסף (התלמיד ה- 21) ? נמקו.
(ב) האם סטיית התקן של כל התלמידים (כלומר של 21 התלמידים)
גדולה או קטנה מסטיית התקן של 20 התלמידים ?
(אין צורך בחישוב אלגברי).

17) אלה תואמת אלה אסי' 181 מתוך האגר 2012

(א) מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של כל אחת מסדרות הציונים
(i) – (iv) .

(i) 4 , 8

(ii) 4 , 6 , 6 , 6 , 8

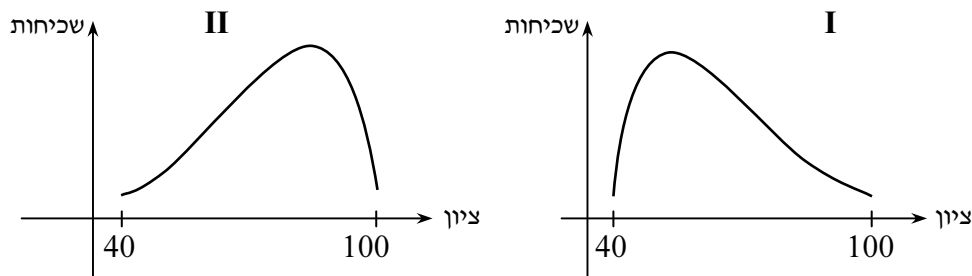
(iii) 4 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 8

(iv) 4 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 8

- (ב) מה ניתן לומר על הממוצע של כל אחת מסדרות הציונים האלו ? נמקו.
(ג) מה ניתן לומר על סטיות התקן של סדרות הציונים האלו ?
(ד) כמה פעמים צריך להופיע הציון 6 , בין הציון 4 לציון 8 , כדי שסטיית
התקן תהיה בדיוק 1 ? נמקו.
(ה) האם ניתן על-ידי הוספה של ציון 6 מספר פעמים (בין הציון 4 לציון 8)
להגיע לסטיית תקן 0 ? נמקו.

18) אלה תואמת אלה אסי' 190 מתוך האגר' שנת 2012

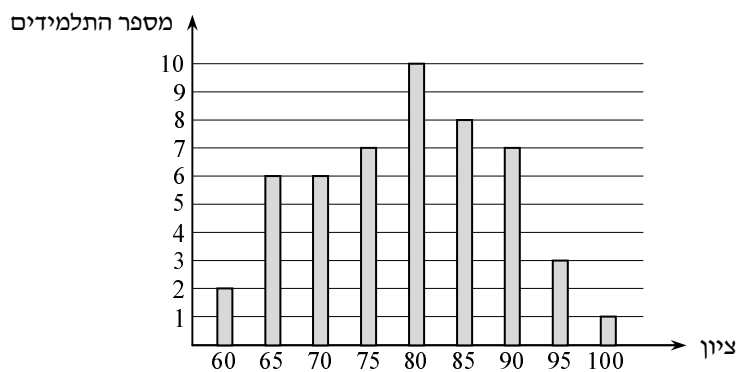
בשני בתי ספר נערך מבחן משווה בכיתות ח'.
 בבית הספר "נרקיסים" הציון הממוצע היה 69 והשכיח 75.
 בבית הספר "כלניות" הציון הממוצע היה גם כן 69 והשכיח 53.
 הגרפים I ו-II שלפניכם מתארים את התפלגות הציונים בכל אחד מבתי הספר.



- (א) סמנו בכל גרף על ציר הציון את השכיח.
 (ב) איזה גרף הוא של בית הספר "נרקיסים" ואיזה גרף הוא של בית הספר "כלניות"? נמקו.

19) אלה תואמת אלה אסי' 230 מתוך האגר' שנת 2012

דיאגרמת העמודות שלפניכם מתארת את התפלגות הציונים בבילוגיה שקיבלו תלמידים בתיכון "קסטל":

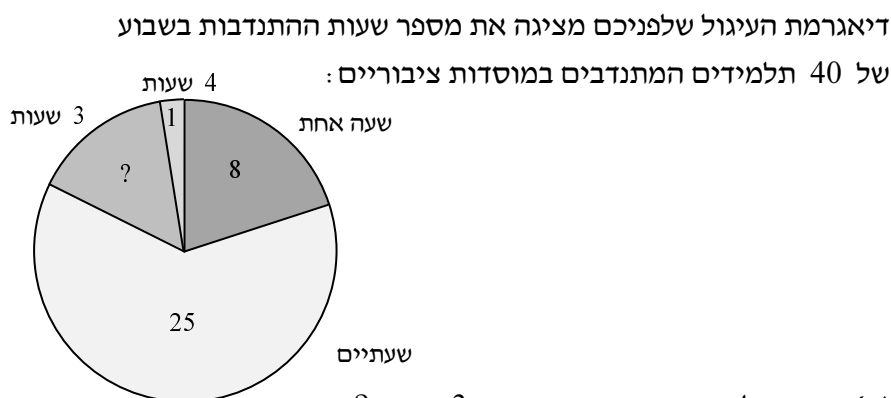


- (א) מהו הציון השכיח?
 (ב) מהו מספר התלמידים שלומדים בילוגיה בתיכון "קסטל"?

המשך בעמוד הבא <<<

- (ג) חשבו את ממוצע הציונים של התלמידים.
 (ד) מהו חציון ציוני התלמידים?
 (ה) חמישה תלמידים הגישו ערעור על הציונים שקיבלו. המורה קיבל את הערעור רק של שלושה מהתלמידים שציוניהם היו 75, 80 ו-85, ושלושת הציונים תוקנו ל-90.
 (i) האם יש שינוי בחציון הציונים לאחר התיקון? נמקו.
 (ii) האם יש שינוי בממוצע הציונים לאחר התיקון? נמקו.

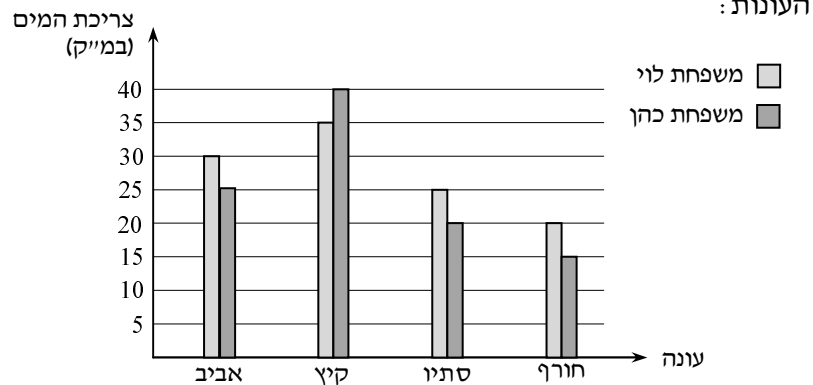
20) kake תואמת kake אסי' 26 מתוך המאגר לשנת 2012



- (א) כמה תלמידים מתנדבים במשך 3 שעות?
 (ב) חשבו את הממוצע של מספר שעות ההתנדבות במוסדות ציבוריים.
 (ג) מהו מספר שעות ההתנדבות השכיח? מה משמעותו?
 (ד) מהו החציון של מספר שעות ההתנדבות?
 (ה) חשבו את סטיית התקן של מספר שעות ההתנדבות.

21) אלה תואמת אלה מס' 29 מתוך המאגר ג'נת 2012

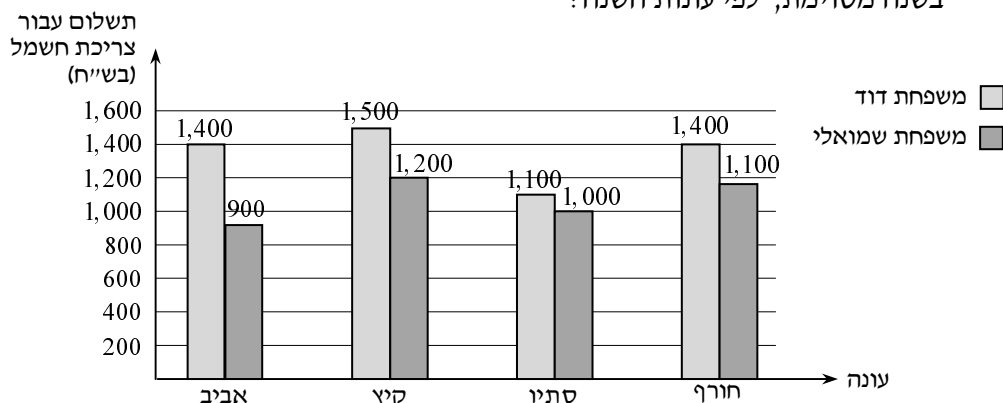
לפניכם צריכת המים (במ"ק) של משפחת לוי ושל משפחת כהן, בכל אחת מן העונות:



- (א) (i) באיזו עונה צרכה משפחת לוי את הכמות הגדולה ביותר של מים?
 (ii) באיזו עונה צרכה משפחת כהן את הכמות הגדולה ביותר של מים?
 האם זו אותה עונה?
- (ב) האם באחת העונות צריכת המים של משפחת לוי ושל משפחת כהן שווה?
 (ג) באיזו משפחה ממוצע צריכת המים בשנה היה גדול יותר? נמקו.
 (ד) באיזו משפחה סטיית התקן גדולה יותר?

22) אלה תואמת אלה מס' 30 מתוך המאגר ג'נת 2012

לפניכם התשלום עבור צריכת החשמל ששילמה משפחת דוד ומשפחת שמואלי, בשנה מסוימת, לפי עונות השנה:

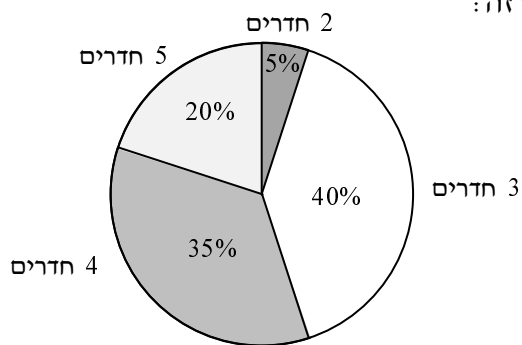


המשך בעמוד הבא <<<

- (א) (i) באיזו עונה שילמה משפחת דוד את הסכום הקטן ביותר?
 (ii) באיזו עונה שילמה משפחת שמואלי את הסכום הקטן ביותר?
 האם זו אותה עונה?
 (ב) באיזו משפחה ההוצאה הממוצעת לעונה, עבור צריכת החשמל, היא גדולה יותר?
 (ג) חשבו את סטיית התקן של צריכת החשמל בארבע עונות השנה במשפחת דוד.

23) אלה תואמת אלה אס' 24) מתוך המאגר (שנת 2012)

חברת הבנייה "מגורים" בנתה פרויקט שבו היו דירות למגורים בנות שניים, שלושה, ארבעה, וחמישה חדרים. הדיאגרמה שלפניכם מתארת את התפלגות הדירות בפרויקט זה:



- (א) מהו מספר החדרים השכיח בפרויקט?
 (ב) מהו החציון של מספר החדרים בדירה בפרויקט?
 (ג) חשבו את מספר החדרים הממוצע בדירה בפרויקט.
 בטבלה שלפניכם מוצגים מחירי הדירות בנות 3 חדרים:

מחיר הדירה (בש"ח)	900,000	1,000,000	1,200,000	1,300,000
מספר דירות	8	32	4	16

- (ד) חשבו את המחיר הממוצע של דירה בת 3 חדרים בפרויקט.
 (ה) מהו החציון של מחירי הדירות בנות 3 חדרים בפרויקט?
 (ו) מהו המספר הכולל של דירות בפרויקט?

24) אלה תואמת אלה אסי' 25) אתוך האאגר לשנת 2012

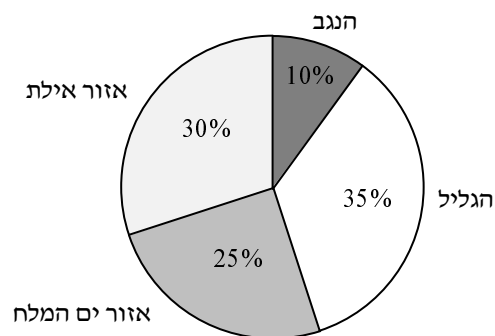
בישוב "מרום" יש 160 תלמידים המתנדבים במקומות שונים בקהילה. לפניכם התפלגות התלמידים המתנדבים במקומות השונים:

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
חברה להגנת הטבע	40	
צער בעלי-חיים		35%
עזרה לקשישים		
מד"א		15%
מוסדות ציבוריים	32	
סה"כ	160	

- (א) מלאו את המשבצות הריקות בטבלה. פרטו את החישובים.
 (ב) סרטטו דיאגרמת מקלות המייצגת את הנתונים שבטבלה.
 (ג) מהו מקום ההתנדבות השכיח?
 (ד) מה ההסתברות שאם נבחר באקראי מתנדב, הוא מתנדב בצער בעלי-חיים או מתנדב בחברה להגנת הטבע?

25) אלה תואמת אלה אסי' 27) אתוך האאגר לשנת 2012

קבוצה של תלמידים, חברי תנועת הנוער, מתכננת טיול בחופשת חג. בתנועה ערכו סקר בקרב תלמידים אלה, כדי להחליט לגבי מיקום הטיול. דיאגרמת העיגול שלפניכם מציגה את תוצאות הסקר:



המשך בעמוד הבא <<<

- (א) מהו מקום הטיול השכיח בקרב תלמידים אלה ?
 (ב) פי כמה גדול מספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לאזור אילת, ממספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לנגב ?
 (ג) ידוע כי מספר התלמידים שהעדיפו לטייל באזור אילת הוא 24 . מה מספר התלמידים המתכננים לצאת לטיול ?

בסקר נשאלו התלמידים גם לגבי מספר ימי הטיול שהם מעדיפים. להלן התוצאות :

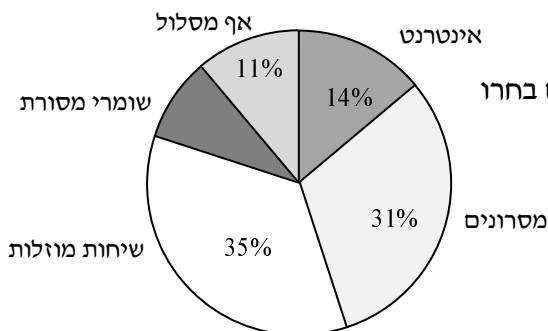
מס' ימים	2	3	4	5
מס' התלמידים	25			25

- (ד) ידוע כי החציון של מספר ימי הטיול המועדף הוא 3.5 ימים. כמה תלמידים העדיפו 3 ימים וכמה העדיפו 4 ימים ? (השלימו את הטבלה).
 (ה) תלמיד אחד, שבהתחלה העדיף טיול של 3 ימים, שינה את דעתו ל- 4 ימים. האם החציון של מספר ימי הטיול המועדף השתנה ? אם כן, מהו החציון החדש. אם לא, נמקו.

26) אלה תואמת אלה מס' 28 < אתוך האאך < שנת 2012 >

חברת טלפונים סלולריים מציעה ללקוח לבחור באחד ממסלולי ההטבות :

- גלישה חינם באינטרנט,
- מספר מסרונים בלתי מוגבל,
- שיחות מוזלות,
- מסלול לשומרי מסורת,
- אף מסלול.

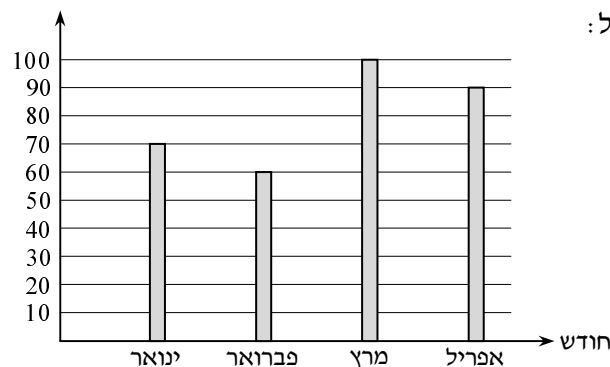


החברה בדקה את המסלולים אותם בחרו 250 מבין הלקוחות שלה. לפניכם התוצאות :

המשך בעמוד הבא <<<

- (א) מהו המסלול השכיח?
 (ב) מה ההסתברות שאם נבחר באקראי אחד מהלקוחות האלה, הוא יהיה הלקוח שבחר במסלול של שומרי מסורת או הלקוח שבחר במסלול של המסרונים?
 (ג) כמה לקוחות בחרו במסלול האינטרנט?

לפניכם התפלגות מספר שעות הגלישה באינטרנט של דני בארבעת החודשים ינואר עד אפריל:



- (ד) מה ממוצע שעות הגלישה של דני בארבעת החודשים?
 (ה) מהו חציון שעות הגלישה של דני בארבעת החודשים האלו?
 (ו) מהי סטיית התקן?

תשובות סופיות

- (1) (א) הממוצע קטן כי כל הציונים שנוספו היו מתחת הממוצע.
 (ב) לא. הציון השכיח נשאר 80.
 (ג) לא, כי חציון הציונים נשאר 80.
- (2) (א) השכיחים במקצוע א' הוא 5, 6 ו-7
 והשכיחים במקצוע ב' הם 5, 7 ו-10.
 (ב) בכל אחד מהמקצועות החציון הוא 7.
 (ג) בכל אחד מהמקצועות הממוצע הוא 7.
 (ד) במקצוע ב' הפיזור גדול יותר, כי במקצוע א' סטיית התקן היא 1.63 ובמקצוע ב' סטיית התקן היא 2.11.

- (3) (א) 8 (ב) השכיח הוא 6,200 ש"ח.
- (ג) החציון הוא 6,200 ש"ח. (ד) $\frac{7}{15}$
- (4) (א) הגיל 32. (ב) גיל 15. (ג) גיל 5.
- (ד) (i) 64. (ii) כן. עכשיו יש שני שכיחים: 32 ו-64. (iii) כן, החציון הוא 32.
- (5) (א) 29.11 שנה. (ב) גיל 24. (ג) 30.
- (ד) הממוצע קטן, כי כל המצטרפים הם בגיל הנמוך מהממוצע.
- (6) (א) גדול מהממוצע. (ב) 88.
- (7) (א) 25 ש"ח, 40 ש"ח. (ב) 40 ש"ח. (ג) 40 ש"ח.
- (8) (א) גובה התלמיד הוא 164 ס"מ, וגובה התלמידה הוא 160 ס"מ. (ב) לא, דפנה לא צדקה, כי הממוצע הקודם היה 161.6 ס"מ והממוצע החדש הוא 161.625 ס"מ.
- (9) (א) $x = 4$ (ב) השכיח הוא שתי מכוניות. (ג) החציון הוא שתי מכוניות. (ד) 2.3.
- (ה) $\frac{13}{20}$
- (10) (א) 38.8 מיליוני הדיים. (ב) בשנים 2003 ו-2004. (ג) 5.218 מיליוני הדיים.
- (11) (א) 9 חלקות. (ב) 7 טון. (ג) 1.36.
- (12) (א) $x = 9$ (ב) 70. (ג) 80. (ד) 9.38. (ה) 0.8.

(13) (א) $\bar{x} = 9.2$, $s = 2.86$

(ב) (i) $\bar{x} = 5.2$

(ii) סטיית התקן לא השתנתה כי ההפרש בין כל אחד מהנתונים לבין

הממוצע לא השתנה.

(14) (א) $\bar{x} = 75$, $s = 6$

(ב) 75 , סטיית התקן קטנה. הקצה: הציון שהתווסף שווה לממוצע, ולכן

הסטייה מהממוצע של ציון זה היא 0 . מכאן, סכום ריבועי הסטיות מהממוצע לא השתנה, אבל הממוצע שלהם קטן (כי מחלקים סכום זה במספר גדול יותר של ציונים).

(ג) כן, כי הציון הנוסף גבוה מהציון הממוצע.

(ד) 75

(15) (א) 4,800 ש"ח. הקצה: הנתון הנוסף צריך להיות שווה לממוצע.

(ב) סטיית התקן של כל 12 החודשים קטנה יותר. הקצה: ההוצאה של החודש

הנוסף שווה לממוצע, ולכן הסטייה מהממוצע של חודש זה היא 0. מכאן, סכום ריבועי הסטיות מהממוצע לא השתנה, אבל הממוצע שלהם קטן (כי מחלקים סכום זה במספר גדול יותר של חודשים).

(16) (א) 65

(ב) סטיית התקן של 21 תלמידים קטנה יותר. הקצה: הציון של התלמיד

הנוסף שווה לממוצע, ולכן הסטייה מהממוצע של ציון זה היא 0. מכאן, סכום ריבועי הסטיות מהממוצע לא השתנה, אבל הממוצע שלהם קטן (כי מחלקים סכום זה במספר גדול יותר של תלמידים).

(17) (א) (i) $\bar{x} = 6$, $s = 2$ (ii) $\bar{x} = 6$, $s = 1.265$

(iii) $\bar{x} = 6$, $s = 1.069$ (iv) $\bar{x} = 6$, $s = 0.816$

(ב) הממוצע של כל אחת מן הסדרות הוא 6. הקצה: הממוצע של שני הציונים

4 ו-8 הוא 6, וכל הוספה של ציון השווה לממוצע לא משפיעה על

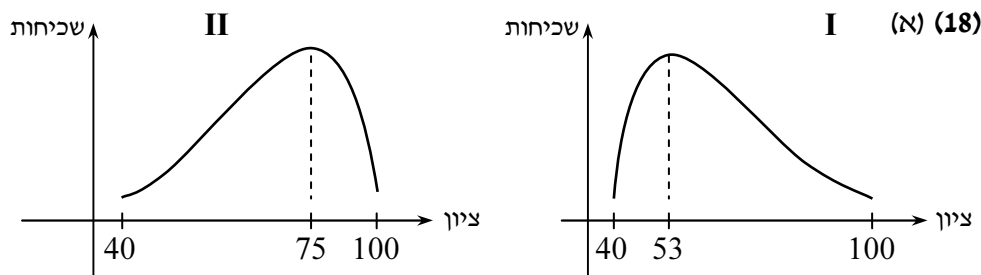
הממוצע.

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) סטיית התקן הולכת וקטנה ככל שמוסיפים יותר פעמים את המספר 6, שהוא הממוצע.

(ד) 6

(ה) לא. סטיית תקן 0 מתקבלת רק כאשר כל הציונים שווים לממוצע, ובסדרה הנתונה יש שני מספרים (4 ו-8) השונים מהממוצע.



(ב) בית הספר "נרקיסים" – גרף II, בית הספר "כלניות" – גרף I.

(19) (א) 80 (ב) 50 תלמידים.

(ג) $\bar{x} = 79$ (ד) 80

(ה) (i) לא, החציון החדש הוא 80.

(ii) כן, הממוצע החדש הוא 79.6.

(20) (א) 6 מתנדבים. (ב) שתיים.

(ג) שתיים. המשמעות: הכי הרבה תלמידים מתנדבים במשך שתיים

במוסדות הציבוריים. (ד) שתיים.

(ה) 0.67

(21) (א) (i) + (ii) שתי המשפחות צרכו בעונת הקיץ את הכמות הגדולה ביותר של מים.

(ב) לא.

(ג) צריכת המים הממוצעת של משפחת לוי גדולה יותר מהצריכה הממוצעת של

משפחת כהן. 7207: ממוצע צריכת המים של משפחת לוי הוא 27.5 מ"ק

ושל משפחת כהן הוא 25 מ"ק.

(ד) סטיית התקן במשפחת לוי: 5.59 מ"ק, סטיית התקן במשפחת כהן:

9.35 מ"ק. לכן, סטיית התקן גדולה יותר במשפחת כהן.

(22) (א) (i) משפחת דוד שילמה את הסכום הקטן ביותר בסתיו (סכום של 1,100 ש"ח).

(ii) משפחת שמואלי שילמה את הסכום הקטן ביותר באביב (סכום של 900 ש"ח). לכן, זו לא אותה העונה.

(ב) ההוצאה הממוצעת במשפחת דוד הייתה 1,350 ש"ח.

ההוצאה הממוצעת במשפחת שמואלי הייתה 1,050 ש"ח.

לכן, ההוצאה הממוצעת במשפחת דוד הייתה גדולה יותר. (ג) 150 ש"ח.

(23) (א) 3 חדרים. (ב) 4 חדרים.

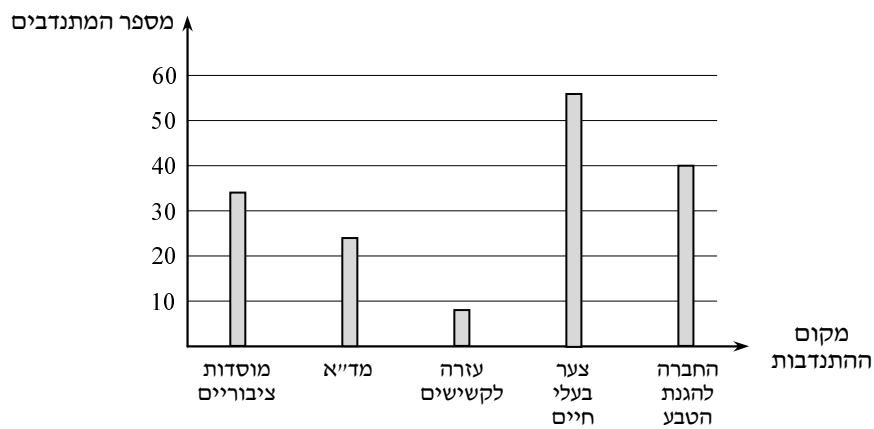
(ג) 3.7 חדרים. (ד) 1,080,000 ש"ח.

(ה) 1,000,000 ש"ח. (ו) 150 דירות.

(24) (א)

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
חברה להגנת הטבע	40	25%
צער בעלי-חיים	56	35%
עזרה לקשישים	8	5%
מד"א	24	15%
מוסדות ציבוריים	32	20%
סה"כ	160	

(ב)



המשך בעמוד הבא <<<

(ג) צער בעלי-חיים. (ד) 0.6
 (25) (א) הגליל. (ב) פי 3.

(ג) 80 תלמידים.

5	4	3	2	מס' ימים	(ד)
25	15	15	25	מס' התלמידים	

(ה) כן. החציון לאחר השינוי הוא 4 ימים.

(26) (א) מסלול שיחות מוזלות. (ב) 0.4

(ג) 35 לקוחות. (ד) 80 שעות.

(ה) 80 שעות. (ו) 15.81 שעות.

2.2 הסתברות

תרגילים כתורים

(1) *עמוד 51 קאלה 21 <קאלה תואמת קאלה האאגר האעורכן שנת 2012>*

אימא של יעל אופה לה כל שנה עוגה ליום ההולדת.

ההסתברות שעוגה שהיא אופה תצליח היא 0.6 .

אם העוגה הראשונה שהיא אופה לא מוצלחת, היא אופה עוגה שנייה.

אם גם העוגה השנייה לא מוצלחת היא הולכת לקנות עוגה.

(א) מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה רק בפעם השנייה ?

(ב) ליעל יש יום הולדת. מה ההסתברות שאימא שלה תלך לקנות עוגה ?

(ג) מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה ?

פתרון:

ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה היא 0.6 ,

לכן ההסתברות שאימא של יעל לא תצליח לאפות עוגה היא: $1 - 0.6 = 0.4$.

(א) אם אימא של יעל צריכה להצליח באפייה של עוגה בפעם השנייה, זה אומר

שהיא צריכה להיכשל בפעם הראשונה :

$$P\left(\begin{array}{c} \text{להצליח} \\ \text{בפעם השנייה} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c} \text{לא להצליח} \\ \text{בפעם הראשונה} \end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c} \text{להצליח} \\ \text{בפעם השנייה} \end{array}\right) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$$

(ב) כדי שאימא של יעל תלך לקנות עוגה, היא צריכה פעמיים לאפות עוגה

ולא להצליח באפייה של שתיהן :

$$P\left(\begin{array}{c} \text{לקנות} \\ \text{עוגה} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c} \text{לא להצליח} \\ \text{בפעם השנייה} \end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c} \text{לא להצליח} \\ \text{בפעם השנייה} \end{array}\right) = 0.4 \cdot 0.4 = 0.4^2 = 0.16$$

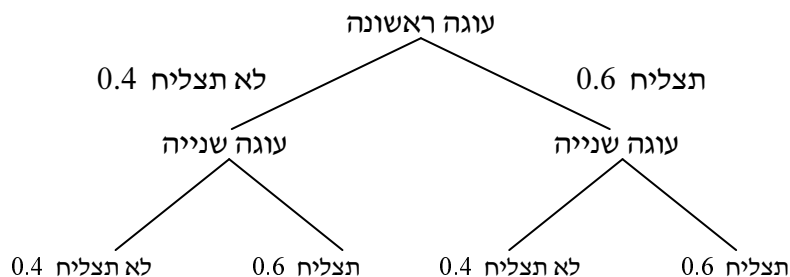
(ג) בסעיף זה אמא של יעל צריכה להצליח לאפות עוגה בפעם הראשונה

או להיכשל בפעם הראשונה ולהצליח בפעם השנייה :

$$\begin{aligned} P\left(\begin{array}{c} \text{להצליח} \\ \text{באפיית העוגה} \end{array}\right) &= P\left(\begin{array}{c} \text{להצליח} \\ \text{בפעם הראשונה} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c} \text{להיכשל} \\ \text{בפעם הראשונה} \end{array}\right) \cdot P\left(\begin{array}{c} \text{להצליח} \\ \text{בפעם השנייה} \end{array}\right) = \\ &= 0.6 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.6 + 0.24 = 0.84 \end{aligned}$$

המשך בעמוד הבא <<<

הערה: ניתן לענות על סעיפים (א) – (ד) לאחר שנרטט וניעזר בדיאגרמת העץ הבאה:



(2) **עמוד 52 אלה 23** *אלף תואמת אלף המאגר המעודכן שנת 2012*

- בכל אחד משני שקים שמים 15 כדורים בשלושה צבעים: אדום, כחול וצהוב.
- (א) כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק א', כדי שההסתברות להוציא כדור משק זה תהיה $\frac{1}{3}$? (רשמו אפשרות אחת).
- (ב) כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק ב', כדי שההסתברות להוציא כדור כחול תהיה $\frac{1}{3}$ וההסתברות להוציא כדור אדום תהיה $\frac{2}{5}$?
- (ג) הסתמכו על התשובות שקיבלתם בסעיפים (א) ו-(ב) וענו: בוחרים באקראי את אחד השקים, ולאחר מכן מוציאים ממנו באקראי כדור אחד. מה ההסתברות שהכדור שהוצא הוא כדור כחול?

פתרון:

(א) בשק הראשון ישנם 15 כדורים בשלושה צבעים:



לפי הנתון: $P(\text{כדור כחול}) = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$, לכן בשק הראשון ישנם

5 כדורים כחולים ו-10 כדורים אדומים וצהובים ביחד.

אחת האפשרויות שיכולות להיות היא:

5 כדורים כחולים, 6 כדורים אדומים ו-4 כדורים צהובים.

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) בשק השני גם כן 15 כדורים בשלושה צבעים:

$$P(\text{כדור כחול}) = \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad \text{לפי הנתון:}$$

$$P(\text{כדור אדום}) = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

מכאן אפשר לראות שבשק השני ישנם 5 כדורים כחולים,
6 כדורים אדומים ו-4 כדורים צהובים ($15 - 5 - 6 = 4$).

(ג) לפי התוצאות של סעיפים (א) ו-(ב), ההסתברות להוציא כדור כחול

מהשק הראשון או מהשק השני היא:

$$P(\text{כדור כחול}) = P(\text{להוציא מהשק הראשון}) \cdot P(\text{כדור כחול מהשק הראשון}) +$$

$$+ P(\text{להוציא מהשק השני}) \cdot P(\text{כדור כחול מהשק השני}) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

- (3) **עמוד 53 עמ' 25 <אלה תואת לאת האגר האודכן סת 2012>**
כל קונה ב"נייס בורגר" מקבל כרטיס הגרלה עם **עשר משבצות**.
בשתיים מהמשבצות "מוסטרות" תמונות של המבורגר.
הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר,
הקונה זוכה במנה נוספת.

נייס בורגר									
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (א) מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "נייס בורגר" ?
(ב) שבועיים לאחר מכן, נפתחה מסעדה מתחרה "טעם בורגר" שנתנה לקונים כרטיס דומה: בכרטיס זה **חמש-עשרה משבצות**.
בשלוש מהמשבצות "מוסטרות" תמונות של המבורגרים.
הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.
מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "טעם בורגר" ?
(ג) באיזו משתי המסעדות הסיכוי לזכות במנה נוספת גדול יותר ?

טעם בורגר				
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

פתרון השאלה בעמוד הבא <<<

פתרון:

(א) בכרטיס של "נייס בורגר" יש 10 משבצות, ובשתיים מהן מוסתרות תמונות של המבורגר. הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגדר משבצת שנייה, וזוכה במנה נוספת אם פעמיים תהיה תמונה של המבורגר.

$$P(\text{לזכות במנה נוספת}) = P(\text{תמונה של המבורגר במשבצת הראשונה}) \cdot P(\text{תמונה של המבורגר במשבצת השנייה}) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

הערה: ההסתברות שבמשבצת הראשונה שהלקוח מגרד מופיעה תמונה של המבורגר היא: $P(\text{תמונה במשבצת הראשונה}) = \frac{2}{10}$. אם בגירוד הראשון יצאה תמונת המבורגר, אז נשארה רק משבצת אחת עם תמונה של המבורגר, ומספר המשבצות שנשאר הוא 9. לכן, ההסתברות לגרד בפעם השנייה את התמונה של המבורגר היא 1 מתוך 9, כלומר: $P(\text{תמונה במשבצת השנייה}) = \frac{1}{9}$. ההסתברות ששני המאורעות התרחשו שווה למכפלת ההסתברויות ביניהם.



(ב) במסעדה מתחרה "טעם בורגר" הלקוח מקבל כרטיס עם חמש-עשרה משבצות. בשלוש מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגרים. הלקוח מקבל מנה נוספת של המבורגר אם גם במשבצת הראשונה מופיעה תמונה של המבורגר וגם במשבצת השנייה שהוא מגרד מופיעה תמונה של המבורגר.

ההסתברות לקבל תמונה של המבורגר במשבצת הראשונה היא:

$$P(\text{תמונה במשבצת הראשונה}) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

אם במשבצת הראשונה הייתה תמונה של המבורגר, אז נשארו שתי משבצות עם תמונות של המבורגר מתוך 14, לכן:

$$P(\text{תמונה במשבצת השנייה}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

המשך בעמוד הבא <<<

ההסתברות לזכות במנה נוספת של המבורגר היא :

$$P(\text{לזכות במנה נוספת}) = P(\text{תמונה של המבורגר במשבצת הראשונה}) \cdot P(\text{תמונה של המבורגר במשבצת השנייה}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{35}$$

(ג) במסעדת "טעם בורגר" הסיכוי לזכות במנה נוספת גבוה יותר,

$$\text{כי } \frac{1}{35} > \frac{1}{45}$$

(בין שני שברים בעלי מונים שווים, השבר בעל המכנה הקטן מבין שניהם הוא השבר הגדול יותר).

תרגילים לעבודה עצמית

(1) *ke* תואמת *ke* אס' 201 < מתוך המאגר > שנת 2012

אימא של יעל אופה לה כל שנה עוגה ליום ההולדת.

ההסתברות שעוגה שהיא אופה תצליח היא 0.7 .

אם העוגה הראשונה שהיא אופה לא מוצלחת, היא אופה עוגה שנייה.

אם גם העוגה השנייה לא מוצלחת היא הולכת לקנות עוגה.

(א) מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה רק בפעם השנייה ?

(ב) ליעל יש יום הולדת. מה ההסתברות שאימא שלה תלך לקנות עוגה ?

(ג) מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה ?

(2) *ke* תואמת *ke* אס' 24 < מתוך המאגר > שנת 2012

שתי חברות רשאיות לגשת למכרז לבניית שכונה חדשה : חברה א' וחברה ב'.

ההסתברות שחברה א' תיגש למכרז היא 0.7 .

ההסתברות שחברה ב' תיגש למכרז תלויה בהחלטה של חברה א'.

אם חברה א' ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב' תיגש למכרז היא 0.4 .

אם חברה א' לא ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב' תיגש למכרז היא 0.9 .

(א) מה ההסתברות ששתי החברות ייגשו למכרז ?

(ב) מה ההסתברות שחברה א' תיגש למכרז וחברה ב' לא תיגש למכרז ?

(ג) מה ההסתברות שרק אחת משתי החברות תיגש למכרז ?

(3) אלה תואמת אלה אסי' 222 אתוך האאגר לשנת 2012

- 20% מהרכבות במדינת מסוימת יוצאות באיחור.
 - 80% מאלה שיוצאות באיחור מגיעות באיחור.
 - ידוע כי רק 70% מהרכבות היוצאות בזמן מגיעות בזמן.
 - (א) מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע באיחור?
 - (ב) מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע בזמן המתוכנן?
 - (ג) מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע בזמן המתוכנן?
 - (ד) מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע באיחור?
 - (ה) מהו סכום ההסתברויות שהתקבלו בסעיפים (א) – (ד).
- הסבירו את משמעות התוצאה.

(4) אלה תואמת אלה אסי' 252 אתוך האאגר לשנת 2012

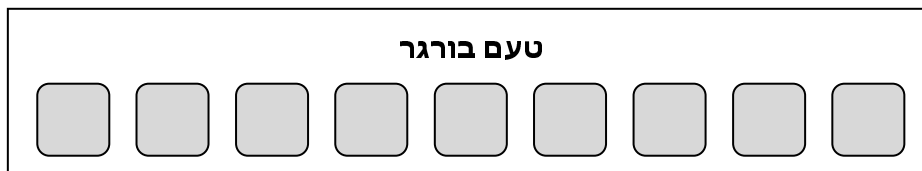
- כל קונה ב"נייס בורגר" מקבל כרטיס הגרלה עם **שש משבצות**.
- בשתיים** מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגר.
- הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
- אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.

נייס בורגר					
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (א) מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "נייס בורגר"?
- (ב) שבועיים לאחר מכן, נפתחה מסעדה מתחרה "טעם בורגר" שנתנה לקונים כרטיס דומה: בכרטיס זה **תשע משבצות**.
- בשלוש** מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגרים.
- הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
- אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

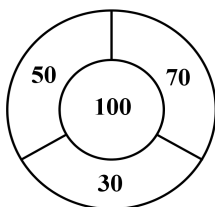
מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "טעם בורגר"?



(ג) באיזו משתי המסעדות הסיכוי לזכות במנה נוספת גדול יותר?

(5) *אלף תואמת אלף אסי' 26 מתוך המאגר 2012*

לוח משחק של קליעה למטרה מורכב מארבעה אזורים, שבתוך כל אחד מהם רשומים מספרים (ראו ציור).



אורית יורה פעם אחת חץ ללוח המטרה.

ההסתברות שאורית תפגע בלוח המטרה היא 0.7.

כאשר אורית פוגעת במטרה:

- ההסתברות שלה לפגוע באזור של 100 נקודות היא $\frac{1}{3}$.

- ההסתברות שלה לפגוע בכל אחד מן האזורים של 30, 50, 70 נקודות היא $\frac{2}{9}$.

(א) מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ב-100 נקודות?

(ב) מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות בפחות מ-100 נקודות?

(ג) מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ביותר מ-50 נקודות?

(ד) מה ההסתברות של אורית לזכות בפחות מ-100 נקודות או לא לזכות בכלל בנקודות?

(6) *אלף תואמת אלף אסי' 23 מתוך המאגר 2012*

בכל אחד משני שקים שמים 8 כדורים בשלושה צבעים: אדום, כחול וצהוב.

(א) כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק א', כדי שההסתברות להוציא כדור כחול משק זה תהיה $\frac{1}{4}$? (רשמו אפשרות אחת).

(ב) כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק ב', כדי שההסתברות להוציא כדור כחול תהיה $\frac{1}{4}$ וההסתברות להוציא כדור אדום תהיה $\frac{1}{2}$?

(ג) הסתמכו על התשובות שקיבלתם בסעיפים (א) ו-(ב) וענו:

בוחרים באקראי את אחד השקים, ולאחר מכן מוציאים ממנו באקראי

כדור אחד. מה ההסתברות שהכדור שהוצא הוא כדור כחול?

תשובות סופיות

(1) (א) 0.21 (ב) 0.09

(ג) 0.91

(2) (א) 0.28 (ב) 0.42

(ג) 0.69

(3) (א) 0.24 (ב) 0.56

(ג) 0.04 (ד) 0.16

(ה) הסכום הוא 1, כי בסעיפים (א) – (ד) מפורטות כל האפשרויות לגבי יציאה

והגעה של הרכבת (איחוד כל האפשרויות הוא מאורע ודאי).

(4) (א) $\frac{1}{15}$ (ב) $\frac{1}{12}$

(ג) במסעדת "טעם בורגר".

(5) (א) $\frac{7}{30}$ (ב) $\frac{7}{15}$

(ג) $\frac{7}{18}$ (ד) $\frac{23}{30}$

(6) (א) לדוגמה: 2 כדורים כחולים, 3 כדורים אדומים ו-3 כדורים צהובים.

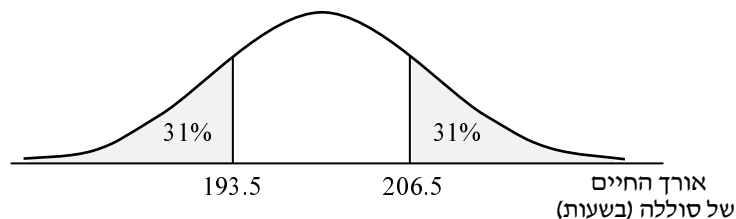
(ב) 2 כדורים כחולים, 4 כדורים אדומים ו-2 כדורים צהובים.

(ג) $\frac{1}{4}$

2.3 התפלגות נורמלית

תרגילים כתורים

(1) **אורז 61 ק"ג 22** *קאלה תואמת קאלה האאגר האעורכן שנת 2012*
 אורז החיים של סוללות מתפלג נורמלית. אורז החיים נמדד בשעות.
 לפניכם גרף המתאר את ההתפלגות של אורז החיים של סוללה:



(i) מצאו את אורז החיים הממוצע של הסוללה.

(ii) מצאו את סטיית התקן.

(ב) 2% מהסוללות, שאורז החיים שלהן הוא הנמוך ביותר, נחשבות לפגומות.

מצאו את אורז החיים של סוללה אשר מתחתיו היא נחשבת פגומה.

(ג) איזה אחוז מהסוללות פועלות יותר מ- 213 שעות?

(ד) מפעל קנה 2,000 סוללות.

כמה מהן עשויות לפעול למעלה מ- 213 שעות?

פתרון:

(א) **דרך I:**

אורז החיים של 31% מהסוללות הוא למעלה מ- 206.5 שעות,

לכן 206.5 נמצא חצי סטיית תקן מעל הממוצע.

כמו כן, אורז החיים של 31% מהסוללות הוא קטן מ- 193.5 שעות,

לכן 193.5 נמצא חצי סטיית תקן מתחת לממוצע.

$$\begin{cases} \bar{x} + \frac{s}{2} = 206.5 \\ \bar{x} - \frac{s}{2} = 193.5 \end{cases} \quad \text{נרשום מערכת משוואות:}$$

(i) כשנחבר את המשוואות, נקבל: $\bar{x} = 200$ שעות

(ii) כשנחסר את המשוואות, נקבל: $s = 13$ שעות

המשך בעמוד הבא <<<

דרך II :

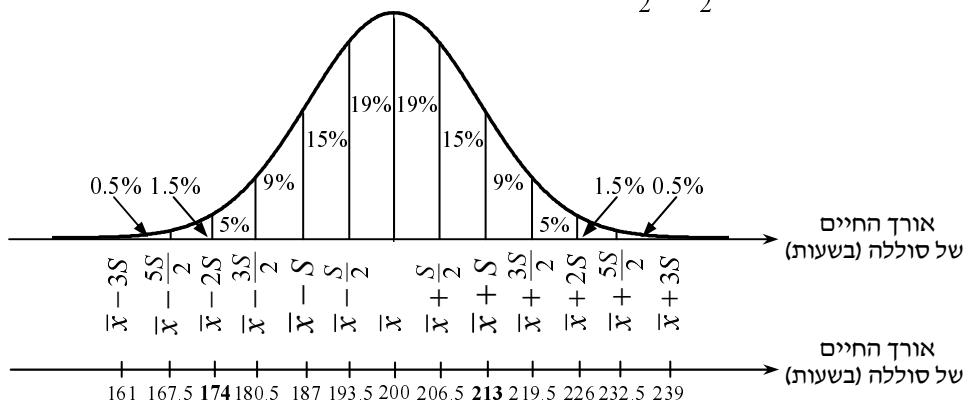
גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס לממוצע, לכן אורך החיים הממוצע של הסוללות שווה לממוצע של 193.5 ו- 206.5 :

$$\bar{x} = \frac{193.5 + 206.5}{2} = 200 \text{ שעות}$$

לאחר מכן, מהמשוואה $\bar{x} + \frac{s}{2} = 206.5$ נמצא כי סטיית התקן היא 13 שעות s .

(ב) נסרטט את הגרף לפי הממוצע וסטיית התקן שקיבלנו.

$$\frac{s}{2} = \frac{13}{2} = 6.5 \text{ שעות}$$



2% מהסוללות נחשבות פגומות. אורך החיים של הסוללות הפגומות הוא 174 שעות ומטה (מודגש בסרטוט).
 לכן 174 שעות הוא אורך החיים אשר מתחתיו סוללה נחשבת פגומה.

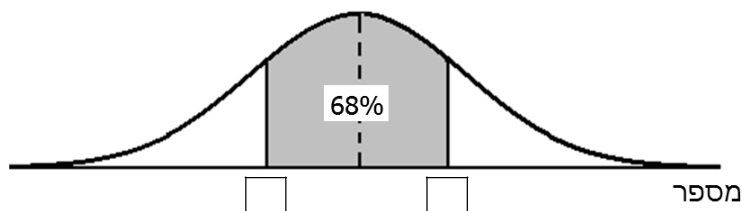
(ג) את אחוז הסוללות הפעולות יותר מ- 213 שעות ניתן לראות מגרף ההתפלגות הנורמלית:

$$9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 16\%$$

(ד) מספר הסוללות העשויות לפעול יותר מ- 213 שעות הוא:
 $2,000 \cdot 0.16 = 320$

(2) עמוד 61 קאלה 23 קאלה תואמת האלף האאגר האעורכן שנת 2012

- קבוצה של מספרים מתפלגת נורמלית.
 ידוע כי המספר 80 גדול מממוצע המספרים בשתי סטיות תקן
 ו-2% מהמספרים הם מתחת למספר 40.
 (א) (i) חשבו את ממוצע קבוצת המספרים.
 (ii) חשבו את סטיית התקן של קבוצת המספרים.
 (ב) מהו המספר הנמוך ביותר ש-84% מהמספרים גדולים ממנו?
 (ג) בגרף שלפניכם השטח הצבוע הוא סימטרי ביחס לממוצע.
 בין אילו שני מספרים נמצאים 68% מהמספרים הקרובים ביותר
 לממוצע (ראו סרטוט)?



פתרון:

(א) לפי הנתונים, בגרף ההתפלגות הנורמלית,

המספר 80 מתאים ל- $\bar{x} + 2s$

והמספר 40 מתאים ל- $\bar{x} - 2s$ (2% מתחתיו).

כלומר, מערכת המשוואות המתאימה לנתונים היא:

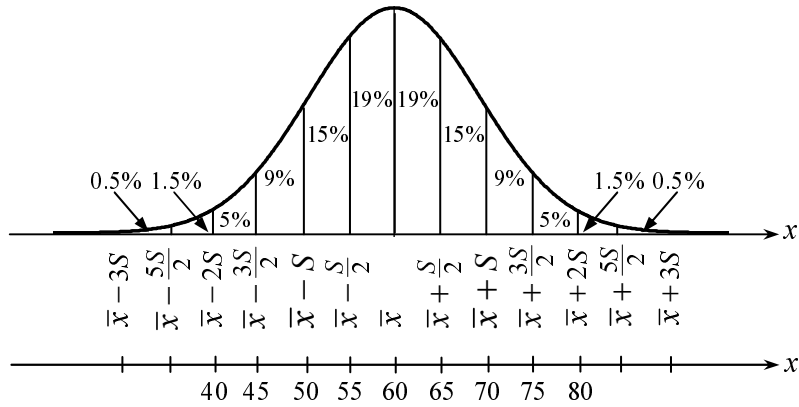
$$\begin{cases} \bar{x} + 2s = 80 \\ \bar{x} - 2s = 40 \end{cases}$$

פתרונות המערכת הם:

$$s = 10 \quad (ii) \quad \bar{x} = 60 \quad (i)$$

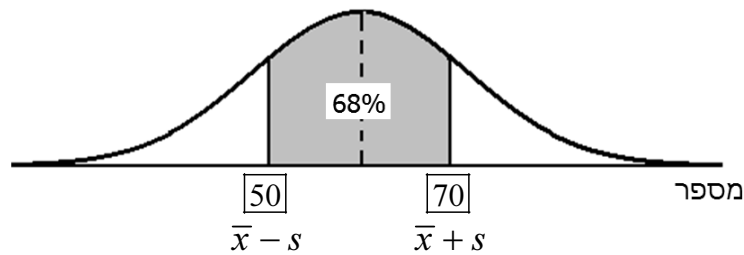
ועתה ניתן להשלים את גרף ההתפלגות הנורמלית:

המשך בעמוד הבא <<<



(ב) המספר ש-84% גדולים ממנו מתאים למספר הקטן מהממוצע
 בסטיית תקן אחת:
 $x = \bar{x} - s = 60 - 10 = 50$

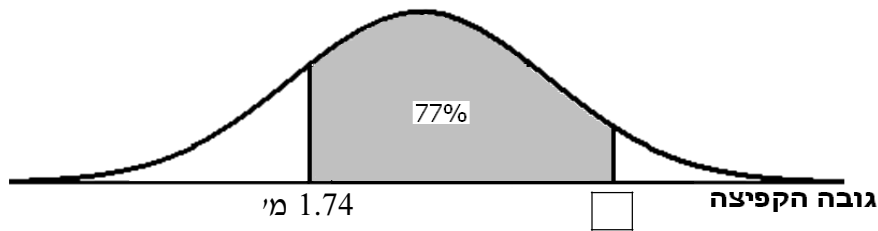
(ג)



68% מכל שטח הפעמון נמצא בין $\bar{x} - s$ ו- $\bar{x} + s$.
 לכן המספר השמאלי הוא: $\bar{x} - s = 60 - 10 = 50$
 והמספר הימני הוא: $\bar{x} + s = 60 + 10 = 70$

(3) עמוד 62 עאלה 25 <עאלה תואמת לעאלת המאגר המעודכן שנת 2012>

- ההישגים בקפיצה לגובה של קבוצת בנים מתפלגים נורמלית עם ממוצע 1.8 מ'.
 גובה הקפיצה של 99.5% מהבנים הוא מתחת ל-1.95 מ'.
 (א) חשבו את סטיית התקן של גובה הקפיצה.
 (ב) היעזרו בנתונים שבגרף והשלימו את גובה הקפיצה החסר.



פתרון:

(א) גובה הקפיצה של 99.5% מהבנים היה נמוך מהגובה 1.95 מ', לכן:

$$1.95 = \bar{x} + \frac{5s}{2}$$

$$1.95 = 1.8 + \frac{5s}{2}$$

$$0.15 = 2.5s \quad / : 2.5$$

$$s = 0.06$$

סטיית התקן היא 0.06 מ'.

- (ב) כיוון ש- $\bar{x} = 1.8$ מ' ו- $s = 0.06$ מ', הרי ש-1.74 מ' מייצג גובה שהוא סטיית תקן אחת מתחת לממוצע ($\bar{x} - s$).
 77% מהאוכלוסייה מתאים לאחוז האוכלוסייה המיוצגים מ- $\bar{x} - s$ ועד $\bar{x} + \frac{3s}{2}$.
 כיוון ש-77% מורכבים מ-9% + 15% + 19% + 19% + 15%,
 הגובה החסר במשבצת הוא:

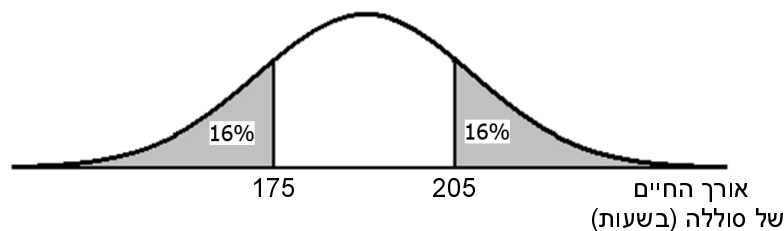
$$x = \bar{x} + \frac{3s}{2} = 1.8 + \frac{3 \cdot 0.06}{2} = 1.89 \text{ מ'}$$

תרגילים לעבודה עצמית

- (1) *אלף תואמת אלף אסי' 91 מתוך האאגר לשנת 2012*
ציוני בחינה בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית.
הציון הממוצע הוא 74 .
20% מהתלמידים קיבלו ציון הנמוך מ- 68 .
(א) לבחינה ניגשו 490 תלמידים.
מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים שקיבלו ציון הנמוך מהממוצע, אך גבוה מ- 68 ? נמקו.
(ב) בוחרים לתחרות 20% מהתלמידים בעלי הציונים הגבוהים ביותר. מהו הציון הנמוך ביותר הדרוש כדי להשתתף בתחרות ? נמקו.
- (2) *אלף תואמת אלף אסי' 141 מתוך האאגר לשנת 2012*
הקוטר של עגבניות שרי מתפלג נורמלית. הקוטר השכיח ביותר הוא 1.6 ס"מ. שליש מבין העגבניות הן עם קוטר העולה על 2 ס"מ.
(א) מבין שליש העגבניות הקטנות ביותר, מהו קוטרן של העגבנייה הגדולה ביותר ? נמקו.
(ב) מה ההסתברות לבחור באקראי עגבנייה שקוטרן מעל 1.2 ס"מ אך קטן מהממוצע ?
- (3) *אלף תואמת אלף אסי' 181 מתוך האאגר לשנת 2012*
משקל ביצים מתפלג נורמלית עם ממוצע של 58 גר'.
16% מכלל הביצים הן כבדות ומשקלן מעל 64 גר'. ביצים אלה (הכבדות) נארזות בנפרד.
(א) מצאו את סטיית התקן של התפלגות משקל הביצים.
(ב) מצאו את ההסתברות שמשקל ביצה שנבחרה באקראי מבין הביצים יהיה פחות מ- 52 גר'.
(ג) הסבירו מדוע אחוז הביצים שמשקלן מעל 61 גר' זהה לאחוז הביצים שמשקלן מתחת ל- 55 גר' ?

(4) *אלף תואמת אלף אסי' 22* מתוך המאגר *שנת 2012*

אורך החיים של סוללות מתפלג נורמלית. אורך החיים נמדד בשעות. לפניכם גרף המתאר את ההתפלגות של אורך החיים של סוללה:



- (א) (i) מצאו את אורך החיים הממוצע של הסוללה.
 (ii) מצאו את סטיית התקן.
 (ב) 2% מהסוללות, שאורך החיים שלהן הוא הנמוך ביותר, נחשבות לפגומות. מצאו את אורך החיים של סוללה אשר מתחתיו היא נחשבת פגומה.
 (ג) איזה אחוז מהסוללות פועלות יותר מ- 212.5 שעות?
 (ד) מפעל קנה 1,000 סוללות. כמה מהן עשויות לפעול למעלה מ- 212.5 שעות?

(5) *אלף תואמת אלף אסי' 19* מתוך המאגר *שנת 2012*

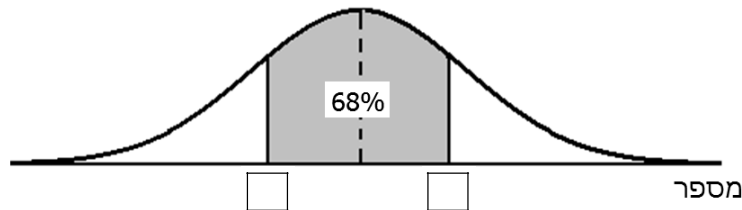
- תנובת החלב היומית של פרות מתפלג נורמלית. ידוע ש- 16% מהפרות מניבות פחות מ- 18 ליטר ביום, ו- 2% מהפרות מניבות פחות מ- 8 ליטר ביום.
 (א) חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של תנובת החלב היומית של הפרות.
 (ב) מה אחוז הפרות שמניבות יותר מ- 28 ליטר?
 (ג) מה אחוז הפרות שמניבות יותר מ- 13 ליטר?

(6) *אלף תואמת אלף אסי' 23* מתוך המאגר *שנת 2012*

- קבוצה של מספרים מתפלגת נורמלית. ידוע כי המספר 45 גדול מממוצע המספרים בשתי סטיות תקן ו- 2% מהמספרים הם מתחת למספר 25.
 (א) (i) חשבו את ממוצע קבוצת המספרים.
 (ii) חשבו את סטיית התקן של קבוצת המספרים.

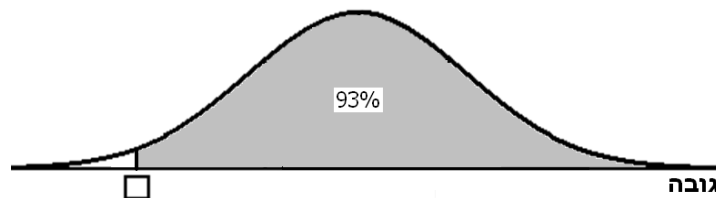
המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (ב) מהו המספר הנמוך ביותר ש- 84% מהמספרים גדולים ממנו ?
 (ג) בגרף שלפניכם השטח הצבוע הוא סימטרי ביחס לממוצע.
 בין אילו שני מספרים נמצאים 68% מהמספרים הקרובים ביותר
 לממוצע (ראו סרטוט) ?



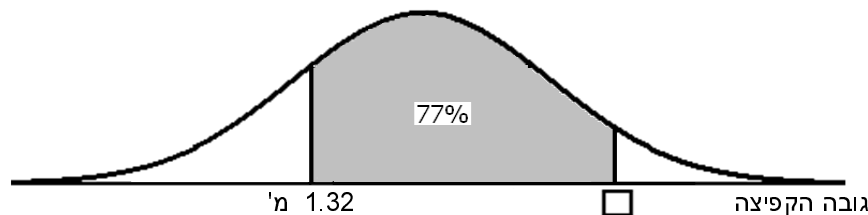
(7) *אלף תואמת kafeל מס' 24 מתוך האאגר לשנת 2012*

- הגובה של קבוצת בנים מתפלג נורמלית.
 הגובה של 69% מהבנים נמוך מ- 176 ס"מ.
 הגובה של 69% מהבנים מעל 168 ס"מ.
 (א) (i) חשבו את הממוצע של הגבהים.
 (ii) חשבו את סטיית התקן של הגבהים.
 (ב) (i) השלימו את המספר החסר בסרטוט.
 (ii) מה המשמעות של מספר זה על פי הנתונים שבסרטוט ?



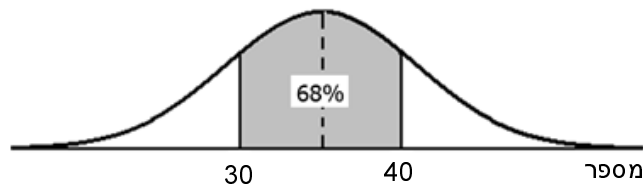
(8) *אלף תואמת kafeל מס' 25 מתוך האאגר לשנת 2012*

- ההישגים בקפיצה לגובה של קבוצת בנים מתפלגים נורמלית עם ממוצע 1.4 מ'.
 גובה הקפיצה של 99.5% מהבנים הוא מתחת ל- 1.6 מ'.
 (א) חשבו את סטיית התקן של גובה הקפיצה.
 (ב) היעזרו בנתונים שבגרף והשלימו את גובה הקפיצה החסר.

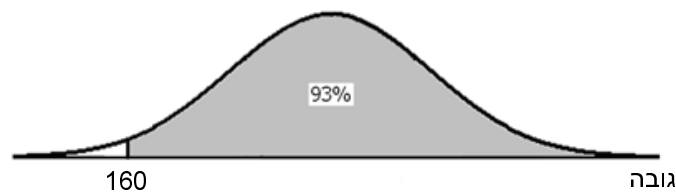


תשובות סופיות

- (1) (א) 147 תלמידים, כי מדובר ב-30% מ-490 תלמידים.
 (ב) 80, כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס למוצע.
- (2) (א) 1.2 ס"מ, כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס למוצע.
 (ב) $\frac{1}{6}$
- (3) (א) 6 גרם.
 (ב) 0.16 (16%)
- (ג) כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס למוצע.
- (4) (א) (i) 190 שעות.
 (ii) 15 שעות.
 (ב) 160 שעות.
 (ג) 7%
 (ד) 70 סוללות.
- (5) (א) $\bar{x} = 28$ ליטר ליום, $s = 10$ ליטר ליום.
 (ב) 50%
 (ג) 93%
- (6) (א) (i) 35
 (ii) 5
 (ב) 30
 (ג) המשמעות: בין 30 ל-40 נמצאים 68% מהמספרים הקרובים ביותר למוצע.



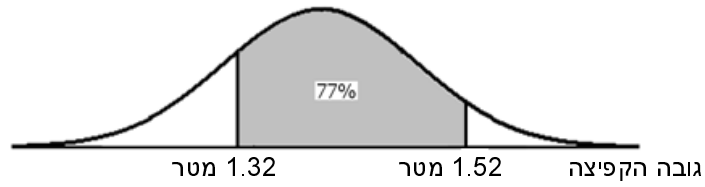
- (7) (א) (i) 172 ס"מ.
 (ii) 8 ס"מ.
 (ב) (i)



- (ii) המשמעות: 93% מהבנים בקבוצה גבוהים מ-160 ס"מ.

(8) (א) 0.08 מ' .

(ב)

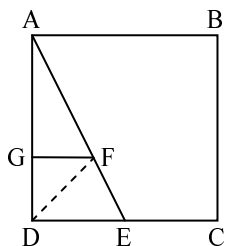


3 טריגונומטריה

3.1 טריגונומטריה במישור

תרגילים פתורים

(1) עמוד 69 אלה 19 <אלה תואמת אלה האאגר האעודכן סנת 2012>



נתון ריבוע ABCD שבו 12 ס"מ $AB =$

E היא אמצע הקטע DC.

(א) חשבו את זוויות המשולש ADE.

(ב) חשבו את אורך הקטע AE.

F היא נקודה על AE ו-G היא נקודה על AD,

כך ש- $GF \parallel DE$. נתון: $GF = 4\frac{1}{4}$ ס"מ.

(ג) חשבו את FE.

(ד) חשבו את שטח המשולש DFE.

פתרון:

(א) כיוון שמרובע ABCD הוא ריבוע, הרי ש-12 ס"מ $AB = DC = AD =$

נתון כי E היא אמצע הקטע DC ו-12 ס"מ $AB =$

ולכן $DE = EC = 6$ ס"מ.

נתבונן במשולש ADE: $\tan \angle DAE = \frac{DE}{AD} = \frac{6}{12}$

$\angle DAE = 26.57^\circ$

$\angle AED = 90^\circ - \angle DAE = 90^\circ - 26.57^\circ = 63.43^\circ$

$\angle ADE = 90^\circ$

(ב) לפי משפט פיתגורס: $AE^2 = AD^2 + DE^2$

$AE = \sqrt{12^2 + 6^2} = 13.42$ ס"מ

(ג) את הקטע AF נמצא מהמשולש ישר-הזווית AGF.

$\sin 26.57^\circ = \frac{4\frac{1}{4}}{AF}$

$AF = \frac{4\frac{1}{4}}{\sin 26.57^\circ} = 9.5$ ס"מ

$FE = AE - AF = 13.42 - 9.5 = 3.92$ ס"מ

המשך בעמוד הבא <<<

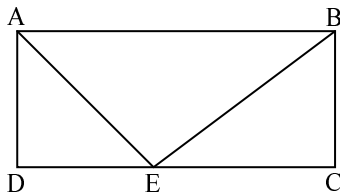
(ד) את שטח המשולש DFE נמצא כהפרש השטחים של המשולשים ADE ו-AFD .

$$S_{\Delta ADE} = \frac{AD \cdot DE}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ סמ"ר}$$

$$S_{\Delta AFD} = \frac{AD \cdot GF}{2} = \frac{12 \cdot 4\frac{1}{4}}{2} = 25.5 \text{ סמ"ר}$$

$$S_{\Delta DFE} = S_{\Delta ADE} - S_{\Delta AFD} = 36 - 25.5 = 10.5 \text{ סמ"ר}$$

(2) עמוד 70 עמ' 23 <עמ' תואמת לעמ' המאגר המעודכן שנת 2012>



נתון מלבן ABCD .

AE הוא חוצה-הזווית DAB .

שטחו של משולש ADE הוא 12.5 סמ"ר .

אורכו של הקטע EC הוא 6 ס"מ .

(א) (i) חשבו את זוויות המשולש ADE .

(ii) מצאו את אורכי צלעות המלבן ABCD .

(ב) חשבו את זוויות המשולש BEC .

פתרון:

(א) (i) נתון כי AE הוא חוצה-הזווית DAB .

נסמן: $\angle DAE = \angle EAB = \alpha$. לפי הנתון, $\angle D = 90^\circ$.

$\angle EAB = \angle AED = \alpha$ זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים

(כי במלבן צלעות נגדיות מקבילות זו לזו).

לפי כלל המעבר, $\angle DAE = \angle AED = \alpha$, לכן המשולש ADE

הוא משולש שווה-שוקיים: $\angle DAE = \angle AED = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$$AD = DE$$

לפי הנתון, 12.5 סמ"ר $S_{\Delta ADE} =$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{AD \cdot DE}{2}$$

$$12.5 = \frac{AD^2}{2} \quad / \cdot 2$$

AD = DE , לכן:

$$25 = AD^2$$

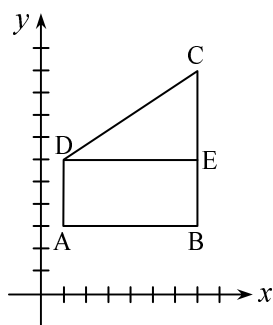
$$AD = 5 \text{ ס"מ}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$AD = 5$ (ii) צלעות המלבן הן:
 $DC = DE + EC = 5 + 6 = 11$ ס"מ

(ב) נתבונן במשולש BEC :
 $\angle C = 90^\circ$
 $\tan \angle BEC = \frac{BC}{EC} = \frac{5}{6}$
 $\angle BEC = 39.81^\circ$
 $\angle EBC = 90^\circ - 39.81^\circ = 50.19^\circ$

(3) עמוד 71 עמ' 26 <שאלה תואמת לשאלת המאגר המעודכן שנת 2012>



במערכת צירים נתון טרפז ABCD .
 קדקודיו של הטרפז הם: $A(1,3)$, $B(7,3)$, $C(7,10)$, $D(1,6)$ (ראו סרטוט).
 DE הוא גובה בטרפז.
 (א) (i) מצאו את אורכי בסיסי הטרפז AD ו-BC .
 (ii) מצאו את גובה הטרפז DE .
 (iii) חשבו את שטח הטרפז ABCD .
 (ב) חשבו את גודל הזווית החדה של הטרפז ($\angle C$).

פתרון:

(א) (i) אורכי הבסיסים של הטרפז ABCD הם:
 $x_D = x_A$ כי , $AD = y_D - y_A = 6 - 3 = 3$
 $x_C = x_B$ כי , $BC = y_C - y_B = 10 - 3 = 7$
 (ii) כי הקטע CB מקביל לציר ה-y , $x_E = x_C = x_B = 7$
 כי $DE \perp CB$ לכן DE מקביל לציר ה-x .
 כלומר: $E(7,6)$.

$$DE = x_E - x_D = 7 - 1 = 6$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot DE}{2} \quad (iii)$$

$$S_{ABCD} = \frac{(3 + 7) \cdot 6}{2} = 30$$

(ב) $CE = y_C - y_E = 10 - 6 = 4$, כי $x_C = x_E$.

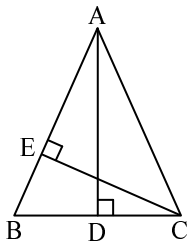
$$\tan \angle C = \frac{DE}{CE} = \frac{6}{4}$$

במשולש ישר-הזווית DCE :

$$\angle C = 56.31^\circ$$

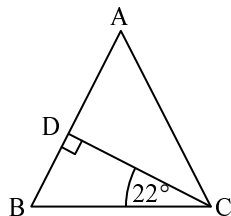
תרגילים לעבודה עצמית

(1) **קאלה תואמת לקאלה מס' 6 מתוך המאגר לשנת 2012**



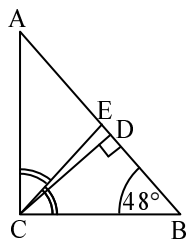
- במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$),
 זווית הבסיס היא בת 55° , ואורך הגובה AD
 לבסיס BC הוא 12 ס"מ (ראו סרטוט).
 (א) חשבו את אורך הבסיס BC .
 (ב) מהו אורך הגובה לשוק (מהו CE) ?

(2) **קאלה תואמת לקאלה מס' 5 מתוך המאגר לשנת 2012**

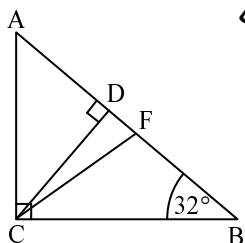


- במשולש שווה-שוקיים ABC ($AC = AB$),
 הגובה לשוק יוצר זווית של 22° עם בסיס המשולש.
 אורך הבסיס הוא 15 ס"מ.
 (א) חשבו את זוויות המשולש ABC .
 (ב) חשבו את היחס בין השוק AB לבסיס BC .

(3) **קאלה תואמת לקאלה מס' 3 מתוך המאגר לשנת 2012**



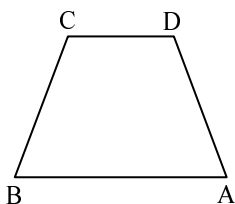
- במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$)
 נתון: $\angle CBA = 48^\circ$ (ראו סרטוט).
 אורך הגובה ליתר CD הוא 9 ס"מ.
 CE הוא חוצה-הזווית הישרה במשולש.
 (א) חשבו את הזווית CED .
 (ב) מהו שטח המשולש CED ?



(4) אלה תואמת אלה מסי 4 מתוך המאגר גנת 2012

במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) נתון: $\angle CBA = 32^\circ$.
אורך הניצב מול זווית זו הוא 10 ס"מ $AC =$.
(ראו סרטוט).

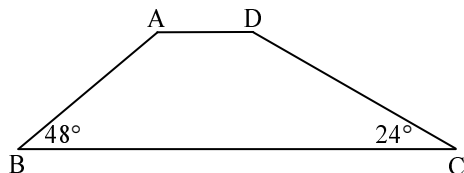
- CF הוא תיכון ליתר ו-CD הוא הגובה ליתר.
- חשבו את אורך היתר AB.
 - חשבו את אורך הקטע CD.
 - חשבו את אורך הקטע AD.
 - מהו שטח המשולש CDF?



(5) אלה תואמת אלה מסי 5 מתוך המאגר גנת 2012

בטרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel CD$),
אורך הבסיס CD הוא 15 ס"מ (ראו סרטוט).
הבסיס AB גדול ב-20% מהבסיס CD.
השוק AD קטנה ב-12% מהבסיס CD.

- חשבו את אורך הבסיס AB.
- חשבו את אורך השוק AD.
- חשבו את הזווית החדה של הטרפז.

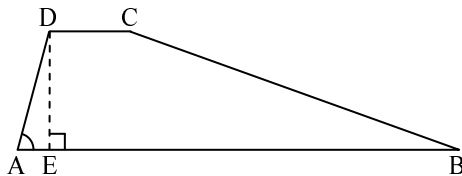


(6) אלה תואמת אלה מסי 6 מתוך המאגר גנת 2012

בטרפז ABCD ($AD \parallel BC$) נתון:
 $\angle ABC = 48^\circ$, $AB = 20$ ס"מ,
 $\angle BCD = 24^\circ$ (ראו סרטוט).

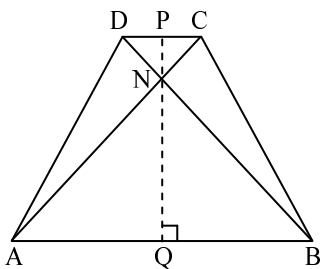
- חשבו את גובה הטרפז.
- חשבו את אורך השוק DC.
- נתון: $AD = 9$ ס"מ.
 - חשבו את היקף הטרפז.
 - חשבו את שטח הטרפז.

(7) *קאלה תואמת לאלה מסי 141 מתוך המאגר לשנת 2012*



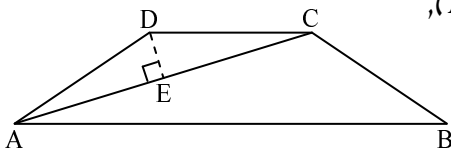
- בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) נתון:
 $AD = 8$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ,
 $\angle DAB = 68^\circ$, $CB = 15$ ס"מ,
 DE הוא גובה הטרפז (ראו סרטוט).
 (א) מצאו את האורך של גובה הטרפז.
 (ב) מצאו את אורך הקטע AE .
 (ג) מצאו את גודל הזווית CBA .
 (ד) מצאו את אורך הבסיס הגדול AB .
 (ה) חשבו את שטח הטרפז.
 (ו) מצאו את גודל הזווית DBA .

(8) *קאלה תואמת לאלה מסי 161 מתוך המאגר לשנת 2012*



- נתון טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel CD$).
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה N . PQ הוא גובה
 הטרפז שעובר דרך הנקודה N (ראו סרטוט).
 נתון: $DN = NC = 8$ ס"מ, $NQ = 9$ ס"מ,
 $AN = NB = 12$ ס"מ (ראו סרטוט).
 (א) מצאו את זווית NAQ .
 (ב) מצאו את אורך הקטע PN .
 (ג) מצאו את אורך הבסיס הגדול AB .
 (ד) מצאו את אורך הבסיס הקטן.
 (ה) חשבו את שטח הטרפז.

(9) *קאלה תואמת לאלה מסי 170 מתוך המאגר לשנת 2012*

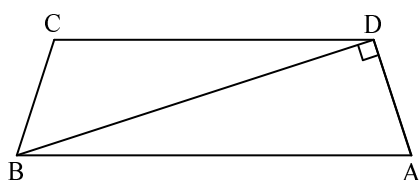


- בטרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel CD$),
 נתון כי אורך השוק שווה לאורך הבסיס
 הקטן DC , $AC = 30$ ס"מ,
 $AD = 16$ ס"מ (ראו סרטוט).
 DE הוא גובה במשולש ADC .

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (א) מצאו את זוויות המשולש ADC.
- (ב) מצאו את זוויות הטרפז ABCD.
- (ג) חשבו את גודל הזווית ACB.
- (ד) חשבו את שטחו של משולש ACB.
- (ה) מצאו את שטח הטרפז.

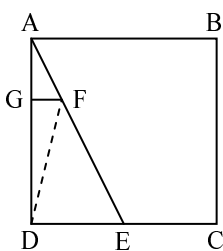
(10) *עלה תואמת לאלה מס' 180 מתוך המאגר לשנת 2012*



בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel CD$), הזווית שליד הבסיס הגדול היא 68° ואורך השוק הוא 14 ס"מ. אלכסון הטרפז יוצר זווית ישרה עם השוק (ראו סרטוט).

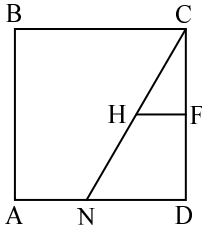
- (א) חשבו את אורך הבסיס הגדול.
- (ב) חשבו את שטח המשולש ABD.
- (ג) חשבו את אורך הבסיס הקטן.
- (ד) חשבו את שטח הטרפז.
- (ה) חשבו את שטח המשולש BCD.

(11) *עלה תואמת לאלה מס' 190 מתוך המאגר לשנת 2012*



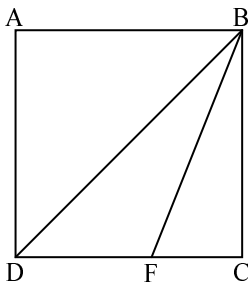
- נתון ריבוע ABCD שבו $AB = 8$ ס"מ.
- E היא אמצע הקטע DC.
- (א) חשבו את זוויות המשולש ADE.
- (ב) חשבו את אורך הקטע AE.
- F היא נקודה על AE ו-G היא נקודה על AD, כך ש- $GF \parallel DE$. נתון: $GF = 1\frac{1}{3}$ ס"מ.
- (ג) חשבו את FE.
- (ד) חשבו את שטח המשולש DFE.

12) אלה תואמת לאלה אסי' 2012 מתוך המאגר לשנת 2012



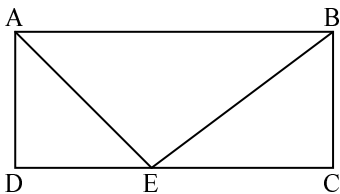
- נתון ריבוע ABCD. צלע הריבוע שווה ל-15 ס"מ.
 נקודה N נמצאת על הצלע AD כך ש-8 ס"מ = AN.
 (א) חשבו את זוויות המשולש CND.
 F היא אמצע הצלע CD.
 H היא נקודה על CN כך ש- $FH \parallel ND$.
 (ב) חשבו את HF.
 (ג) חשבו את NH.

13) אלה תואמת לאלה אסי' 2012 מתוך המאגר לשנת 2012



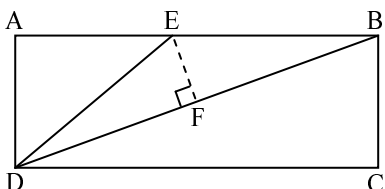
- נתון ריבוע ABCD.
 נקודה F נמצאת על הצלע DC.
 ידוע כי 3 ס"מ = FC.
 שטח המשולש BFC שווה ל-21 סמ"ר.
 (ראו סרטוט).
 (א) מצאו את אורך צלע הריבוע.
 (ב) מצאו את אורך אלכסון הריבוע BD.
 (ג) מצאו את זוויות המשולש BFC.
 (ד) מצאו את שטח המשולש BFD.

14) אלה תואמת לאלה אסי' 2012 מתוך המאגר לשנת 2012



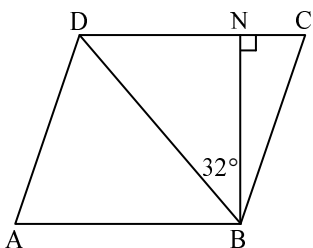
- נתון מלבן ABCD.
 AE הוא חוצה-הזווית DAB.
 שטחו של משולש ADE הוא 8 סמ"ר.
 אורכו של הקטע EC הוא 6 ס"מ.
 (א) (i) חשבו את זוויות המשולש ADE.
 (ii) מצאו את אורכי צלעות המלבן ABCD.
 (ב) חשבו את זוויות המשולש BEC.

15) קאלה תואמת לאלה אסי' 222 מתוך המאגר לשנת 2012



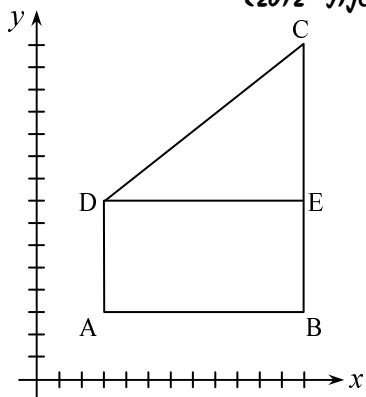
- נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הן:
 $AD = 6$ ס"מ, $AB = 18$ ס"מ.
 BD הוא אחד מאלכסוני המלבן.
 נקודה E נמצאת על הצלע AB, כך שמשולש AED הוא משולש שווה-שוקיים.
 (א) מצאו את $\sphericalangle BDC$.
 (ב) חשבו את זוויות המשולש DEB.
 (ג) חשבו את שטח המשולש DEB.
 (ד) חשבו את אורך אלכסון המלבן BD.
 (ה) חשבו את הגובה EF לצלע BD במשולש DEB.

16) קאלה תואמת לאלה אסי' 249 מתוך המאגר לשנת 2012



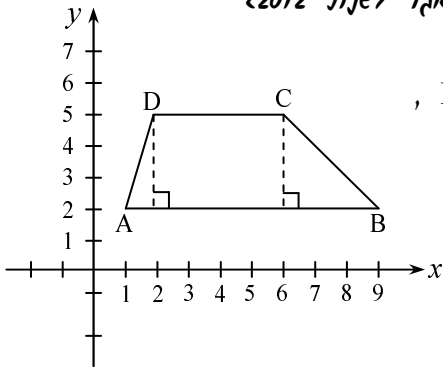
- נתון מעוין ABCD.
 גובה המעוין BN שווה ל-15 ס"מ.
 אלכסון המעוין BD יוצר זווית של 32° עם הגובה BN ($\sphericalangle DBN = 32^\circ$).
 (א) חשבו את אורך האלכסון BD.
 (ב) חשבו את זוויות המשולש BDC.
 (ג) חשבו את אורך הצלע של המעוין.

17) קאלה תואמת לאלה אסי' 261 מתוך המאגר לשנת 2012



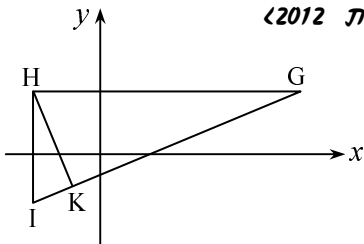
- במערכת צירים נתון טרפז ABCD.
 קדקודיו של הטרפז הם: $A(3,3)$, $B(12,3)$, $C(12,15)$, $D(3,8)$ (ראו סרטוט).
 DE הוא גובה בטרפז.
 (א) (i) מצאו את אורכי בסיסי הטרפז AD ו-BC.
 (ii) מצאו את גובה הטרפז DE.
 (iii) חשבו את שטח הטרפז ABCD.
 (ב) חשבו את גודל הזווית החדה של הטרפז ($\sphericalangle C$).

18) אלה תואמת לאלה אסי 272 מתוך המאגר לשנת 2012



- במערכת צירים נתון טרפז ABCD , ששיעורי קדקודיו הם: $A(1,2)$, $B(9,2)$, $C(6,5)$, $D(2,5)$ (ראו סרטוט).
- (א) חשבו את גובה הטרפז.
- (ב) חשבו את הזוויות החדות של הטרפז $\sphericalangle CBA$ ו- $\sphericalangle DAB$.
- (ג) חשבו את שטח הטרפז ABCD .

19) אלה תואמת לאלה אסי 252 מתוך המאגר לשנת 2012



- הנקודות $G(12,4)$, $H(-5,4)$, $I(-5,-3)$ הן שלושת הקדקודים של משולש HK הוא הגובה לצלע GI (ראו סרטוט).
- (א) (i) מצאו את זוויות המשולש HGI .
(ii) חשבו את היחס בין אורך הצלע IK לבין אורך הגובה HK .
- (ב) (i) מצאו את זוויות המשולש HGK .
(ii) חשבו את היחס בין אורך הגובה HK לבין אורך הקטע KG .

תשובות סופיות

הערה: מעיגולי ביניים ייתכנו הפרשים קטנים בין תשובתכם לתשובות הסופיות.

- | | |
|--|-----------------|
| (1) (א) 16.8 ס"מ. | (ב) 13.77 ס"מ. |
| (2) (א) 68° , 68° , 44° | (ב) 1.33 : 1 |
| (3) (א) 87° | (ב) 2.12 סמ"ר. |
| (4) (א) 18.87 ס"מ. | (ב) 8.48 ס"מ. |
| (ג) 5.3 ס"מ. | (ד) 17.54 סמ"ר. |

- (5) (א) 18 ס"מ.
(ג) 83.48°
- (6) (א) 14.86 ס"מ.
(ג) 121.31 ס"מ. (i)
(ב) 36.54 ס"מ. (ii) 481.3 סמ"ר.
- (7) (א) 7.42 ס"מ.
(ג) 29.64°
(ב) 3 ס"מ.
(ה) 96.56 סמ"ר.
(ד) 21.03 ס"מ.
(ו) 22.35°
- (8) (א) 48.59°
(ג) 15.87 ס"מ.
(ה) 198.43 סמ"ר.
(ד) 10.58 ס"מ.
- (9) (א) 139.272° , 20.364° , 20.364°
(ב) 40.728° , 139.272° , 40.728° , 139.272°
(ג) 118.91°
(ד) 210.1 סמ"ר.
(ה) 293.61 סמ"ר.
- (10) (א) 37.37 ס"מ.
(ג) 26.88 ס"מ.
(ה) 174.48 סמ"ר.
(ב) 242.56 סמ"ר.
(ד) 417.04 סמ"ר.
- (11) (א) 26.57° , 90° , 63.43°
(ג) 5.96 ס"מ.
(ב) $8.94 \approx \sqrt{80}$ ס"מ.
(ד) $10\frac{2}{3}$ סמ"ר.
- (12) (א) 25.02° , 90° , 64.98°
(ג) 8.28 ס"מ.
(ב) 3.5 ס"מ.
- (13) (א) 14 ס"מ.
(ג) 90° , 12.09° , 77.91°
(ב) 19.8 ס"מ.
(ד) 77 סמ"ר.
- (14) (א) 90° , 45° , 45° (i)
(ב) 90° , 56.31° , 33.69°
(ii) 4 ס"מ, 10 ס"מ.
- (15) (א) 18.43°
(ג) 36 סמ"ר.
(ה) 3.79 ס"מ.
(ב) 135° , 26.57° , 18.43°
(ד) 18.97 ס"מ.
- (16) (א) 17.69 ס"מ.
(ג) 16.69 ס"מ.
(ב) 64° , 58° , 58°

- (17) (א) (i) $BC = 12$ יחידות , $AD = 5$ יחידות
(ii) $DE = 9$ יחידות
(iii) 76.5 יח"ר.
(ב) 52.13°
- (18) (א) 3 יחידות. (ב) 45° , 71.565° (ג) 18 יח"ר.
- (19) (א) (i) 22.38° , 90° , 67.62°
(ii) 1:2.43 או 0.41:1 או 7:17
(ב) (i) 22.38° , 90° , 67.62°
(ii) 1:2.43 או 0.41:1 או 7:17

3.2 טריגונומטריה במרחב

תרגילים כתורים

(1) **עמוד 77 עאלה 20** *«עאלה תואמת עאלת האאגר האעורכן ענת 2012»*

אחת הפירמידות במצרים היא פירמידה ישרה

שבסיסה ריבוע ABCD (ראו תמונה).

אלכסון הבסיס של הפירמידה AC

שווה ל- 362.45 מטר.

הגובה של הפירמידה שווה ל- 153 מטר.

(א) תייר הלך לאורך הפירמידה

מנקודה A לנקודה B.

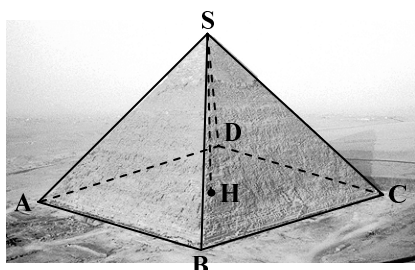
מהו המרחק שהוא עבר ?

(ב) התייר החליט להקיף את בסיס הפירמידה.

מה המרחק שהוא עבר ?

(ג) מהו המרחק בין נקודה C לבין נקודה S ?

(ד) חשבו את שטח הפאה הצדדית של הפירמידה.



פתרון:

(א) צריכים למצוא את אורך צלע הבסיס ABCD,

כלומר צלע של הריבוע ABCD.

נתבונן בריבוע ABCD (ראו סרטוט משמאל).

נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע.

לפי משפט פיתגורס:

$$x^2 + x^2 = 362.45^2$$

$$2x^2 = 362.45^2 \quad /: 2$$

$$x^2 = \frac{362.45^2}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{362.45^2}{2}}$$

$$AB = 256.29$$

התייר שהלך לאורך הפירמידה מנקודה A לנקודה B

עבר מרחק של 256.29 מ'.

המשך בעמוד הבא <<<

- (ב) התייר שהחליט להקיף את בסיס הפירמידה צריך לעבור מרחק גדול פי 4 מצלע בסיס הפירמידה.

$$P_{ABCD} = 4 \cdot 256.29 = 1,025.16 \text{ מ}^2$$

- (ג) בסעיף זה צריכים למצוא את אורך המקצוע הצדדי SC.

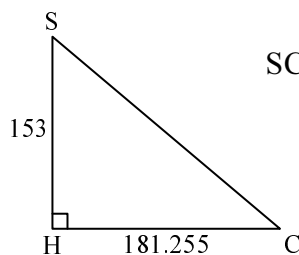
נתבונן במשולש ישר-הזווית SHC שבו:

$$SC = \frac{1}{2} AC = \frac{362.45}{2} = 181.225, \quad SH = 153 \text{ מ}^2$$

לפי משפט פיתגורס:

$$SC^2 = SH^2 + CH^2$$

$$SC = \sqrt{153^2 + 181.225^2} = 237.17 \text{ מ}^2$$



- (ד) מכיוון שבסיסה של הפירמידה הוא ריבוע,

כל הפאות הצדדיות הן משולשים חופפים.

נמצא את השטח של הפאה הצדדית ASB.

מורידים גובה SE מ-S ל-AB, $SE \perp AB$.

$$S_{\Delta ASB} = \frac{AB \cdot SE}{2}$$

צריכים למצוא את SE. נתבונן במשולש ASE,

שבו: $AS = SC = 237.17$, כי בפירמידה ישרה

כל המקצועות הצדדיים שווים זה לזה.

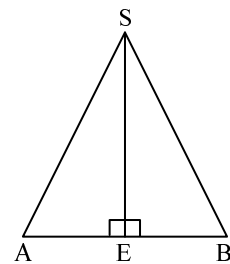
$$AE = \frac{1}{2} AB = \frac{256.29}{2} = 128.145$$

לפי משפט פיתגורס:

$$AS^2 = SE^2 + AE^2$$

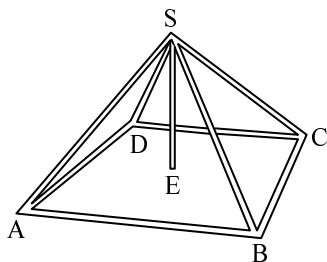
$$SE = \sqrt{AS^2 - AE^2} = \sqrt{237.17^2 - 128.145^2} = 199.57$$

$$S_{\Delta ASB} = \frac{AB \cdot SE}{2} = \frac{256.29 \cdot 199.57}{2} = 25,573.9 \text{ מ}^2$$



(2) **עמוד 78 אלה 21 <אלה תואמת אלף האגר האעודכן שנת 2012>**

קבוצת מטיילים מרכיבים אוהל בצורת פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע.



השלד של האוהל מורכב ממוטות אלומיניום:

ארבעה מוטות בבסיס האוהל, ארבעה מוטות צדדיים ומוט אחד מרכזי לתמיכה המאונך לבסיס (ראו סרטוט).

אורך כל מוט בבסיס האוהל שווה ל-3 מטרים, ואורך כל מוט צדדי שווה ל-3.4 מטרים.

(א) רוצים לחזק את האוהל על-ידי הוספת מוט לאורך אלכסון הבסיס של האוהל.

מצאו את האורך של המוט הזה.

(ב) מצאו את אורך המוט המרכזי (SE).

(ג) מצאו את הזווית בין המוט הצדדי לבסיס האוהל.

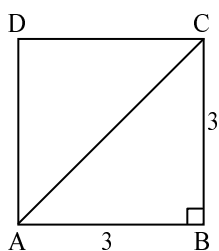
(ד) בכמה מטרים מרובעים של בד משתמשים לעטיפת האוהל מכל הצדדים (ללא הבסיס)?

פתרון:

לפי הנתון, בסיס הפירמידה הוא ריבוע ואורך כל מוט בבסיס האוהל הוא 3 מ', כלומר צלע הבסיס של האוהל שווה ל-3 מ'.

$AB = BC = CD = AD = 3$ מ'.

אורך כל מוט צדדי הוא $AS = BS = CS = DS = 3.4$ מ', כי הפירמידה ישרה.



(א) המוט המחזק הוא AC.

לפי משפט פיתגורס:

$$AC^2 = CB^2 + AB^2$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4.24 \text{ מ'}$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) נתבונן במשולש ישר-הזווית ASE, שבו:
 $AE = \frac{1}{2} AC = \frac{4.24}{2} = 2.12$ מ', $AS = 3.4$ מ'
 לפי משפט פיתגורס:

$$AS^2 = SE^2 + AE^2$$

$$SE^2 = AS^2 - AE^2$$

$$SE = \sqrt{3.4^2 - 2.12^2} = 2.66 \text{ מ'}$$

(ג) הזווית בין המוט הצדדי לבין בסיס האוהל היא הזווית SAE (הזווית בין משופע לבסיס AS ובין היטלו של המשופע AE).

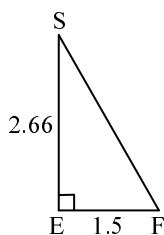
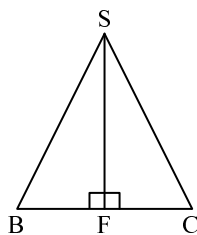
במשולש ASE נסמן:

$$\angle SAE = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AE}{AS}$$

$$\cos \alpha = \frac{2.12}{3.4}$$

$$\alpha = 51.43^\circ$$



(ד) כדי למצוא בכמה מטרים מרובעים של בד משתמשים לעטיפת האוהל מכל הצדדים, צריכים למצוא את שטח המעטפת של הפירמידה. נתבונן בפאה הצדדית SBC ונוריד גובה SF לבסיס $(SF \perp BC)$.

מכיוון שבסיסה של הפירמידה הוא ריבוע:

$$S = 4 \cdot S_{\Delta BSC} = 4 \cdot \frac{BC \cdot SF}{2} = 2 \cdot BC \cdot SF$$

כדי למצוא את אורך הגובה של הפאה הצדדית SF, נתבונן במשולש ישר-הזווית SEF, שבו:
 $EF = \frac{1}{2} AB$, $SE = 2.66$ מ'
 $EF = 1.5$ מ'

לפי משפט פיתגורס:

$$SF^2 = SE^2 + EF^2$$

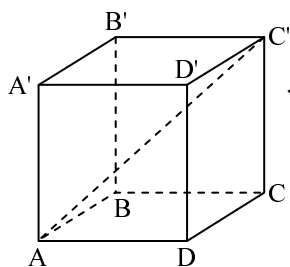
$$SF = \sqrt{2.66^2 + 1.5^2} = 3.05 \text{ מ'}$$

מעטפת $S = 2 \cdot 3 \cdot 3.05 = 18.3$ מ"ר

לעטיפת האוהל דרושים 18.3 מ"ר של בד.

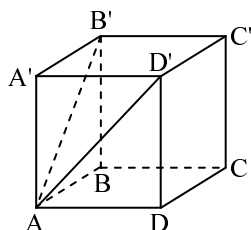
תרגילים לעבודה עצמית

(1) *קאלה תואמת לאלה אסי' 101 מתוך המאגר לשנת 2012*



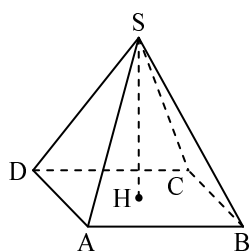
- בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ (ראו סרטוט) נתון:
 $AD = 14$ ס"מ, $DC = 9$ ס"מ, $CC' = 15$ ס"מ.
 (א) חשבו את האורך של אלכסון הבסיס AC .
 (ב) חשבו את הזווית שבין אלכסון התיבה AC' לבין הבסיס $ABCD$.
 (ג) חשבו את שטח המעטפת של התיבה.
 (ד) חשבו את שטח הפנים של התיבה.

(2) *קאלה תואמת לאלה אסי' 103 מתוך המאגר לשנת 2012*



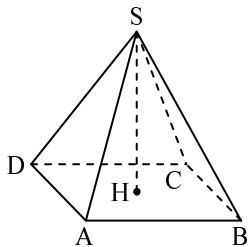
- נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן (ראו סרטוט).
 אורך גובה התיבה AA' הוא 12 ס"מ.
 (א) אורך AB' , אלכסון הפאה $ABB'A'$, הוא 16 ס"מ. חשבו את אורך המקצוע AB .
 (ב) הזווית שבין AD' , אלכסון הפאה $ADD'A'$, לבין הבסיס $ABCD$ היא 50° .
 חשבו את נפח התיבה.
 (ג) חשבו את שטח מעטפת התיבה.

(3) *קאלה תואמת לאלה אסי' 120 מתוך המאגר לשנת 2012*



- הבסיס $ABCD$ של פירמידה ישרה ומרובעת $SABCD$ הוא מלבן (ראו סרטוט).
 נתון: $AD = 16$ ס"מ, $AB = 25$ ס"מ, $SH = 28$ ס"מ.
 (א) חשבו את הגובה של הפאה הצדדית SAB .
 (ב) חשבו את השטח של הפאה הצדדית SAB .
 (ג) חשבו את השטח של הפאה הצדדית SAD .
 (ד) חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה.
 (ה) חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

(4) *אלה תואמת אלה מס' 130 מתוך המאגר לשנת 2012*



הבסיס ABCD של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD הוא מלבן (ראו סרטוט).

נתון: $AB = 24$ ס"מ, $SH = 12$ ס"מ.

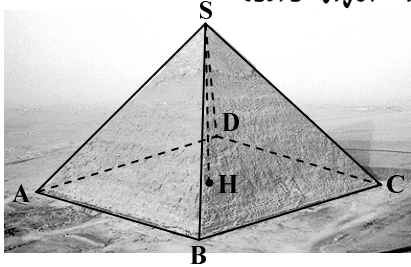
הגובה של הפאה הצדדית SAB הוא: $SE = 20$ ס"מ.

(א) חשבו את האורך AD.

(ב) חשבו את נפח הפירמידה.

(ג) חשבו את האורך DH.

(5) *אלה תואמת אלה מס' 190 מתוך המאגר לשנת 2012*



אחת הפירמידות במצרים היא פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע ABCD (ראו תמונה).

מקצועות הבסיס של הפירמידה שווים ל-105 מטר כל אחד.

הגובה של הפירמידה שווה ל-62 מטר.

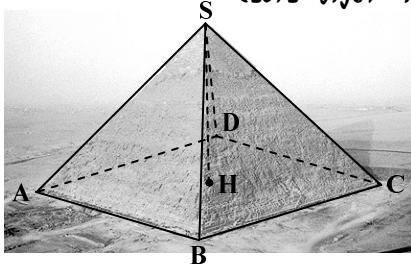
(א) מהו אורך האלכסון AC?

(ב) מהי הזווית בין המקצוע הצדדי AS

לבין בסיס הפירמידה?

(ג) חשבו את נפח הפירמידה.

(6) *אלה תואמת אלה מס' 201 מתוך המאגר לשנת 2012*



אחת הפירמידות במצרים היא פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע ABCD (ראו תמונה).

אלכסון הבסיס של הפירמידה AC

שווה ל-148.49 מטר.

הגובה של הפירמידה שווה ל-62 מטר.

(א) תייר הלך לאורך הפירמידה

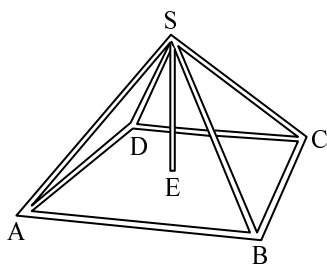
מנקודה A לנקודה B. מהו המרחק שהוא עבר?

המשך השאלה בעמוד הבא <<<

- (ב) התייר החליט להקיף את בסיס הפירמידה.
מה המרחק שהוא עבר ?
(ג) מהו המרחק בין נקודה C לבין נקודה S ?
(ד) חשבו את שטח הפאה הצדדית של הפירמידה.

(7) אלה תואמת אלה אסי גזא מתוך האאגר גשנת 2012

קבוצת מטיילים מרכיבים אוהל בצורת פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע.



השלד של האוהל מורכב ממוטות אלומיניום :
ארבעה מוטות בבסיס האוהל, ארבעה מוטות
צדדיים ומוט אחד מרכזי לתמיכה המאונך לבסיס
(ראו סרטוט).

אורך כל מוט בבסיס האוהל שווה ל- 3 מטרים,
ואורך כל מוט צדדי שווה ל- 4.5 מטרים.

(א) רוצים לחזק את האוהל על-ידי הוספת מוט
לאורך אלכסון הבסיס של האוהל.
מצאו את האורך של המוט הזה.

(ב) מצאו את אורך המוט המרכזי (SE) .

(ג) מצאו את הזווית בין המוט הצדדי לבסיס האוהל.

(ד) בכמה מטרים מרובעים של בד משתמשים לעטיפת האוהל
מכל הצדדים (ללא הבסיס) ?

תשובות סופיות

הערה: מעיגולי ביניים ייתכנו הפרשים קטנים בין תשובתכם לתשובות הסופיות.

(1) (א) $AC = 16.64$ ס"מ (ב) $\angle CAC' = 42.03^\circ$

(ג) 690 סמ"ר. (ד) 942 סמ"ר.

(2) (א) $AB = 10.58$ ס"מ (ב) 1,278.75 סמ"ק.

(ג) 495.65 סמ"ר.

(3) (א) 29.12 ס"מ. (ב) 364 סמ"ר.

(ג) 245.31 סמ"ר. (ד) 1,218.62 סמ"ר.

(ה) 1,618.62 סמ"ר.

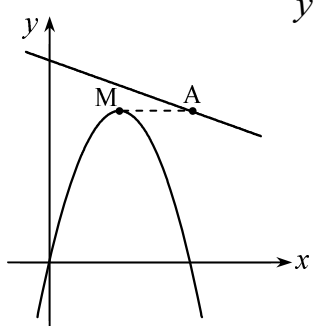
- | | |
|-------------------|---------------------|
| (ב) 3,072 סמ"ק. | (א) (4) AD = 32 ס"מ |
| | (ג) DH = 20 ס"מ |
| (ב) 39.86° | (א) (5) 148.49 מטר. |
| | (ג) 227,850 מ"ק. |
| (ב) 420 מטר. | (א) (6) 105 מטר. |
| (ד) 4,265.14 מ"ר. | (ג) 96.73 מטר. |
| (ב) 3.97 מטרים. | (א) (7) 4.24 מטרים. |
| (ד) 25.46 מ"ר. | (ג) 61.87° |

שאלות נוספות מעבר לשאלות המאגר

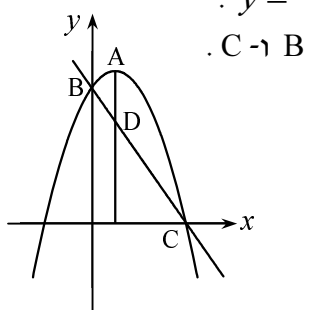
היות ובשאלון 035802 עשויות להופיע עד שתי שאלות מתכנית הלימודים שאינן שאלות מאגר, מצורפות שאלות מעבר לשאלות המאגר בכל הנושאים שבשאלון זה.

פונקציות וגרפים

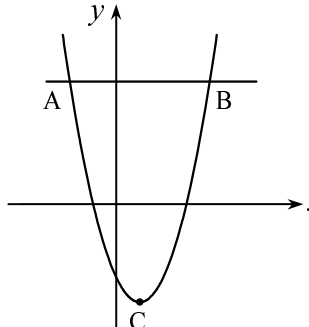
(1) בסרטוט מתוארים הפרבולה שמשוואתה: $y = 6x - x^2$ והישר שמשוואתו: $y = 14 - \frac{1}{2}x$. מקדקוד הפרבולה M העבירו מקביל לציר ה-x, החותך את הישר בנקודה A. מצאו את שיעורי הנקודה M. חשבו את אורך הקטע AM.



(2) הפרבולה שבסרטוט היא גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 8$. מצאו את שיעורי הנקודות A (קדקוד הפרבולה), B ו-C. הישר BC חותך את ציר הסימטריה של הפרבולה (ישר העובר דרך קדקוד הפרבולה ומקביל לציר ה-y) בנקודה D. מצאו את שיעורי הנקודה D.



(3) נתונה הפרבולה שמשוואתה: $y = x^2 - 2x - 3$. הנקודה C היא קדקוד הפרבולה. הישר $y = 5$ חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B (ראו סרטוט). מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C. חשבו את שטח המשולש ABC.



סדרות חשבוניות

(4) לשתי סדרות חשבוניות יש אותו מספר איברים. בשתי הסדרות האיבר הראשון הוא 10. בסדרה הראשונה ההפרש הוא 8 ובסדרה השנייה ההפרש הוא 5. סכום האיברים בסדרה הראשונה גדול ב-759 מסכום האיברים בסדרה השנייה. מצאו את מספר האיברים בכל אחת מהסדרות.

(5) מקום עבודתו של פועל נמצא במרחק 4.2 ק"מ מביתו. הפועל עבר מרחק זה באופניים. בכל דקה עבר ב-15 מטרים פחות מאשר בדקה שקדמה לה, ובחמש הדקות הראשונות עבר 1,725 מטר. (א) בכמה דקות הגיע הפועל מביתו למקום עבודתו? (ב) כמה מטרים עבר הפועל בדקה האחרונה לנסיעתו?

(6) סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:
$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{array} \right\}$$

(א) מה צריך להיות ערכו של x כדי ששלושת המספרים a_1 , $a_2 + x$, $a_4 + 9$ יהיו שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית?
 (ב) מה צריך להיות ערכו של x כדי ששלושת המספרים a_1 , $a_2 + 3$, $a_3 \cdot x$ יהיו שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית?

סדרות הנדסיות

(7) בסדרה הנדסית חמישה איברים. האיבר השלישי בסדרה זו גדול ב-16 מהאיבר הראשון וקטן ב-144 מהאיבר החמישי. מהי מנת הסדרה?

$$(8) \quad \left. \begin{array}{l} a_1 + a_3 = 185 \\ a_2 + a_4 = 370 \end{array} \right\} \text{ בסדרה הנדסית נתון כי:}$$

(א) חשבו את המנה של סדרה הנדסית זו.

(ב) הראו כי: $a_4 + a_6 = 1,480$.

$$(9) \quad \left. \begin{array}{l} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3a_n \end{array} \right\} \text{ סדרה מוגדרת לכל } n \text{ טבעי על-ידי כלל הנסיגה:}$$

(א) הסבירו מדוע הסדרה היא סדרה הנדסית.

(ב) רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.

(ג) נתון כי: $a_7 = 5,103$. חשבו את a_8 ואת a_6 .

גדילה ודעיכה

(10) אדם יכול להפקיד סכום כסף בתכנית חיסכון לפי ריבית דריבית (כלומר לפי

גדילה מעריכית) של 12% לשנה.

(א) איזה סכום יעמוד לרשותו אחרי 5 שנים, אם יפקיד סכום של 5,000 ש"ח?

(ב) כמה עליו להפקיד אם הוא רוצה לקבל בעוד 8 שנים סכום של 30,000 ש"ח?

(11) מחירו של מוצר נקבע כל שנה בתאריך 1/1 ונשאר קבוע למשך כל אותה שנה.

בתאריך 1/1/85 נקבע מחירו של המוצר ל-2,500 ש"ח. בכל אחת מבין 6 השנים

הבאות, עלה מחירו של המוצר ב-9.5% לעומת המחיר בשנה הקודמת.

אחר-כך, בכל אחת מבין 4 השנים הבאות, ירד מחירו של המוצר ב-6% לעומת

המחיר בשנה הקודמת. מהו המחיר שנקבע למוצר בתאריך 1/1/95?

(12) אדם מפקיד סכום כסף בקרן בנק לפי ריבית דריבית (כלומר לפי גדילה מעריכית).

(א) באיזה אחוז הופקדה הקרן אם היא הוכפלה כעבור 8 שנים?

(ב) באיזה אחוז הופקדה הקרן אם היא הוכפלה כעבור 6 שנים?

סטטיסטיקה

(13) במפעל מסוים יש שתי דרגות שכר. שכר העובדים לפי דרגה א' הוא x שקלים לחודש. שכר העובדים לפי דרגה ב' הוא y שקלים לחודש. ידוע כי: $x > y$. 100 עובדים מקבלים שכר לפי דרגה א', ו-200 עובדים מקבלים שכר לפי דרגה ב'.

האם נכון לומר כי השכר הממוצע של 300 העובדים הללו הוא $\frac{x+y}{2}$?

אם לא, האם השכר הממוצע של 300 העובדים גדול או קטן מ- $\frac{x+y}{2}$?

הסבירו את תשובתכם.

(14) ציוניהם של תלמידים במבחן במתמטיקה היו 6, 7 ו-8 בלבד.

(א) בחישובים שעשה המורה, נמצא ש-9 תלמידים קיבלו את הציון 7,

ממוצע הציונים היה 7 וסטיית התקן של הציונים הייתה $\frac{4}{5}$.

כמה תלמידים נבחנו במבחן?

(ב) כשהוחזרו מחברות המבחן לתלמידים, התברר שציוניהם של שלושה

תלמידים לא נכללו בחישובי סעיף (א). כל אחד משלושת התלמידים האלה

קיבל את הציון 7. המורה צירף את ציונים אלה לציוניהם של שאר

התלמידים, וחישב מחדש את הממוצע ואת סטיית התקן.

(i) האם ממוצע הציונים של כל הכיתה יגדל, יקטן, לא ישתנה –

בהשוואה לממוצע שחושב בסעיף (א)? נמקו.

(ii) האם סטיית התקן של ציוני כל הכיתה תגדל, תקטן, לא תשתנה –

בהשוואה לסטיית התקן שחושבה בסעיף (א)? נמקו.

(15) מורה בחן 20 תלמידים.

כל הציונים שנתן המורה היו במספרים שלמים בין 0 ל-10 (כולל אפס ועשר).

הציון הממוצע של 12 התלמידים שנבדקו תחילה היה 5.5.

\bar{x} מסמן את הממוצע של כל הנבחנים.

התחום המקסימלי שבו יכול להימצא הממוצע \bar{x} הוא:

(א) $5.2 \leq \bar{x} \leq 7.3$? (ב) $3.3 \leq \bar{x} \leq 7.0$? (ג) $3.3 \leq \bar{x} \leq 7.3$?

בחרו את הטענה הנכונה מבין הטענות (א), (ב) ו-(ג),

ונמקו את בחירתכם בפתרון מלא.

הסתברות

(16) בקופסה 25 ברגים, מהם 2 פגומים.

- (א) מוציאים מן הקופסא בורג אחד. מה ההסתברות שהוא פגום?
(ב) אחרי שהוציאו מן הקופסה בורג אחד והתברר שהוא אינו פגום, הוציאו ממנה בורג שני, מבלי שהחזירו אליה קודם את הבורג הראשון. מה ההסתברות לכך שהבורג השני פגום?
(ג) אם מוציאים מן הקופסה (המלאה) בורג אחד ואחר כך בורג שני (שוב מבלי להחזיר אליה את הבורג הראשון), מה ההסתברות ששני הברגים שהוציאו היו פגומים?

(17) בכד 4 כדורים לבנים, 5 כדורים אדומים וכדור אחד כחול.

- מוציאים באקראי כדור אחד ומשאירים אותו בחוץ. מערבבים ומוציאים כדור שני.
(א) מהי ההסתברות שאף לא אחד משני הכדורים שהוצאו יהיה לבן?
(ב) מהי ההסתברות שהכדורים יהיו שוני צבע?

(18) זורקים פעמיים קובייה שחורה ופעם אחת קובייה לבנה.

- (א) מהי ההסתברות שיתקבל המספר 5 בדיוק פעם אחת בקובייה השחורה?
(ב) מהי ההסתברות שיתקבל המספר 5 בקובייה הלבנה?
(ג) מהי ההסתברות שהמספר 5 יתקבל בקובייה הלבנה וגם פעם אחת בקובייה השחורה?

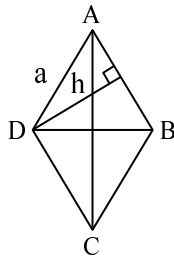
התפלגות נורמלית

(19) ציוני בחינה בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 72.

- רבע מהתלמידים קיבלו ציון הנמוך מ-66.
(א) לבחינה ניגשו 980 תלמידים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים שקיבלו ציון הנמוך מהממוצע, אך גבוה מ-66? נמקו תשובתכם.
(ב) אוספים לקבוצה אחת את רבע התלמידים בעלי הציונים הגבוהים ביותר. מה צפוי להיות הציון הנמוך ביותר בקבוצה זו? נמקו.

- (20) ציוני בחינה בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 78. חמישית מהתלמידים קיבלו ציון הנמוך מ-62. (א) לבחינה ניגשו 850 תלמידים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים שקיבלו ציון הנמוך מהממוצע, אך גבוה מ-62? נמקו תשובתכם. (ב) אוספים לקבוצה אחת את חמישית התלמידים בעלי הציונים הגבוהים ביותר. מה צפוי להיות הציון הנמוך ביותר בקבוצה זו? נמקו.

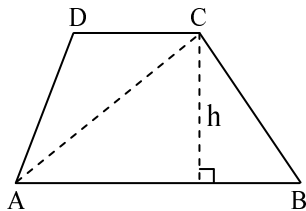
טריגונומטריה במישור



(21) במעוין נתונים הצלע $a = 7.8$ ס"מ

והגובה $h = 5.2$ ס"מ.

- (א) מצאו את הזווית החדה במעוין.
 (ב) מצאו את אורך האלכסון הגדול במעוין.
 (ג) מצאו את אורך האלכסון הקטן במעוין.



(22) בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$)

השוק AD שווה לבסיס הקטן DC ,

ואורך האלכסון AC הוא 18 ס"מ.

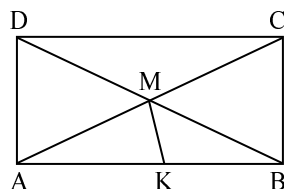
כמו כן נתון: $\angle DAB = 64^\circ$

ו- $\angle ABC = 48^\circ$.

(א) חשבו את האורך של AD .

(ב) חשבו את גובה הטרפז h .

(ג) חשבו את שטח הטרפז.



(23) במלבן $ABCD$ נתון: $AB = 8.4$ ס"מ

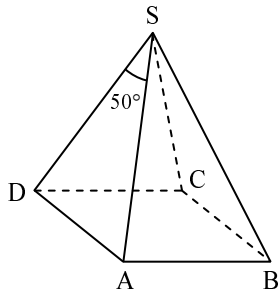
$AC = 10$ ס"מ ו- $AM = AK$

(M – נקודת החיתוך של האלכסונים).

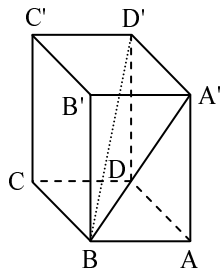
(א) מצאו את הזווית $\angle CAB$.

(ב) מצאו את אורך הקטע MK .

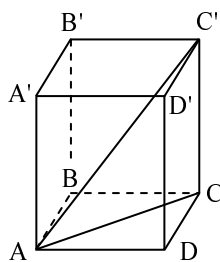
טריגונומטריה במרחב



(24) בפירמידה ישרה שבסיסה ריבוע זווית הראש של כל פאה צדדית היא בת 50° , ואורך כל אחד ממקצועות הבסיס הוא 8 ס"מ (ראו סרטוט). חשבו את הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס.



(25) הבסיס של התיבה ABCDA'B'C'D' הוא ריבוע שאורך צלעו 8 ס"מ. גובה התיבה 24 ס"מ (ראו סרטוט). מצאו את הזווית בין אלכסון התיבה BD' לבין BA' , אלכסון הפאה $ABB'A'$.



(26) שטח הפנים של קובייה (שטח שש פאותיה) הוא 150 סמ"ר.
 (א) מצאו את אורך הצלע של הקובייה.
 (ב) מצאו את הזווית בין אלכסון הקובייה AC' לבין אלכסון הבסיס AC .

תשובות סופיות

- (1) (א) $M(3,9)$ (ב) 7 יחידות אורך.
- (2) (א) $A(1,9)$, $B(0,8)$, $C(4,0)$ (ב) $D(1,6)$
- (3) (א) $A(-2,5)$, $B(4,5)$, $C(1,-4)$ (ב) 27 יחידות שטח.
- (4) 23
- (5) (א) 16 דקות. (ב) 150 מטרים.
- (6) (א) $x = 6$ (ב) $x = 1.6$
- (7) $q = -3$ או $q = 3$

(8) (א) $q = 2$

(9) (ב) 7, 21, 63, 189 (ג) $a_6 = 1,701$, $a_8 = 15,309$

(10) (א) 8,811.71 ש"ח. (ב) 12,116.50 ש"ח.

(11) $2500 \cdot (1.095)^6 \cdot (0.94)^4 =$ ש"ח 3,364.62

(12) (א) 9.05% (ב) 12.25%

(13) קטן מ- $\frac{x+y}{2}$. בתרון חלקי:

$$\bar{x} = \frac{100x + 200y}{300} < \frac{100x + 200y + (50x - 50y)}{300} = \frac{150x + 150y}{300} = \frac{x+y}{2}$$

(14) (א) 25 תלמידים. (ב) לא ישתנה. (ג) תקטן.

הערה: לנימוק סעיפים (ב) ו- (ג) ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

8	7	6	ציון
8	12	8	מספר תלמידים

(15) סעיף (ג). בתרון חלקי:

לכן: $3.3 \leq \bar{x} \leq 7.3$, $\frac{12 \cdot 55 + 8 \cdot 0}{20} \leq \bar{x} \leq \frac{12 \cdot 55 + 8 \cdot 10}{20}$

(16) (א) $\frac{2}{25}$ (ב) $\frac{1}{12}$ (ג) $\frac{1}{300}$

(17) (א) $\frac{1}{3}$ (ב) $\frac{29}{45}$

(18) (א) $\frac{5}{18}$ (ב) $\frac{1}{6}$ (ג) $\frac{5}{108}$

(19) (א) 245 (ב) 78

(20) (א) 255 (ב) 94

(21) (א) 41.81° (ב) 14.57 ס"מ. (ג) 5.57 ס"מ.

(22) (א) 10.61 ס"מ. (ב) 9.54 ס"מ. (ג) 164.4 סמ"ר.

(23) (א) 32.86° (ב) 2.83 ס"מ.

(24) 53.3°

(25) 17.55°

(26) (א) 5 ס"מ. (ב) 35.26°