

מתמטיקה

שאלון ד'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – טריגונומטריה במישור ובמרחב,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של
הפונקציות הטריגונומטריות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – חזקות ולוגריתמים,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

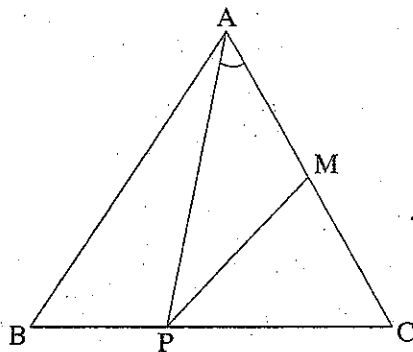
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – טריגונומטריה במישור ובמרחב, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות הטריגונומטריות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. ABC הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו הוא a .

P היא נקודה על הצלע BC כך ש- $\angle PAC = \alpha$.

הנקודה M היא אמצע הצלע AC (ראה ציור).

א. הבע באמצעות a ו- α את שטח המשולש APM.

ב. נתון ששטח המשולש APM הוא $\frac{1}{4}$ משטח המשולש ABC. חשב את α .

2. נתונה הפונקציה $y = \cos^2 x - a \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ידוע כי בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{3}$ יש לפונקציה נקודת מינימום.

א. מצא את a .

הצב $a = 1$ בפונקציה, וענה על סעיפים ב-ה:

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ה. עבור איזה ערך של $k < 0$ יש למשוואה $\cos^2 x - \cos x = k$ בדיוק שני פתרונות בתחום הנתון? נמק.

/המשך בעמוד 3/

פרק שני – חזקות ולוגריתמים, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

(66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{x+a}$, a פרמטר שונה מ-0 ($a \neq 0$).

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום ההגדרה שלה.
- (3) מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ב. בהסתמך על תשובותיך לסעיף א, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה במקרים האלה:

(1) $a = 2$

(2) $a = -2$

4. א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x) = e^{-2x}$ עם

הפונקציה $g(x) = 2e^{1-x} - e^2$.

ב. דרך נקודת החיתוך שמצאת בסעיף א

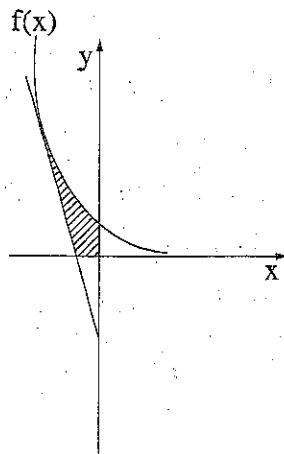
העבירו משק לגרף הפונקציה $f(x) = e^{-2x}$

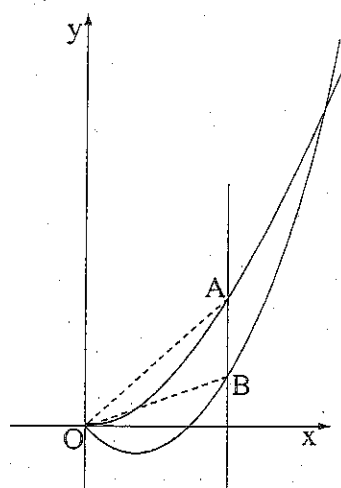
(ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי המשיק ועל ידי הצירים (השטח המקווקו

בציור).





5. נתונים הגרפים של הפונקציות $f(x) = x^2$

$g(x) = x^2 \ln x$ בתחום $x > 0$.

הישר $x = t$ ($0 < t < e$) חותך את הגרפים של

הפונקציות f ו- g בנקודות A ו- B בהתאמה.

(ראה ציור)

א. מצא את הערך של t שעבורו

שטח המשולש AOB הוא מקסימלי.

(O – ראשית הצירים).

ב. מצא את השטח המקסימלי של המשולש AOB .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך