

ב. מודלים הסתברותיים שונים

הסתברות אחידה

בסעיף הקודם עסקנו בפעולות כגון: הטלת קוביה, זריקת מטבע, הוצאת כדור מתוך כד. לפעולות כאלה נקרא "ניסויים". הטלת קוביה, למשל, היא ניסוי. בדרך כלל אין אנו יודעים מראש מה תהיה תוצאת הניסוי, אך ידועה לנו רשימה של כל התוצאות האפשריות של הניסוי. אם הניסוי הוא הטלת קוביה, הרי תוצאותיו של הניסוי הם המספרים: 1, 2, 3, 4, 5, 6. אם הקוביה "תקינה", אז לכל אחת מהתוצאות הנ"ל יש אותו סיכוי להתרחש.

אנו משתמשים במילה **הסתברות** כמילה נרדפת לסיכוי. כאשר לכל תוצאות הניסוי יש אותה הסתברות להתרחש, הניסוי נקרא "ניסוי בעל הסתברות אחידה".

דוגמה: מספר התוצאות של "הטלת קוביה" הוא 6, וההסתברות של כל אחת מהתוצאות להתרחש היא: $\frac{1}{6}$.

דוגמה נוספת:

בקופסא מונחים ארבעה כדורים: כדור לבן, כדור שחור, כדור אדום וכדור ירוק. פרט להבדלי הצבע הכדורים זהים.

סוגרים את הקופסא ושולפים באופן אקראי כדור אחד.

לכל אחת מהתוצאות: לבן, שחור, אדום וירוק, ישנה אותה הסתברות להתרחש. מספר התוצאות האפשריות הוא 4, וההסתברות של כל אחת מהן היא $\frac{1}{4}$.

גם הניסוי האחרון, של הוצאת כדור מהקופסא, הוא ניסוי בעל הסתברות אחידה.

הכללה:

אם נתון ניסוי בעל הסתברות אחידה ומספר התוצאות האפשריות של הניסוי הוא n , אז ההסתברות של כל אחת מהתוצאות הללו היא: $\frac{1}{n}$.

דוגמאות

(1) נתונה קובייה שעל פאותיה רשומות האותיות: א, ל, ג, ב, ר, ה.

מטילים את הקובייה. לכל אחת מהאותיות יש אותו סיכוי להתקבל.

(א) מה ההסתברות לכך שבניסוי הנ"ל תתקבל האות ג?

(ב) מה ההסתברות לכך שבניסוי הנ"ל תתקבל האות ב?

פתרון:

(א) ההסתברות לקבל את האות ג היא: $\frac{1}{6}$, כי הניסוי הוא בעל 6 תוצאות

אפשריות שוות הסתברות, ואחת מהן היא ג.

(ב) ההסתברות לקבל את האות ב היא $\frac{1}{6}$, כי האות ב היא אחת מתוך

6 אותיות שוות הסתברות.

שים לב: סכום ההסתברויות של כל התוצאות שווה ל-1.

$$\text{בדוגמה (1): } \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

(2) בקופסא מונחים 5 פתקים. על כל פתק רשום שם של ילד.

השמות שונים זה מזה. אחד השמות הוא "אורן".

אם נוציא באופן אקראי פתק מהקופסא,

מה ההסתברות שעל הפתק יהיה כתוב "אורן"?

פתרון:

הניסוי המתואר לעיל הוא ניסוי בעל **הסתברות אחידה**: לכל אחד מחמשת

הפתקים יש בדיוק אותו סיכוי להישלף. הסיכוי של כל פתק להישלף שווה ל- $\frac{1}{5}$.

ההסתברות שנוציא את הפתק שעליו כתוב "אורן" היא $\frac{1}{5}$.

(3) בכד מונחים כדורים בצבעים שונים. **אין** שני כדורים בעלי אותו צבע.

אחד הכדורים הוא בצבע אדום. יש להוציא כדור מהכד באופן אקראי.

ידוע שההסתברות להוציא את הכדור האדום שווה ל- $\frac{1}{3}$.

כמה כדורים מונחים בכד?

פתרון:

הניסוי המתואר בשאלה זו הוא בעל הסתברות אחידה כי לכל אחד מהכדורים

יש אותו סיכוי להיבחר. אם נסמן את מספר הכדורים שבכד על-ידי n,

אז לפי הכלל שלמדנו, ההסתברות של כל כדור להיבחר שווה ל- $\frac{1}{n}$.

נתון לנו שההסתברות של הכדור האדום להיבחר שווה ל- $\frac{1}{3}$.

מסקנה: $n = 3$, כלומר, בכד מונחים 3 כדורים.

חישוב ההסתברות של תוצאה המתפצלת לתוצאות משנה

דוגמאות

(1) לקחו קובייה. צבעו שלוש פאות שלה בלבן, שתי פאות בצהוב ופאה אחת בתכלת. על כל פאה רשמו מספר אחר, כמפורט בציור הבא:

לבן	לבן	לבן	צהוב	צהוב	תכלת
1	2	3	4	5	6

הקובייה נזרקת ורואים איזו פאה יצאה.

(א) מה ההסתברות שהפאה שהתקבלה היא צהובה?

(ב) מה ההסתברות לקבל פאה לבנה?

פתרון:

לכל אחד מששת המספרים יש אותו סיכוי להתקבל.

לכן ההסתברות של כל אחד מהמספרים שווה ל- $\frac{1}{6}$.

(א) התוצאה: "צהוב" מתפצלת לשתי תוצאות משנה:

4 – צהוב, 5 – צהוב.

את ההסתברות ל"צהוב" נחשב על-ידי סכום ההסתברויות

של שתי תוצאות המשנה, כלומר: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$.

מסקנה: ההסתברות לקבל פאה צהובה שווה ל- $\frac{2}{6}$,

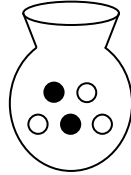
ולאחר צמצום השבר נקבל: $\frac{1}{3}$.

(ב) התוצאה: "לבן" מתפצלת ל- 3 תוצאות משנה שההסתברות

של כל אחת מהן היא $\frac{1}{6}$.

תוצאות המשנה הן: 1 – לבן, 2 – לבן, 3 – לבן.

מסקנה: ההסתברות לקבל פאה לבנה היא $\frac{3}{6}$ כלומר $\frac{1}{2}$.



(2) בכד לא שקוף נמצאים חמישה כדורים שפרט להבדלי הצבע הם זהים זה לזה. שלושה מהם לבנים, ושני הנותרים הם שחורים, כמתואר בציור משמאל.

מכניסים יד לכד, ומוציאים כדור אחד באופן אקראי.

(א) מה ההסתברות שהכדור שייצא יהיה לבן?

(ב) מה ההסתברות שהכדור שייצא יהיה שחור?

פתרון:

(א) לכל אחד מחמשת הכדורים ישנה אותה הסתברות להיבחר, והסתברות זו שווה ל- $\frac{1}{5}$.

התוצאה: "כדור לבן" מתפצלת ל- 3 תוצאות משנה, כי יש שלושה כדורים לבנים.

לכן ההסתברות לבחור כדור לבן שווה ל- $\frac{3}{5}$ $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)$

(ב) באופן דומה לסעיף (א), התוצאה: "כדור שחור" מתפצלת ל- 2 תוצאות משנה, כי יש שני כדורים שחורים.

לכן ההסתברות לבחור כדור שחור שווה ל- $\frac{2}{5}$ $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)$



הערה: מבחינת הצבע, בניסוי האחרון ישנן שתי תוצאות אפשריות

בלבד: "לבן" ו-"שחור" והסתברויותיהן שחישבנו: $\frac{3}{5}$ ו- $\frac{2}{5}$ בהתאמה.

חשוב שנזכור, כשעוברים על כל האפשרויות ומסכמים את הסתברויותיהן,

מקבלים 1 !