

פתרון מבחן מס' 1 (ספר לימוד – שאלון 035805)

(1) נסמן ב- $2n$ את מספר האיברים בסדרה (זוגי $= 2n$).

$$\begin{cases} \textcircled{1} & a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} = 150 & \text{נתון:} \\ \textcircled{2} & a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} = 174 \\ \textcircled{3} & a_{2n} = a_1 + 44 \end{cases}$$

$$a_1 + (2n-1) \cdot d = a_1 + 44 \quad \text{ממשוואה } \textcircled{3} \text{ נקבל:}$$

$$(2n-1) \cdot d = 44 \quad \text{כלומר:}$$

נחסר אגפים מתאימים במשוואות $\textcircled{1}$ ו- $\textcircled{2}$ ונקבל:

$$d + d + d + \dots + d = 174 - 150$$

$$nd = 24 \Rightarrow d = \frac{24}{n} \quad \text{כלומר:}$$

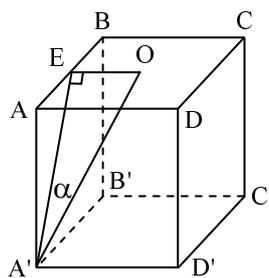
$$(2n-1) \cdot \frac{24}{n} = 44 \quad / \cdot n \quad \text{ואז:}$$

$$24 \cdot (2n-1) = 44n \Rightarrow 48n - 24 = 44n \Rightarrow 4n = 24 \Rightarrow n = 6$$

$$d = \frac{24}{6} = 4 \quad \text{ואז:}$$

כלומר הפרש הסדרה הוא 4, ובסדרה יש $2 \cdot n = 2 \cdot 6 = 12$ איברים.

(2) יש להביע את גובה התיבה באמצעות a ו- α .



לשם כך יש להבין איזו זווית היא α .

α היא הזווית שבין $A'O$ (חלק מישור)

לפאה $A'ABB'$ (חלק ממישור).

כשרוצים למצוא זווית בין ישר ומישור,

יש למצוא את נקודת העקב של הישר

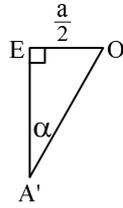
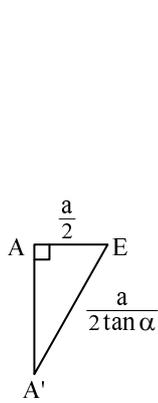
על המישור (במקרה שלנו, הנקודה A')

ולהוריד אנך למישור מנקודה על הישר.

כלומר, נוריד אנך OE מנקודה O לפאה $A'ABB'$.

$$\angle EA'O \text{ היא הזווית } \alpha, \text{ ו- } \angle OEA' = 90^\circ. \text{ בנוסף, } EO = \frac{a}{2}.$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא



במשולש EA'O נקבל:

$$\tan \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{EA'} \Rightarrow EA' = \frac{a}{2 \tan \alpha}$$

קעת ניעזר ב- $\Delta EAA'$.

ניעזר במשפט פיתגורס ונקבל:

$$A'A = \sqrt{\left(\frac{a}{2 \tan \alpha}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha} - 1}$$

$$V_{\text{תיבה}} = a^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha} - 1} = \frac{1}{2} a^3 \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha} - 1} \quad \text{ואז:}$$

(3) נבחר יחידת זמן = 10 שנים.

החומר הראשון: נתון שזמן מחצית החיים הוא 20 שנים.

לכן: $M_2 = \frac{1}{2} M_0$, כלומר: $M_0 q_1^2 = \frac{1}{2} M_0$, ואז:

$$q_1^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow q_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

החומר השני: נתון שזמן מחצית החיים הוא 30 שנים.

לכן: $M_3 = \frac{1}{2} M_0$, כלומר: $M_0 q_2^3 = \frac{1}{2} M_0$, ואז:

$$q_2^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow q_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$400 \cdot q_1^t = 50 q_2^t \quad \text{מהנתון בשאלה נקבל:}$$

$$400 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^t = 50 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)^t \quad / : 50$$

$$8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}t} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}t} \Rightarrow 8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}t - \frac{1}{2}t} \Rightarrow 8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{6}t}$$

$$8 = \left(2^{-1}\right)^{-\frac{1}{6}t} \Rightarrow 2^3 = 2^{\frac{1}{6}t} \Rightarrow 3 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 18$$

תשובה: כעבור 180 שנים תישארנה כמויות שוות משני החומרים.

$$f(0) = e^3 \Rightarrow (0, e^3) \quad (\text{א}) \quad (4)$$

$$g(0) = e^1 = e \Rightarrow (0, e)$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow e^{-x+3} = e^{x+1} \Rightarrow -x+3 = x+1 \quad (\text{ב})$$

$$2 = 2x \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = e^{-1+3} = e^2$$

נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות: $(1, e^2)$.

$$S_2 = \int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_0^1 = e^2 - e \quad (\text{ג})$$

$$S_1 + S_2 = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^{-x+3} dx = -e^{-x+3} \Big|_0^1 =$$

$$= -e^2 + e^3 = e^3 - e^2$$

$$S_1 = (S_1 + S_2) - S_2 = (e^3 - e^2) - (e^2 - e) = e^3 - 2e^2 + e$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{e^3 - 2e^2 + e}{e^2 - e} = \frac{e(e^2 - 2e + 1)}{e(e-1)} = \frac{e(e-1)^2}{e(e-1)} = e - 1 \approx 1.718$$

$$y' = 2 \cos 2x + 2 \cos x \quad (\text{ב}) + (\text{א}) \quad (5)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2 \cos 2x + 2 \cos x = 0 \quad /:2 \Rightarrow \cos 2x + \cos x = 0$$

$$\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\pi - x)$$

$$2x = \pi - x + 2\pi n \Rightarrow 3x = \pi + 2\pi n \quad /:3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} n$$

$$2x = -\pi + x + 2\pi k \Rightarrow x = -\pi + 2\pi k$$

$(n, k \in \mathbb{Z})$

בתחום הנתון $(-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2})$:

$$x_1 = -\pi, \quad x_2 = -\frac{\pi}{3}, \quad x_3 = \frac{\pi}{3}, \quad x_4 = \pi$$

$$x = -\pi \Rightarrow y = \sin(-2\pi) + 2 \sin(-\pi) = 0 \Rightarrow (-\pi, 0)$$

$$x = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow y = \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$x = \pi \Rightarrow y = \sin(2\pi) + 2\sin \pi = 0 \Rightarrow (\pi, 0)$$

x	$x = -\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{2} < x < -\pi$	$x = -\pi$	$-\pi < x < -\frac{\pi}{3}$
y'		-	0	-
y		↘		↘

x	$x = -\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$	$x = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3} < x < \pi$
y'	0	+	0	-
y	min	↗	max	↘

x	$x = \pi$	$\frac{\pi}{3} < x < \frac{3\pi}{2}$	$x = \frac{3\pi}{2}$
y'	0	-	
y		↘	

$$y'(-\frac{5\pi}{4}) = 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) < 0$$

$$y'(-\frac{\pi}{2}) = y'(\frac{\pi}{2}) = 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 < 0$$

$$y'(0) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 > 0$$

$$y'(\frac{5\pi}{4}) = 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) < 0$$

כלומר: $\min(-\frac{\pi}{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$, $\max(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות