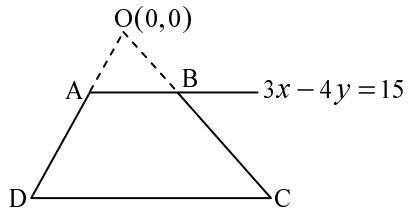


פתרונות מבחון מס' 33 (ספר מבחנים – שאלון 035807)



: DC || AB , לכן משווות (א) (1)

$$3x - 4y = C$$

גובה הטרפז (המפרק בין הבסיסים)

שווה ל- 6 , לכן :

$$\frac{|C-15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 6 \Rightarrow |C-15| = 30$$

$$C - 15 = 30 \Rightarrow C_1 = 45 \Rightarrow DC : 3x - 4y = 45$$

$$15 - C = 30 \Rightarrow C_2 = -15 \Rightarrow DC : 3x - 4y = -15$$

נמצא שיעורי נקודת החיתוך של DC ו- AB עם ציר ה- y :

$$AB : x = 0 \Rightarrow -4y = 15 \Rightarrow y = -\frac{15}{4}$$

$$DC : -4y_1 = 45 \Rightarrow y_1 = -\frac{45}{4} \quad -4y_2 = -15 \Rightarrow y_2 = \frac{15}{4}$$

ראשית הצירים ו- DC צריכים להיות בצדדים שונים של AB ,

לכן $C = -15$ לא מתאים לתנאי השאלה.

$3x - 4y = 45$: DC ומשווות $C = 45$:

$$x_C + y_C = 15 , AB = BC \quad (ב)$$

נמצא את שיעורי הנקודה C (i)

$$+ \begin{cases} 3x - 4y = 45 \\ x + y = 15 \end{cases} / \cdot 4 \Rightarrow 7x = 105 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow y = 0$$

כלומר C(15, 0)

$m_{BC} = m_{OC} = 0$: (OC) BC (ii)

$$y = 0$$

נמצא את שיעורי הנקודה B :

$$y_B = 0 \Rightarrow 3x_B = 15 \Rightarrow x_B = 5$$

מכאן : B(5, 0)

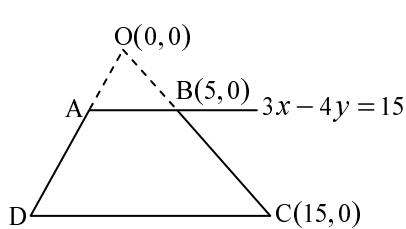
המשך בעמוד הבא <<

$$B(5,0), C(15,0), BC = AB$$

$$R = BC = 15 - 5 = 10$$

משוואת מעגל העובר דרך הנקודות A ו- C ומרכזו B :

$$(x - 5)^2 + y^2 = 100$$



. A(t,p) נסמן : (ii)

הנקודה A נמצאת על

הישר AB, לכן :

$$p = \frac{3}{4}t - \frac{15}{4}$$

הנקודה A נמצאת על מעגל

$$(t - 5)^2 + p^2 = 100 \quad \text{לכן :}$$

$$(t - 5)^2 + \left(\frac{3t - 15}{4}\right)^2 = 100 \Rightarrow (t - 5)^2 + \frac{9}{16}(t - 5)^2 = 100$$

$$(t - 5)^2 = 64 \Rightarrow t - 5 = 8 \text{ או } t - 5 = -8$$

$$t - 5 = 8 \Rightarrow t_1 = 13 \Rightarrow p_1 = 6 \Rightarrow A_1(13,6)$$

$$t - 5 = -8 \Rightarrow t_2 = -3 \Rightarrow p_2 = -6 \Rightarrow A_2(-3,-6)$$

: A₁(13,6) עברו

$$m = \frac{6-0}{13-0} = \frac{6}{13} \Rightarrow y = \frac{6}{13}x \quad : AD \text{ משווה}$$

$$\begin{cases} y = \frac{6}{13}x \\ 3x - 4y = 45 \end{cases} \Rightarrow 3x - \frac{24}{13}y = 45 \Rightarrow x = 39$$

$$y = \frac{6}{13} \cdot 39 = 18 \Rightarrow D_1(39,18)$$

: A₂(-3,-6) עברו

$$m = \frac{-6-0}{-3-0} = 2 \Rightarrow y = 2x \quad : AD \text{ משווה}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 3x - 4y = 45 \end{cases} \Rightarrow 3x - 8x = 45 \Rightarrow x = -9$$

$$y = 2 \cdot (-9) = -18 \Rightarrow D_2(-9,-18)$$

$$|x-12+i(y-5)|=3 \quad (2)(i)$$

$$\sqrt{(x-12)^2+(y-5)^2}=3 \Rightarrow (x-12)^2+(y-5)^2=9$$

המקום הגיאומטרי המבוקש הוא מעגל שמרכזו ב-

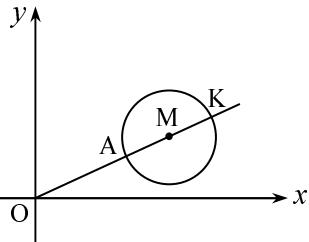
ורדיוסו 3.

$$OM = \sqrt{(12-0)^2 + (5-0)^2} = 13 \text{ יחידות אורך} \quad (ii)$$

לכן:

$$|z|_{\min} = OA = OM - AM = \\ = 13 - R = 13 - 3 = 10 \text{ יחידות אורך}$$

$$|z|_{\max} = OK = OM + MK = \\ = 13 + R = 13 + 3 = 16 \text{ יחידות אורך}$$



$$\arg(z-4) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \arg(x-4+iy) = \frac{\pi}{4} \quad (i)$$

$$\frac{y}{x-4} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow y = x - 4$$

מציאת שיעורי הנקודות C ו- B :

$$\begin{cases} (x-12)^2 + (y-5)^2 = 9 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow (x-12)^2 + (x-5-4)^2 = 9$$

$$x^2 - 24x + 144 + x^2 - 18x + 81 = 9$$

$$x^2 - 21x + 108 = 0 \Rightarrow x_1 = 12, x_2 = 9$$

$$x_1 = 12 \Rightarrow y_1 = 8 \Rightarrow (12, 8)$$

$$x_2 = 9 \Rightarrow y_2 = 5 \Rightarrow (9, 5)$$

לכן : B(9,5) , C(12,8) . מכאן : B(9,5) , C(12,8) . 12 > 9

$$z_B = 9 + 5i, z_C = 12 + 8i$$

$$\frac{12 + 5i - z_C}{12 + 5i - z_B} = \frac{12 + 5i - 12 - 8i}{12 + 5i - 9 - 5i} = \frac{-3i}{3} = -i \quad (ii)$$

$$\arg(-i) = \frac{3\pi}{2}$$

$$AD = AB \Rightarrow |\underline{u}| = |\underline{v}| = a \quad : \text{(א) נסמן} \quad (3)$$

$$A'B = A'D \Rightarrow |\underline{u} - \underline{w}| = |\underline{v} - \underline{w}|$$

$$\sqrt{(\underline{u} - \underline{w}) \cdot (\underline{u} - \underline{w})} = \sqrt{(\underline{v} - \underline{w}) \cdot (\underline{v} - \underline{w})}$$

$$|\underline{u}|^2 - 2\underline{u} \cdot \underline{w} + |\underline{w}|^2 = |\underline{v}|^2 - 2\underline{v} \cdot \underline{w} + |\underline{w}|^2$$

$$-2\underline{u} \cdot \underline{w} = -2\underline{v} \cdot \underline{w} \Rightarrow \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w}$$

$$|\underline{u}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle A'AB = |\underline{v}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle A'AD \quad : \text{מכאן נובע ש}$$

$$|\underline{u}| = |\underline{v}|, |\underline{w}| = |\underline{w}|$$

$$\cos \angle A'AD = \cos \angle A'AB \Rightarrow \angle A'AD = \angle A'AB = 60^\circ \quad : \text{לכן}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 16 \Rightarrow (\underline{u} - \underline{w}) \cdot (\underline{v} - \underline{w}) = 16 \quad : \text{(ב)}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} - \underline{u} \cdot \underline{w} - \underline{v} \cdot \underline{w} + |\underline{w}|^2 = 16$$

$$|\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos 60^\circ - 2\underline{u} \cdot \underline{w} + |\underline{w}|^2 = 16$$

$$\frac{a^2}{2} - 2a|\underline{w}| \cdot \cos 60^\circ + |\underline{w}|^2 = 16$$

$$\frac{a^2}{2} - a|\underline{w}| + |\underline{w}|^2 = 16 \quad (*)$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle DAB \Rightarrow 32\sqrt{3} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin 60^\circ$$

$$32\sqrt{3} = a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = \pm 8, a > 0 \Rightarrow a = 8$$

$$\frac{64}{2} - 8 \cdot |\underline{w}| + |\underline{w}|^2 = 16 \quad : \text{נzie ב- (*) ונקבל}$$

$$|\underline{w}|^2 - 8|\underline{w}| + 16 = 0 \Rightarrow (|\underline{w}|^2 - 4) = 0 \Rightarrow |\underline{w}| = 4$$

המשך בעמוד הבא

$$\cos \angle B A' D = \frac{\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{A'D}}{|\overrightarrow{A'B}| \cdot |\overrightarrow{A'D}|} = \quad (5)$$

$$= \frac{16}{\sqrt{(\underline{u} - \underline{w}) \cdot (\underline{u} - \underline{w})} \cdot \sqrt{(\underline{v} - \underline{w}) \cdot (\underline{v} - \underline{w})}} = \\ = \frac{16}{\sqrt{|\underline{u}|^2 + |\underline{w}|^2 - 2|\underline{u}||\underline{w}|\cos 60^\circ} \cdot \sqrt{|\underline{v}|^2 + |\underline{w}|^2 - 2|\underline{v}||\underline{w}|\cos 60^\circ}} =$$

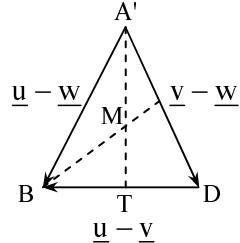
$$= \frac{16}{\sqrt{64 + 16 - 8 \cdot 4} \cdot \sqrt{64 + 16 - 8 \cdot 4}} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D}) = \quad (i) \quad (7)$$

$$= \frac{1}{3}(\underline{u} - \underline{w} + \underline{v} - \underline{w}) = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'M} =$$

$$= \underline{w} + \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$$



$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w} \quad (ii)$$

$$\overrightarrow{AC'} \stackrel{?}{=} \alpha \cdot \overrightarrow{AM} \Rightarrow \underline{u} + \underline{v} + \underline{w} = \frac{1}{3}\alpha(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$$

כלומר $AC' \parallel AM$

ולכן הנקודות C' , M , A נמצאות על אותו ישר.

$$\cos \angle A'AM = \frac{\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AM}}{|\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{AM}|} = \frac{\underline{w} \cdot \frac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})}{|\underline{w}| \cdot \frac{1}{3}|\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}|} = \quad (7)$$

$$= \frac{\underline{u} \cdot \underline{w} + \underline{v} \cdot \underline{w} + |\underline{w}|^2}{4\sqrt{(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}) \cdot (\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})}} =$$

$$= \frac{8 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + 4^2}{4\sqrt{|\underline{u}|^2 + |\underline{v}|^2 + |\underline{w}|^2 + 2\underline{u} \cdot \underline{v} + 2\underline{u} \cdot \underline{w} + 2\underline{v} \cdot \underline{w}}} =$$

$$= \frac{16 + 16 + 16}{4\sqrt{64 + 64 + 16 + 2 \cdot 32 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 16}} = \frac{48}{4\sqrt{272}}$$

מכאן: $\angle A'AM \approx 43.31^\circ$

$$ax > 0 \Rightarrow x > 0$$

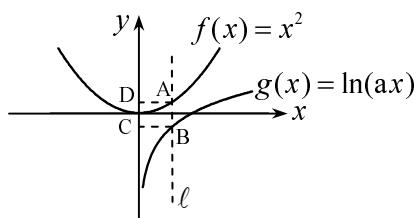
(א) תחום ההגדרה של $g(x)$ (4)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(ax) = -\infty$$

נסמן: $x_A = x_B = t$

$$y_A = t^2, y_B = \ln(at)$$

: ABCD היקף המלבן



$$F = 2(AB + AD) = 2(y_A - y_B + x_A - x_D)$$

$$F(t) = 2[t^2 - \ln(at) + t]$$

$$F'(t) = 0 \Rightarrow 2(2t - \frac{1}{t} + 1) = 0 \Rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0$$

$$t_1 = -1, t_2 = \frac{1}{2}$$

. $x_B = t > 0, t_1 = -1$ נפסל כי לפי תחום ההגדרה,

$$F''(t) = 2\left(2 + \frac{1}{t^2}\right) > 0 \Rightarrow \min$$

משוואת הישר $x = \frac{1}{2}$: ℓ

$$[\ln(x^2 + 4)]' = \frac{2x}{x^2 + 4}$$

(i)

$$V = \pi \int_a^{a+2} [f(x)]^2 dx = \pi \int_a^{a+2} \frac{x}{x^2 + 4} dx = (\text{א}) \quad (\text{ii})$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{2} [\ln(x^2 + 4)]_a^{a+2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} [\ln(a^2 + 4a + 4 + 4) - \ln(a^2 + 4)] = \frac{\pi}{2} \cdot \ln \frac{a^2 + 4a + 8}{a^2 + 4}$$

$$\text{נתון: } \frac{\pi}{2} \cdot \ln \frac{a^2 + 4a + 8}{a^2 + 4} = \pi \ln \sqrt{2.5}$$

$$\ln \frac{a^2 + 4a + 8}{a^2 + 4} = 2 \ln \sqrt{2.5} = \ln 2.5$$

$$\frac{a^2 + 4a + 8}{a^2 + 4} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2a^2 + 8a + 16 = 5a^2 + 20$$

$$3a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{6} \Rightarrow a_1 = 2, a_2 = \frac{2}{3}$$

(5) (א) $0 > (e^{2x-a} + 2)^2$ (ריבוע של מספר השונה מ-2 תמיד חיובי).

$$, x \text{ לכל } x, \text{ שכן } e^{2x-a} > 0$$

כלומר $f'(x) > 0$ לכל x , כלומר הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .

$$f''(x) = [f'(x)]' = \left[\frac{12e^{2x-a}}{(e^{2x-a} + 2)^2} \right]' = \quad (\text{ב) + א})$$

$$= 12 \cdot \frac{2e^{2x-a}(e^{2x-a} + 2)^2 - e^{2x-a} \cdot 2(e^{2x-a} + 2) \cdot 2e^{2x-a}}{(e^{2x-a} + 2)^4} =$$

$$= 12 \cdot \frac{2e^{2x-a}(e^{2x-a} + 2) \cdot (e^{2x-a} + 2 - 2e^{2x-a})}{(e^{2x-a} + 2)^4} =$$

$$= \frac{24e^{2x-a}(-e^{2x-a} + 2)}{(e^{2x-a} + 2)^3}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 24e^{2x-a}(-e^{2x-a} + 2) = 0$$

$e^{2x-a} = 2$ אז למשווהה יש פתרון יחיד.

$$2x - a = \ln 2, x = \frac{a + \ln 2}{2}$$

מכיוון ש- $f''(x)$ משנה את סימנה סביב הנקודה

הרי שזו נקודת פיתול (היחידה) של $f(x)$.

$$\int_0^x f'(t) dt = \int_0^{\frac{a+\ln 2}{2}} \frac{12e^{2t-a}}{(e^{2t-a} + 2)^2} dt \quad (\text{ט})$$

$$dt = 2e^{2t-a} dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{2e^{2t-a}} \quad \text{ואז, } t = e^{2x-a} + 2 \quad \text{נסמן:}$$

$$\int \frac{12e^{2t-a}}{(e^{2t-a} + 2)^2} dt = \int \frac{12e^{2t-a}}{t^2} \cdot \frac{dt}{2e^{2t-a}} = \int \frac{6}{t^2} dt = -\frac{6}{t} + C$$

המשך בעמוד הבא ►►►

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{a+\ln 2}{2}} \frac{12e^{2x-a}}{(e^{2x-a}+2)^2} dx &= \left(\frac{-6}{e^{2x-a}+2} \right) \Big|_0^{\frac{a+\ln 2}{2}} = \\ &= \frac{-6}{e^{\ln 2}+2} + \frac{6}{e^{-a}+2} = -\frac{6}{4} + \frac{6}{e^{-a}+2} \\ -\frac{6}{4} + \frac{6}{e^{-a}+2} &= \frac{33}{26} \Rightarrow \frac{6}{e^{-a}+2} = \frac{36}{13} \Rightarrow e^{-a}+2 = \frac{13}{6} \\ e^{-a} = \frac{1}{6} &\Rightarrow e^a = 6 \Rightarrow a = \ln 6 \end{aligned}$$

$$a = \ln 6$$

(n)

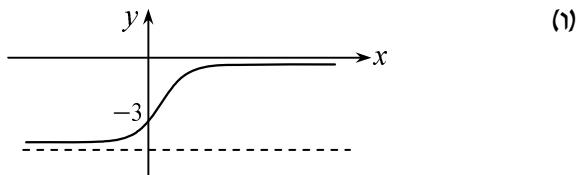
$$x_{\text{פיתוי}} = \frac{a + \ln 2}{2} = \frac{\ln 6 + \ln 2}{2} = \frac{1}{2} \ln 12$$

$$f''(x) = \frac{(+)(2 - e^{2x-\ln 6})}{(+)}$$

$$f''(0) = \frac{(+)(2 - \frac{1}{6})}{(+)} > 0 \quad f''(4) = \frac{(+)(2 - e^{8-\ln 6})}{(+)} < 0$$

הפונקציה קעורה כלפי מעלה \cup עבור $x < \frac{1}{2} \ln 12$

הפונקציה קעורה כלפי מטה \cap עבור $x > \frac{1}{2} \ln 12$





טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

❖ לכל ה大雨ות ❖ לכל השאלונים ❖ לכל הרמות