

## פתרונות מבחון מס' 16 (ספר מבחנים – שאלון 035807)

$$OB = 3 \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{1}{4} \cdot OA = \frac{1}{4} \cdot R \quad (1)$$

(א) נסמן:  $x_C = t, y_C = p$

נסמן ב- D את נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- x .

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AO} = \frac{1}{4} \quad \text{מקביל לציר ה- } x, \text{ לכן לפי משפט תאלס: } BC$$

$$x_A = x_C = t \quad \text{ומכאן:}$$

$$\frac{y_A - y_C}{y_A} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4y_A - 4y_C = y_A$$

$$y_A = \frac{4}{3}y_C = \frac{4}{3}p$$

$$\text{הנקודה } A(t, \frac{4}{3}p) \text{ נמצאת על המעגל הנטוו, לכן:}$$

$$x^2 + \frac{16}{9}y^2 = R^2 \Rightarrow \frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{\frac{9}{16}R^2} = 1 \quad \text{משוואת המקום הגיאומטרי:}$$

$$(x \neq 0, \pm R)$$

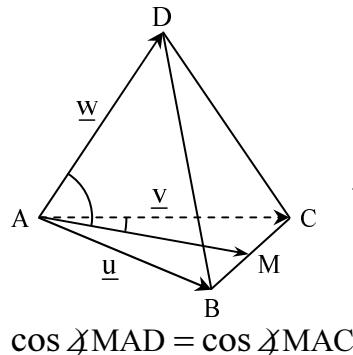
$$B(3,6) \Rightarrow A(\frac{4}{3} \cdot 3, \frac{4}{3} \cdot 6) \Rightarrow A(4,8) \Rightarrow C(4,6) \quad (2)$$

$$\frac{4^2}{R^2} + \frac{6^2}{\frac{9}{16}R^2} = 1 \Rightarrow \frac{16}{R^2} + \frac{576}{9R^2} = 1 \Rightarrow R^2 = 80$$

שיעוריות נקודות החיתוך של המקום הגיאומטרי עם ציר ה- y :

$$x=0 \Rightarrow \frac{y^2}{\frac{9}{16} \cdot 80} = 1 \Rightarrow y^2 = 45 \Rightarrow y = \pm \sqrt{45} = \pm 3\sqrt{5}$$

כלומר:  $(0, \pm 3\sqrt{5})$



$$\therefore \overrightarrow{BM} = t \cdot \overrightarrow{BC} = t \cdot (\underline{v} - \underline{u}) \quad \text{נתון : (2)}$$

$$\therefore |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = a \quad \text{נסמן :}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \underline{u} + t \cdot (\underline{v} - \underline{u}) = \\ &= (1-t) \cdot \underline{u} + t \cdot \underline{v} \end{aligned} \quad \text{(א)}$$

$$\cos \angle MAD = \cos \angle MAC \quad \text{(ב)}$$

$$\frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} &= [(1-t) \cdot \underline{u} + t \cdot \underline{v}] \cdot \underline{w} = \\ &= (1-t) \cdot |\underline{u}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle DAB + t \cdot |\underline{v}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle DAC = \\ &= (1-t) \cdot a \cdot |\underline{w}| \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + t \cdot a \cdot |\underline{w}| \cdot 0.4 = \\ &= a \cdot |\underline{w}| \cdot \left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{2} + \frac{2}{5}t\right) = a \cdot |\underline{w}| \cdot (0.9t - 0.5) \quad \text{①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} &= [(1-t) \cdot \underline{u} + t \cdot \underline{v}] \cdot \underline{v} = \\ &= (1-t) \cdot |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos 60^\circ + t \cdot |\underline{v}|^2 = \\ &= (1-t) \cdot a \cdot a \cdot \frac{1}{2} + t \cdot a^2 = a^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t + t\right) = a^2 \cdot \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}\right) \quad \text{②} \end{aligned}$$

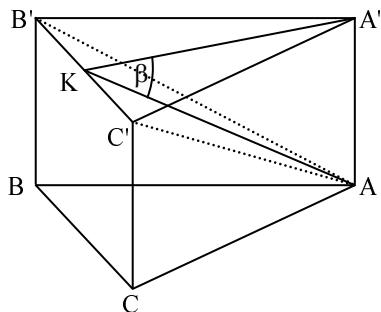
$$|\overrightarrow{AD}| = |\underline{w}| \quad \text{③}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = |\underline{v}| = a \quad \text{④}$$

נציב את ④ ב- (\*) ונקבל:

$$\frac{a \cdot |\underline{w}| \cdot (0.9t - 0.5)}{|\underline{w}|} = \frac{a^2 \cdot (0.5t + 0.5)}{a}$$

$$0.9t - 0.5 = 0.5t + 0.5 \Rightarrow 0.4t = 1 \Rightarrow t = 2.5$$



(3) (א) נסמן את אמצע הקטע  $B'C'$  ב-  $K$ .  
 $A'K \perp B'C'$  (תיכון לבסיס המשולש שווה-שוקיים הוא גם גובה לבסיס).  
 $\angle AA'B' = \angle AA'C' = 90^\circ$   
 $AA' = AA'C'$ ,  $A'B' = A'C'$  למשולשים  $\Delta AA'B'$ ,  $\Delta AA'C'$ , לכן:  
 $\Delta AA'B' \cong \Delta AA'C'$ .

מכאן נקבל ש-  $\Delta AB'C'$  הוא משולש שווה-שוקיים, ולכן  $AK \perp B'C'$  (תיכון לבסיס המשולש שווה-שוקיים הוא גם גובה לבסיס).

כלומר:  $\angle AKA' = \beta$

$$KC' = \frac{1}{2}B'C' = \frac{1}{2}a$$

$$\angle KA'C' = \frac{1}{2}\angle B'A'C' = \frac{1}{2}\alpha$$

(תיכון לבסיס המשולש שווה-שוקיים הוא גם חוצה-זווית הראש),

$$KA' = \frac{a}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \quad \text{מכאן ב- } \Delta A'KC' :$$

$$AA' = KA' \cdot \tan \beta = \frac{a \tan \beta}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \quad \text{ב- } \Delta AA'K$$

$$V = S_{\Delta AB'C'} \cdot AA' = \frac{B'C' \cdot A'K}{2} \cdot AA' = \frac{a \cdot a}{2 \cdot 2 \tan \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{a \cdot \tan \beta}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{a^3 \tan \beta}{8 \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$V_{ABCC'B} = \frac{1}{3} S_{BB'C'C} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot BB' \cdot B'C' \cdot A'K = \quad (\text{ב})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot B'C' \cdot A'K = \frac{2}{3} \cdot V =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3 \tan \beta}{8 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a^3 \tan \beta}{12 \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= n \cdot x^{n-1} \cdot e^{-kx} + x^n \cdot (-k \cdot e^{-kx}) = && (N) (4) \\
 &= x^{n-1} \cdot e^{-kx} \cdot (n - kx) \\
 f'(x) = 0 &\Rightarrow x^{n-1} \cdot e^{-kx} \cdot (n - kx) = 0 \\
 x = 0 &\Rightarrow y = 0 \quad \text{לכל ערך של } x, \text{ שכן: } e^{-kx} \neq 0 \\
 n - kx = 0 &\Rightarrow x = \frac{n}{k} \Rightarrow y = \left(\frac{n}{k}\right)^n \cdot e^{-n} \\
 \cdot y > 0 &\text{ נתון כי } n \text{ הוא זוגי, שכן } 0 < e^{-n} < 1, \text{ כאמור, } n > 0, \text{ שכן } \left(\frac{n}{k}\right)^n > 0
 \end{aligned}$$

$x$	$x < 0$	$x = 0$	$0 < x < \frac{n}{k}$	$x = \frac{n}{k}$	$x > \frac{n}{k}$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	min	↗	max	↘

$$f'(-1) = (-1)^{n-k} \cdot (+) \cdot (n+k) < 0$$

$$f'\left(\frac{n}{2k}\right) = (+) \cdot (+) \cdot \left(n - \frac{n}{2}\right) > 0$$

$$f'\left(\frac{2n}{k}\right) = (+) \cdot (+) \cdot (n - 2n) < 0$$

$$y_{\min} = y(0) = 0$$

$$y_{\max} = y\left(\frac{n}{k}\right) = \left(\frac{n}{k}\right)^n \cdot e^{-n}$$

$$y_{\max} - y_{\min} = \left(\frac{n}{k}\right)^n \cdot e^{-n} - 0 = \frac{n^n}{k^n} \cdot \frac{1}{e^n} = \left(\frac{n}{ke}\right)^n$$

$$8^x - 2 > 0 \Rightarrow 2^{3x} > 2 \Rightarrow 3x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{3} : \text{(ב) תחום הגדרה}$$

$$y' = \frac{8^x \ln 8}{(8^x - 2) \ln 4} - 2 = \frac{3 \cdot 8^x \ln 2}{2 \cdot \ln 2 \cdot (8^x - 2)} - 2$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{3 \cdot 8^x}{2 \cdot (8^x - 2)} - 2 = 0 \Rightarrow 3 \cdot 8^x = 4 \cdot 8^x - 8$$

$$8^x = 8 \Rightarrow x = 1$$

המשך בעמוד הבא ▶▶▶

x	$\frac{1}{3} < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	max	↘

$$y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3 \cdot \sqrt{8}}{2 \cdot (\sqrt{8} - 2)} - 2 \approx 3.12 > 0$$

$$y'\left(2\right) = \frac{3 \cdot 8^2}{2 \cdot (8^2 - 2)} - 2 \approx -0.45 < 0$$

.  $x_{\max} = 1$  : תשובה

$$y_B = 3 \Rightarrow 3 = \frac{6}{x-1} \Rightarrow x-1=2 \Rightarrow x_B = 3 \quad (5)$$

$$B(3,3) \Rightarrow x_A = 3$$

$$S_1 = 12 \ln 2 \Rightarrow \int_3^{x_D} \frac{6}{x-1} dx = 12 \ln 2$$

$$(6 \ln|x-1|) \Big|_3^{x_D} = 12 \ln 2 \Rightarrow (\ln|x-1|) \Big|_3^{x_D} = 2 \ln 2$$

$$\ln|x_D-1| - \ln 2 = 2 \ln 2 \Rightarrow \ln|x_D-1| = 3 \ln 2 = \ln 8$$

$$|x_D-1|=8 \Rightarrow x_D-1=\pm 8$$

$$\text{לא יתכן, כי } x_D > 1$$

$$x_D-1=8 \Rightarrow x_D=9 \Rightarrow x_C=9$$

$$y_C = \frac{6}{9-1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$S_1 = S_{\text{trap}} - S_2 = \frac{AB+DC}{2} \cdot AD - S_2 =$$

$$= \frac{3 + \frac{3}{4}}{2} \cdot (9-3) - 12 \ln 2 = \frac{45}{4} - 12 \ln 2 \approx 2.932 \quad \text{יחסות שטח}$$



טלפון: 04-8200929

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

❖ לכל ה大雨ות ❖ לכל השאלונים ❖ לכל הרמות