

פתרונות מבחון מס' 23 (ספר מבחנים – שאלון 035805)

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n \quad (1)$$

$$S_{n+1} = S_n + 8n + 10 \quad \text{נתון :}$$

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = 8n + 10 \quad \text{מכאן קיבל :}$$

(ב) נציב 1 – n במקום n בביטוי ל – :

$$a_{n-1+1} = 8(n-1) + 10 \Rightarrow a_n = 8n + 2$$

$$a_1 = S_1 = 10 \quad (2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 8n + 10 - (8n + 2) = 8$$

$$\begin{cases} a_1 = 10 \\ a_{n+1} = a_n + 8 \end{cases} \quad \text{לכן :}$$

(ד) מנוסחת הנסיגה שקיבלו בסעיף (ג) נסיק כי הסדרה a_n היא סדרה

חסובנית שבה : $a_{n+1} - a_n = 8$ ו – $a_1 = 10$. לכן :

$$a_4 = a_1 + 3d = 10 + 3 \cdot 8 = 34$$

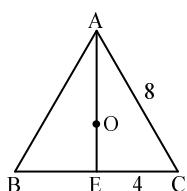
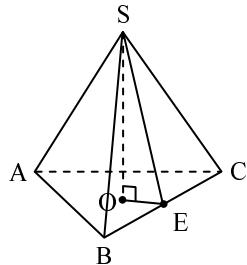
$$S_4 = (2a_1 + 3d) \cdot \frac{4}{2} = (2 \cdot 10 + 3 \cdot 8) \cdot 2 = 88$$

$$S_n = [2a_1 + (n-1) \cdot d] \cdot \frac{n}{2} = [2 \cdot 10 + (n-1) \cdot 8] \cdot \frac{n}{2} \quad (3)$$

$$S_n = (12 + 8n) \cdot \frac{n}{2} \Rightarrow S_n = 4n^2 + 6n$$

נציב n = 4 בנוסחה ל – S_n ונקבל :

$$S_4 = 4 \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 = 64 + 24 = 88$$



(2) (א) SO הוא גובה הפירמידה.
הזווית שבין SE לבסיס היא: $\angle SEO = \alpha$.
בפירמידה ישרה, הגובה פוגש את הבסיס במרכזו
המעגל החוסם את הבסיס. מכיוון שהפירמידה
משוכלתת, הרי ש- ABC הוא משולש שווה-צלעות
ולכן מרכזו המעגל החוסם אותו הוא בנקודת
מפגש התיכוןים / הגבהים / החוץ-זוויות /
האנכים האמצעיים של המשולש.

$$AE^2 + 4^2 = 8^2$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔAEC

$$AE^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow AE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

נקודות מפגש התיכוןים מחלקת כל תיכון ביחס 2:1, לכן:

$$OE = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{OE}{SE} \Rightarrow SE = \frac{4\sqrt{3}}{3 \cos \alpha} \quad : \Delta SOE \text{ ב-}$$

$$M = 3 \cdot S_{\Delta BSC} = 3 \cdot \frac{BC \cdot SE}{2} = \frac{3 \cdot 8 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3 \cos \alpha}}{2} \quad : \text{ואז}$$

$$M = \frac{16\sqrt{3}}{\cos \alpha} \text{ סמ''ר}$$

$$40 = \frac{16\sqrt{3}}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{16\sqrt{3}}{40} \Rightarrow \alpha = 41.146^\circ \quad (ב)$$

$$f'(x) = e^{-2x^2} \cdot (-4x) = -4xe^{-2x^2} \quad (3)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -4xe^{-2x^2} = 0$$

$$-4x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{לכל } x, \text{ שכן: } e^{-2x^2} > 0$$

$$f(0) = e^0 + 4 = 1 + 4 = 5$$

היא נקודה "חשודה" לקיצון.

תחום ההגדרה של הפונקציה: כל x

x	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	max	↘

$$f'(-1) = 4 \cdot (+) > 0, f'(1) = -4 \cdot (+) < 0$$

לכן $\max(0,5)$

(ב) מהטבלה שבסעיף (א) קיבל:

תחום עלייה: $x < 0$, תחום ירידה: $x > 0$

$$f(-x) = e^{-2(-x)^2} + 4 = e^{-2x^2} + 4 = f(x) \quad (a)$$

הfonקציה היא פונקציה זוגית, כי לכל x מתקיים: $f(-x) = f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 + 4 = 4 \quad (d)$$

לכן $y = 4$ אסימפטוטה אופקית (מימין ומשמאלו).

(ה) ראו סרטוט משמאלו.

(ו) $f'(x) < 0$ כאשר $f(x)$ יורדת,

לכן $f'(x) < 0$ בתחום $x > 0$.

(ז) הגרף של $g(x)$ מתקבל על-ידי

הזזה של 2 יחידות למטה

של הגרף של $f(x)$, שכן האסימפטוטה האופקית

של $g(x)$ היא $y = 2$.

. $f'(0) = -2$: (4)

$$f'(x) = 2x + \frac{b}{x+2}$$

$$-2 = 2 \cdot 0 + \frac{b}{2} \Rightarrow b = -4$$

$$x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$$

(ב) תחום הגדרה :

$$f'(x) = 2x - \frac{4}{x+2}$$

(5)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - \frac{4}{x+2} = 0 / \cdot (x+2)$$

$$2x^2 + 4x - 4 = 0 / :2 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow x_1 = 0.732, x_2 = -2.732$$

הפתרון $x_2 = -2.732$ אינו שייך לתחום ההגדרה.

$$x = 0.732 \Rightarrow f(0.732) = 0.732^2 - 4 \ln 2.732 = -3.48$$

כלומר (48) היא נקודת "חטודה" לקיצון.

$$f''(x) = 2 + \frac{4}{(x+2)^2}$$

$$f''(0.732) = 2 + \frac{4}{2.732^2} > 0 \Rightarrow \min(0.732, -3.48)$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 4 \ln 2 = -4 \ln 2 \Rightarrow (0, -4 \ln 2) \quad (6)$$

(ה) תחום ההגדרה : $x > -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \infty$$

לכן $x = -2$ היא משווהת האסימפטוטה האנכית לגרף הפונקציה.

$$f(3) = 3^2 - 4 \ln 1 = 9 - 0 = 9 \Rightarrow (3, 9) \quad (7)$$

לפונקציה יש נקודת מינימום ששיעור ה- y שלה שלילי

ושיעור ה- x שלה הוא 0.732 .

(8) נמצאת מימין לנקודת זו ושיעור ה- y שלה חיובי,

לכן גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בתחום $0.732 < x < 3$

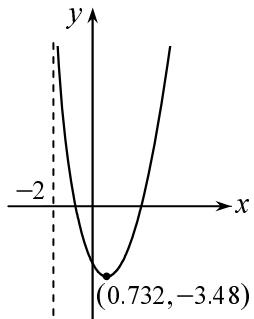
המשך בעמוד הבא ▶▶

בנוסח : $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \infty$ ולכן הפונקציה חותך את ציר ה- x

. $-2 < x < 0.732$ בתחום

לפונקציה אין יותר נקודות קיצון.

מסקנה : גраф הפונקציה חותך את ציר ה- x ב- 2 נקודות.



(א) ראו סרטוט ממשمال.

(ב) צריך למצוא את $g'(-1)$

$$m_{\text{משיק}} = g'(-1) = f(-1)$$

$$m_{\text{משיק}} = g'(-1) = (-1)^2 - 4 \ln(-1+2) = 1$$

. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$: (א) נתון : (ב) (5)

$$f'(x) = 2k \cos x \cdot (-\sin x) + 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)'$$

$$f'(x) = -2k \sin x \cos x + 2 \sin 2x \cdot (2 \cos 2x)$$

$$f'(x) = -k \sin 2x + 2 \sin 4x$$

$$0 = -k \sin \frac{\pi}{3} + 2 \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$0 = -k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad / : \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow 0 = k - 2 \Rightarrow k = 2$$

$$f'(x) = -2 \sin 2x + 2 \sin 4x$$

(ב)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -2 \sin 2x + 2 \sin 4x = 0$$

$$\sin 4x = \sin 2x$$

$$4x = 2x + 2\pi k \Rightarrow 2x = 2\pi k \Rightarrow x = \pi k$$

$$4x = \pi - 2x + 2\pi n \Rightarrow 6x = \pi + 2\pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$$

בתחום : $0 \leq x \leq \pi$:

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \frac{\pi}{2}, x_4 = \frac{5\pi}{6}, x_5 = \pi$$

המשך בעמוד הבא

$$f(x) = 2 \cos^2 x + \sin^2 2x$$

$$f(0) = 2 + 0 = 2$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{3} = 2.25$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 0 + 0^2 = 0$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2 \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{3} = 2.25$$

$$f(\pi) = 2 \cdot (-1)^2 + 0^2 = 2$$

x	$x = 0$	$0 < x < \frac{\pi}{6}$	$x = \frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+		-
$f(x)$	2	↗	2.25	↘

x	$x = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$	$x = \frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6} < x < \pi$	$x = \pi$
$f'(x)$		+		-	
$f(x)$	0	↗	2.25	↘	2

את סימני העליה והירידה קבענו לפי שיעורי ה- y של הנקודות,

$$\text{ואז: } \min(\pi, 2), \min\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \min(0, 2)$$

$$\text{. } \max\left(\frac{5\pi}{6}, 2.25\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, 2.25\right)$$

(א) בעזרת שיעורי ה- y של הנקודות שמצאנו בסעיף הקודם,

ניתן לקבוע: $y_{\text{מקסימום מוחלט}} = 2.25$,

$y_{\text{מינימום מוחלט}} = 0$.

(ד) ראו סרטוט משמאלי.

$$g(x) = a f(x) + 2 \quad (i)$$

המקסימום המוחלט של $g(x)$ הוא 2.25 ושל $f(x)$ הוא 11,

$$11 = a \cdot 2.25 + 2$$

לכן:

$$9 = 2.25a \Rightarrow a = 4$$

(ii) המינימום המוחלט של $f(x)$ הוא 0, לכן המינימום המוחלט

$$g_{\min} = 4 \cdot 0 + 2 = 2$$

של $g(x)$



טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

❖ לכל ה大雨ות ❖ לכל השאלונים ❖ לכל הרמות