

פתרון מבחן מס' 39 (ספר מבחנים – שאלון 035803)

(1) נסמן ב- x ש"ח את המחיר של עותק "שירי רחלי" לפני ההנחה,

וב- y ש"ח את המחיר של עותק "בדמי ימיה" לפני ההנחה.

מהנתונים בשאלה נקבל מערכת משוואות:

$$\begin{cases} 6x + 8y = 520 \\ 6 \cdot \frac{100-20}{100} \cdot x + 8 \cdot \frac{100-15}{100} \cdot y = 430 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 8y = 520 & / \cdot 4.8 \\ 4.8x + 6.8y = 430 & / \cdot (-6) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 28.8x + 38.4y = 2,496 \\ -28.8x - 40.8y = -2,580 \end{cases}$$

$$-2.4y = -84 \Rightarrow y = 35$$

$$6x + 8 \cdot 35 = 520 \Rightarrow 6x = 240 \Rightarrow x = 40$$

תשובה: מחיר "שירי רחלי": 40 ש"ח, מחיר "בדמי ימיה": 35 ש"ח.

$$y=3 \Rightarrow (x-5)^2 + (3-7)^2 = 17 \Rightarrow (x-5)^2 = 1 \quad (א) \quad (2)$$

$$x-5=1 \Rightarrow x_B=6 \Rightarrow B(6,3)$$

$$x-5=-1 \Rightarrow x_A=4 \Rightarrow A(4,3)$$

(ב) נסמן: $C(x,0)$. מצאנו: $A(4,3)$, $B(6,3)$.

$$AC = BC \Rightarrow AC^2 = BC^2$$

$$(x-4)^2 + (0-3)^2 = (x-6)^2 + (0-3)^2$$

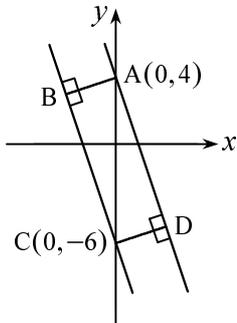
$$(x-4)(x-4) + 9 = (x-6)(x-6) + 9$$

$$x^2 - 4x - 4x + 16 + 9 = x^2 - 6x - 6x + 36 + 9$$

$$4x = 20 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow C(5,0)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{(x_B - x_A)(y_A - y_C)}{2} = \quad (ג)$$

$$= \frac{(6-4)(3-0)}{2} = 3 \text{ יחידות שטח}$$



(3) נתאר סקיצה של הישרים הנתונים והאנכים להם.

$y = 4 - 3x$ הוא ישר יורד החותך את ציר ה- y

בנקודה $A(0, 4)$.

$y = -6 - 3x$ הוא ישר מקביל לו

(שיפוע שניהם שווה ל-3)

וחותך את ציר ה- y בנקודה $C(0, -6)$.

המרובע ABCD הוא מלבן כי הוא מרובע בעל 4 זוויות ישרות

(שכום זוג זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים שווה ל- 180°).

מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1, ושיפועי שני הישרים הנתונים

שווים ל-3, לכן: $m_{AB} \cdot (-3) = -1 \Rightarrow m_{AB} = \frac{1}{3}$

משוואת AB: $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 4$

למציאת שיעורי הנקודה B נפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 4 \\ y = -6 - 3x \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}x + 4 = -6 - 3x \quad / \cdot 3$$

$$x + 12 = -18 - 9x \Rightarrow 10x = -30 \Rightarrow x = -3$$

$$y = -6 - 3 \cdot (-3) = 3 \Rightarrow B(-3, 3)$$

כמו כן: $A(0, 4)$, $C(0, -6)$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC$$

$$AB = \sqrt{(0+3)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ יחידות אורך}$$

$$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90} \text{ יחידות אורך}$$

$$S_{ABCD} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{90} = \sqrt{900} = 30 \text{ יחידות שטח} \quad \text{ואז:}$$

$x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$ (א) תחום הגדרה: (4)

$f'(x) = 16 \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right) + 2x = -\frac{32}{x^3} + 2x$ (ב) + (ג)

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{32}{x^3} + 2x = 0 \quad / \cdot x^3$

$-32 + 2x^4 = 0 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$

$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{16}{2^2} + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow (2, 8)$

$x = -2 \Rightarrow f(-2) = \frac{16}{(-2)^2} + (-2)^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow (-2, 8)$

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
f'(x)	-	0	+	נקודת אי- הגדרה	-	0	+
f(x)	↘	min	↗		↘	min	↗

$f'(-3) = -\frac{32}{(-3)^3} + 2 \cdot (-3) = -4\frac{22}{27} < 0$

$f'(-1) = -\frac{32}{(-1)^3} + 2 \cdot (-1) = 32 - 2 > 0$

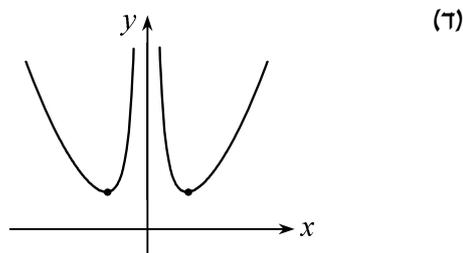
$f'(1) = -\frac{32}{1^3} + 2 \cdot 1 = -32 + 2 < 0$

$f'(3) = -\frac{32}{3^3} + 2 \cdot 3 = 4\frac{22}{27} > 0$

כלומר נקודות הקיצון הן: $\min(2, 8)$, $\min(-2, 8)$

תחומי עלייה: $-2 < x < 0$, $x > 2$

תחומי ירידה: $x < -2$, $0 < x < 2$



$$\int_0^1 (x^4 + 2ax^3 + a^2x^2) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{2ax^4}{4} + \frac{a^2x^3}{3} \Big|_0^1 = \quad (5)$$

$$= \left(\frac{1^5}{5} + \frac{2a \cdot 1^4}{4} + \frac{a^2 \cdot 1^3}{3} \right) - 0 = \frac{1}{5} + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{3}$$

$$f(a) = \frac{a^2}{3} + \frac{a}{2} + \frac{1}{5} \quad \text{נסמן:}$$

$$f'(a) = \frac{2a}{3} + \frac{1}{2}$$

$$f'(a) = 0 \Rightarrow \frac{2a}{3} + \frac{1}{2} = 0 \quad / \cdot 6$$

$$4a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

נבדוק שעבור $a = -\frac{3}{4}$ ערך האינטגרל מינימלי:

$$f''(a) = \frac{2}{3} > 0 \Rightarrow \min$$

תשובה: הערך של האינטגרל המסוים מינימלי כאשר $a = -\frac{3}{4}$.

$$\begin{cases} y = (x+4)^2 \\ y = x+6 \end{cases} \Rightarrow (x+4)^2 = x+6 \quad (6) \text{ (א)}$$

$$(x+4)(x+4) = x+6$$

$$x^2 + 4x + 4x + 16 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

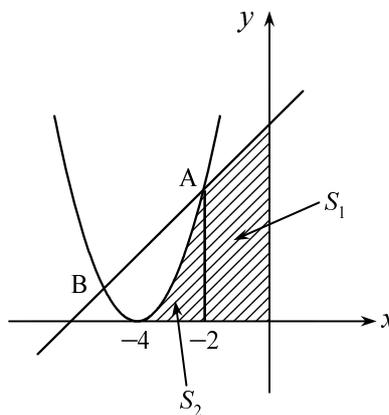
$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{-7 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7+3}{2} = -2 \Rightarrow x_A = -2$$

$$x_2 = \frac{-7-3}{2} = -5 \Rightarrow \text{מתאים לנקודה B}$$

$$y = (x+4)(x+4) = x^2 + 8x + 16 \quad (ב)$$

$$x_{\text{קדוק}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot 1} = -4$$



המשך בעמוד הבא <<<

(ג) נוריד אנך מהנקודה A לציר ה- x (ראו סרטוט בעמוד הקודם).

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x+6) dx = \left. \frac{x^2}{2} + 6x \right|_{-2}^0 = 0 - \left(\frac{4}{2} - 12 \right) = 10 \text{ יחידות שטח}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \int_{-4}^{-2} (x+4)^2 dx = \int_{-4}^{-2} (x^2 + 8x + 16) dx = \left. \frac{x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} + 16x \right|_{-4}^{-2} = \\ &= \left(\frac{-8}{3} + \frac{8 \cdot 4}{2} - 32 \right) - \left(\frac{-64}{3} + \frac{8 \cdot 16}{2} - 64 \right) = \\ &= -18\frac{2}{3} - \left(-21\frac{1}{3} \right) = 2\frac{2}{3} \text{ יחידות שטח} \end{aligned}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 10 + 2\frac{2}{3} = 12\frac{2}{3} \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות