פתרון מבחן מס' 30 (ספר מבחנים – שאלון 035805)

(1) סדרה מקורית (1): $A_1 = a_1 \ , \ Q = q : a_1 \ , \ a_1q \ , \ a_1q^2 \ , \ a_1q^3 \ , \ ...$

סדרה חדשה (2):

$A_1 = a_1 \ , \ Q = -q : a_1 \ , \ -a_1q \ , \ a_1q^2 \ , \ -a_1q^3 \ , \ ...$

(א) $S^{(1)} = 7 \cdot S^{(2)} \ \Rightarrow \ \frac{a_1}{1-q} = 7 \cdot \frac{a_1}{1+q} \ \Rightarrow \ 1+q = 7-7q$

$8q = 6 \ \Rightarrow \ q = \frac{3}{4}$

(ב) $S_5 = 390.5 \ \Rightarrow \ a_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 390.5$

$a_1 \cdot \frac{1-0.75^5}{1-0.75} = 390.5 \ \Rightarrow \ a_1 = 128$

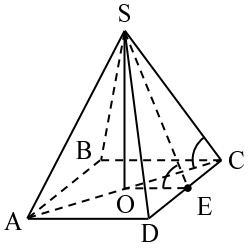
(2) SO הוא גובה הפירמידה,

לכן CO הוא ההיטל של SC על מישור הבסיס,

לכן: $\measuredangle SCO = \alpha$.

OE הוא ההיטל של SE על מישור הבסיס,

לכן: $\measuredangle SEO = \beta$.



(א) לפי משפט פיתגורס ב- ΔACD :

$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 10^2 + 10^2 = 200$

$AC = 10\sqrt{2}$ ס"מ

$OC = \frac{1}{2}AC = 5\sqrt{2}$ ס"מ

$OE = \frac{1}{2}AD = 5$ ס"מ

ב- ΔSOC : $\tan\alpha = \frac{SO}{OC} \ \Rightarrow \ SO = OC \cdot \tan\alpha = 5\sqrt{2}\tan\alpha$ ס"מ

ב- ΔSOE : $\tan\beta = \frac{SO}{OE} \ \Rightarrow \ SO = OE \cdot \tan\beta = 5\tan\beta$ ס"מ

מכאן: $5\sqrt{2}\tan\alpha = 5\tan\beta \ \Rightarrow \ \tan\beta = \sqrt{2}\tan\alpha$

(ב) $\alpha = 40° \ \Rightarrow \ \tan\beta = \sqrt{2}\tan 40° \ \Rightarrow \ \beta \approx 49.879°$

ב- ΔSOE : $\cos\beta = \frac{OE}{SE} \ \Rightarrow \ SE = \frac{OE}{\cos\beta} = \frac{5}{\cos\beta} \approx 7.759$ ס"מ

ב- ΔSEC : $\tan\measuredangle C = \frac{SE}{EC} = \frac{7.759}{5} \approx 1.552$

$\measuredangle C = \measuredangle SCD = 57.2°$

© כל הזכויות שמורות להוצאת שבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

(3) נבחר יחידת זמן: שבוע אחד.

$M_0 = \text{טון } k \ , \ q = 1 + \frac{p}{100}$

אחרי x שבועות יש בבריכה:

$M_x = \text{טון } k \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$

אחרי המכירה, יש בבריכה: $k \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x - k = \text{טון } k \cdot \left[\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x - 1\right]$

כעבור x שבועות נוספים יש $2k$ טון דגים, ולכן נקבל את המשוואה:

$$k \cdot \left[\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x - 1\right] \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x = 2k$$

$$(q^x - 1)q^x = 2 \ \Rightarrow \ q^{2x} - q^x - 2 = 0 \ \Rightarrow \ q^x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$q^x_1 = 2 \ , \ q^x_2 = -1$$

הפתרון $q^x_2 = -1$ לא ייתכן, כי $q^x > 0$ לכל ערך של x.

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x = 2 \ \Rightarrow \ x = \frac{\ln 2}{\ln(1 + \frac{p}{100})}$$

(4) (I) $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = -4 \cdot \frac{\pi}{8} + \pi = \frac{\pi}{2}$, (II) $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -4$

(א) לפי תנאי (II):

$$4 + a \cdot \sin\frac{\pi}{2} = -4 \ \Rightarrow \ a = -8$$

(ב)

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (4 - 8\sin 4x)\,dx = 4x + 2\cos 4x + C$$

לפי תנאי (I):

$$4 \cdot \frac{\pi}{8} + 2\cos\frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{2} \ \Rightarrow \ C = 0 \ \Rightarrow \ f(x) = 4x + 2\cos 4x$$

(ג)

$$f'(x) = 4 - 8\sin 4x$$

$$f'(x) = 0 \ \Rightarrow \ 4 - 8\sin 4x = 0 \ \Rightarrow \ \sin 4x = \frac{1}{2}$$

$$4x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \ \Rightarrow \ x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2} \ , \ n \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \ \Rightarrow \ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2} \ , \ k \in \mathbb{Z}$$

בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$ נמצאים הפתרונות: $x = \frac{\pi}{24}$, $x = \frac{5\pi}{24}$.

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות להוצאת שבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

x	$0<x<\frac{\pi}{24}$	$x=\frac{\pi}{24}$	$\frac{\pi}{24}<x<\frac{5\pi}{24}$	$x=\frac{5\pi}{24}$	$\frac{5\pi}{24}<x<\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	min	↗

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=4-8\sin\pi>0$, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=4-8\sin\frac{2\pi}{3}<0$

$f'\left(0.1\right)=4-8\sin 0.4>0$

בסך הכול: $x_{\max}=\frac{\pi}{24}$, $x_{\min}=\frac{5\pi}{24}$.

(ד) $x=\frac{3\pi}{8} \Rightarrow y=f\left(\frac{3\pi}{8}\right)=4\cdot\frac{3\pi}{8}+2\cos\frac{3\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}$

ישר מקביל לציר ה- x , משוואתו היא מהצורה $y=\text{const}$,

לכן: $y=\frac{3\pi}{2}$.

(5) (א) $f'(x)=-e^{-x}+2e^{-2x}$

$f'(x)=0 \Rightarrow -e^{-x}+2e^{-2x}=0 \Rightarrow -e^{-x}(1-2e^{-x})=0$

$1-2e^{-x}=0 \Rightarrow e^{-x}=\frac{1}{2}$ לכן: $e^{-x}>0$ לכל x ,

$-x=\ln\frac{1}{2} \Rightarrow x=\ln 2 \Rightarrow y=f(\ln 2)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

קיבלנו: $\left(\ln 2,\frac{1}{4}\right)$. נבדוק שבנקודה זו יש מקסימום.

$f''(x)=e^{-x}-4e^{-2x} \Rightarrow f''(\ln 2)=\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{4}<0 \Rightarrow \max$

(ב) $S=\int_{\ln 2}^{a}(e^{-x}-e^{-2x})\,dx=(-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})\Big|_{\ln 2}^{a}=$

$=-e^{-a}+\frac{1}{2}e^{-2a}-\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{72}$

נסמן: $e^{-a}=t$ ונקבל:

$-t+\frac{1}{2}t^2+\frac{3}{8}=\frac{7}{72} \quad /\cdot 72$

$36t^2-72t+20=0 \quad /:4 \quad \Rightarrow \quad 9t^2-18t+5=0$

$t_{1,2}=\frac{18\pm 12}{18} \Rightarrow t_1=\frac{5}{3}$, $t_2=\frac{1}{3}$

$t_1=\frac{5}{3} \Rightarrow e^{-a}=\frac{5}{3} \Rightarrow -a=\ln\frac{5}{3} \Rightarrow a=\ln\frac{3}{5}<\ln 2$ נפסל

$t_2=\frac{1}{3} \Rightarrow e^{-a}=\frac{1}{3} \Rightarrow -a=\ln\frac{1}{3} \Rightarrow a=\ln 3$

© כל הזכויות שמורות להוצאת שבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

גבי יקואל



www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות