פתרון מבחן מס' 28 (ספר מבחנים – שאלון 035805)

(1) נתון: $(I)\ a_1 = 2d \quad , \quad (II)\ a_{n-1} = \frac{7}{45}S_{n-2}$.

לפי תנאי (II): $a_1 + d(n-2) = \frac{7}{45}[2a_1 + d(n-3)]\cdot\frac{n-2}{2}$

נציב $2d$ במקום a_1: $/\cdot 90$ $2d + dn - 2d = \frac{7}{45}(4d + dn - 3d)\frac{n-2}{2}$

$90dn = 7(d+dn)(n-2) \quad / : d \neq 0$

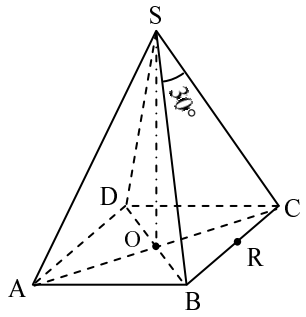
$90n = 7(1+n)(n-2)$

$7n^2 - 97n - 14 = 0 \ \Rightarrow\ n_{1,2} = \frac{97 \pm 99}{14} \ \Rightarrow\ n_1 = 14\ ,\ n_2 = -\frac{1}{7}$

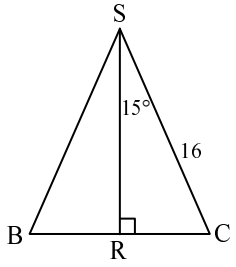
הפתרון $n_2 = -\frac{1}{7}$ מתבטל כי מספר איברים חייב להיות מספר טבעי.

תשובה: בסדרה זו יש 14 איברים.

(2) נתון: $SA = SB = SC = SD = 16$ ס"מ ,
$\sphericalangle ASB = \sphericalangle ASD = \sphericalangle BSC = \sphericalangle CSD = 30°$,
$BR = RC$.



(א) $SO \perp ABCD$, לכן OR הוא ההיטל של SR על הבסיס, לכן הזווית המבוקשת היא $\sphericalangle SRO$ (α).

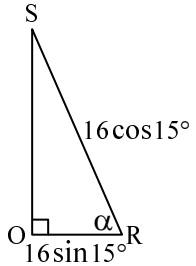


ב- ΔSBC (משולש שווה-שוקיים), התיכון SR לבסיס הוא גם חוצה-זווית הראש וגם גובה לבסיס.

$\sin 15° = \frac{RC}{SC} \ \Rightarrow\ RC = 16\sin 15°$ ס"מ

$\cos 15° = \frac{SR}{SC} \ \Rightarrow\ SR = 16\cos 15°$ ס"מ

ב- ΔSOR: $OR = RC = 16\sin 15°$



$\cos\alpha = \frac{16\sin 15°}{16\cos 15°} = \tan 15° \ \Rightarrow\ \alpha \approx 74.46°$

המשך בעמוד הבא ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות להוצאת מ ש ב צ ת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

(ב) ב- ΔSOA :

$$AO = \tfrac{1}{2}AC = \tfrac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \tfrac{1}{2}\sqrt{(2RC)^2 + (2RC)^2} =$$

$$= \sqrt{2RC^2} = \sqrt{2}\,RC = \text{ס"מ } 16\sqrt{2}\sin 15°$$

$$\cos\beta = \cos\measuredangle SAO = \frac{AO}{AS} = \frac{16\sqrt{2}\sin 15°}{16} = \sqrt{2}\cdot\sin 15°$$

$$\beta = \measuredangle SAO \approx 68.53°$$

(3) (א)

$$f'(x) = e^{2x} - e^2$$

$$f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; e^{2x} - e^2 = 0 \;\Rightarrow\; e^{2x} = e^2$$

$$2x = 2 \;\Rightarrow\; x = 1 \;\Rightarrow\; y = \tfrac{1}{2}e^2 - e^2 + 5 = 5 - \frac{e^2}{2}$$

x	$x<1$	$x=1$	$x>1$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	**min**	↗

$$f'(0) = 1 - e^2 < 0$$

$$f'(2) = e^4 - e^2 > 0$$

קיבלנו: $\min\left(1{,}5 - \frac{e^2}{2}\right)$.

(ב) תחום עלייה: $x > 1$, תחום ירידה: $x < 1$.

(ג) נקודת חיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y :

$$x = 0 \;\Rightarrow\; y = \tfrac{1}{2} - 0 + 5 = 5.5 \;\Rightarrow\; (0,5.5)$$

(ד) $y_{\min} = 5 - \frac{e^2}{2}$, לכן לכל x מתקיים: $y \ge y_{\min}$.

$$\tfrac{1}{2}e^{2x} - e^2 x + 5 \ge 5 - \frac{e^2}{2} \;\Rightarrow\; e^{2x} - 2e^2 x \ge -e^2 \approx -7.39$$

ולכן גם: $e^{2x} - 2e^2 x > -8$ לכל x .

(ה) משוואת המשיק בנקודת הקיצון היא מהצורה $y = y_{\min}$,

לכן המשוואה המבוקשת היא: $y = 5 - \frac{e^2}{2}$.

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון **035805**

(ו) לפונקציה $g(x)=3\cdot f(x)-2$ יש נקודת קיצון כמו לפונקציה $f(x)$, כלומר נקודת מינימום, ובאותו הערך של $x=1$.
נחשב את ערך ה- y של נקודת המינימום של $g(x)$:

$$y=3\cdot\left(5-\frac{e^2}{2}\right)-2=13-\frac{3e^2}{2} \quad\Rightarrow\quad \min\left(1,13-\frac{3e^2}{2}\right)$$

(ז) $h'(x)=f(x)$. הפונקציה $h(x)$ מקבלת ערך קיצון כאשר $h'(x)=0$, כלומר כאשר $f(x)=0$. אבל, $f(x)\neq 0$ לכל x, כי הערך המינימלי של $f(x)$ הוא $y_{\min}=5-\frac{e^2}{2}>0$, לכן לפונקציה $h(x)$ אין נקודות קיצון, ומכיוון ש- $h'(x)>0$ לכל x, הרי ש- $h(x)$ עולה לכל x.

(4) (א) (*i*) יש להזיז ביחידה אחת למטה.
(*ii*) יש לשקף על-ידי ציר ה- x ולמתוח פי 2.
(*iii*) יש לשקף על-ידי ציר ה- x ולכווץ פי 2.
(*iv*) יש להזיז ב- $\frac{\pi}{2}$ יחידות ימינה.

(ב) (*iv*) – ①, (*ii*) – ②, (*i*) – ③, (*iii*) – ④

(ג) ①
$$k(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos x \quad\Rightarrow\quad k'(x)=\sin x$$
$$k'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad \sin x=0 \quad\Rightarrow\quad x=\pi n\ ,\ n\in\mathbb{Z}$$
$$x=\pi \quad\Rightarrow\quad M_1(\pi,1)$$

②
$$g(x)=-2\sin x \quad\Rightarrow\quad g'(x)=-2\cos x$$
$$g'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad -2\cos x=0 \quad\Rightarrow\quad \cos x=0$$
$$x=\frac{\pi}{2}+\pi n\ ,\ n\in\mathbb{Z} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{\pi}{2} \quad\Rightarrow\quad M_2\left(\frac{\pi}{2},-2\right)$$

③
$$f(x)=\sin x-1 \quad\Rightarrow\quad f'(x)=\cos x$$
$$f'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad \cos x=0 \quad\Rightarrow\quad x=\frac{\pi}{2}+\pi n\ ,\ n\in\mathbb{Z}$$
$$x=\frac{\pi}{2} \quad\Rightarrow\quad M_3\left(\frac{\pi}{2},0\right)$$

④
$$h(x)=-\sin 2x \quad\Rightarrow\quad h'(x)=-2\cos 2x$$
$$h'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad -2\cos 2x=0 \quad\Rightarrow\quad \cos 2x=0$$
$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}\ ,\ n\in\mathbb{Z} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{\pi}{4} \quad\Rightarrow\quad M_4\left(\frac{\pi}{4},-1\right)$$

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

(5) (א) $f(x)=\int f'(x)\,dx=\int \frac{-2}{3(1-2x)^{\frac{2}{3}}}\,dx=-\frac{2}{3}\int (1-2x)^{-\frac{2}{3}}\,dx=$

$$=-\frac{2}{3}\cdot\frac{(1-2x)^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}\cdot(-2)}+\mathrm{C}=(1-2x)^{\frac{1}{3}}+\mathrm{C}$$

לפי הנתון $f(-13)=3$, נקבל:

$$\sqrt[3]{1-2\cdot(-13)}+\mathrm{C}=3$$

$$\sqrt[3]{27}+\mathrm{C}=3 \quad\Rightarrow\quad 3+\mathrm{C}=3 \quad\Rightarrow\quad \mathrm{C}=0$$

תשובה: $f(x)=(1-2x)^{\frac{1}{3}}$.

(ב) $1-2x\geq 0 \quad\Rightarrow\quad x\leq\frac{1}{2}$

(ג) נמצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x :

$$y=0 \quad\Rightarrow\quad (1-2x)^{\frac{1}{3}}=0 \quad\Rightarrow\quad 1-2x=0 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad x=\tfrac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad \left(\tfrac{1}{2},0\right)$$

מכיוון שעבור $x<\frac{1}{2}$ מתקיים: $1-2x>0$, הרי ש- $f(x)>0$

לכל x בתחום $x<\frac{1}{2}$, ואז:

$$S=\int_0^{\frac{1}{2}}(1-2x)^{\frac{1}{3}}\,dx=\left.\frac{3\cdot(1-2x)^{\frac{4}{3}}}{4\cdot(-2)}\right|_0^{\frac{1}{2}}=-\frac{3}{8}(1-2x)^{\frac{4}{3}}\Big|_0^{\frac{1}{2}}=$$

$$=-\frac{3}{8}(0-1)=\frac{3}{8}\ \text{יחידת שטח}$$

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035805

גבי יקואל



www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות