

### פתרונות מבחון מס' 27 (ספר מבחנים – שאלון 035805)

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-3} = 765 \quad (*) \quad (א) \quad (1)$$

$$a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 + \dots + a_1q^{n-1} = 3,060$$

$$q^2(a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-3}) = 3,060$$

ניעזר ב (\*) ונציב 765 ב מקום הגורם הימני ונקבל :

$$q^2 = 4 \Rightarrow q = \pm 2 \Rightarrow q = 2$$

(כי נתון שכל האיברים חיוביים)

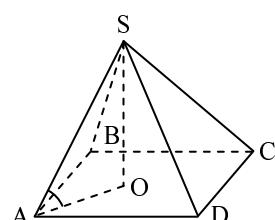
$$(ב) \text{ נתון כי: } a_1q^4 = a_1q + 42 \quad \text{לכן: } a_5 = a_2 + 42$$

$$a_1 \cdot 2^4 = a_1 \cdot 2 + 42 \Rightarrow 16a_1 = 2a_1 + 42 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$(ג) \text{ לפי * : } S_{n-2} = 765 \Rightarrow a_1 \frac{q^{n-2}-1}{q-1} = 765$$

$$3 \cdot \frac{2^{n-2}-1}{2-1} = 765 \Rightarrow 2^{n-2}-1=255 \Rightarrow 2^{n-2}=256=2^8$$

$$n-2=8 \Rightarrow n=10$$



(2) עקב גובה הפירמידה SO הוא נקודת החיתוך  
של אלכסוני הבסיס ABCD, לכן  
הזווית הנתונה היא  $\angle SAO = \alpha$ .  
לפי משפט פיתגורס ב-  $\triangle ADC$

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

$$AO = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 13 = 6.5$$

$$\tan \alpha = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \tan \alpha = 6.5 \cdot \tan \alpha : ASO$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot DC \cdot SO = \\ &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 5 \cdot \frac{13}{2} \cdot \tan \alpha = 130 \cdot \tan \alpha \end{aligned}$$

(3) נסמן ב-  $x$  את שווי הדירות בשנת ה- ח' – ית (במיליוני ש"ח),

וב-  $y$  את שווי הקרקע בשנת ה- ח' – ית (במיליוני ש"ח).

$$x_3 = x_0 \cdot \left( \frac{100\% + 10\%}{100\%} \right)^3 = x_0 \cdot 1.1^3 = 1.331x_0$$

$$y_3 = y_0 \cdot \left( \frac{100\% + 2\%}{100\%} \right)^3 = y_0 \cdot 1.02^3 = 1.061208y_0$$

(א) לפי הנתונים, נבנה את מערכת המשוואות :

$$\begin{cases} x_0 + y_0 = 4 \\ x_3 + y_3 = 4.514624 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 + y_0 = 4 \\ 1.331x_0 + 1.061208y_0 = 4.514624 \end{cases}$$

$$y_0 = 4 - x_0 \Rightarrow 1.331x_0 + 1.061208 \cdot (4 - x_0) = 4.514624$$

$$0.269792x_0 = 0.269792 \Rightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 4 - 1 = 3$$

**תשובה:** שווי הדירות : 1,000,000 ש"ח, שווי הקרקע : 3,000,000 ש"ח.

$$1 \cdot 1.1^n > 3 \cdot 1.02^n \Rightarrow \frac{1.1^n}{1.02^n} > 3 \Rightarrow \left( \frac{1.1}{1.02} \right)^n > 3 \quad (\text{ב})$$

$$n \ln \frac{1.1}{1.02} > \ln 3 \Rightarrow n > \frac{\ln 3}{\ln \frac{1.1}{1.02}} \Rightarrow n > 14.549\dots$$

(הבסיס של הלוגריתם גדול מ- 1, וכן  $\frac{1.1}{1.02} > 1$ , לכן  $\frac{1.1}{1.02} > 0$ ).

**תשובה:** כעבור 14.55 שנים.

שווי הבניין יהיה :

כלומר 8,000,000 ש"ח (בקירוב).

נתון: (א) (i) (4)

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}\right) = 0 \Rightarrow y'\left(e^{-\frac{3}{4}}\right) = 0$$

$$y' = \frac{\frac{4}{x} \cdot x - (4 \ln x + a)}{x^2} = \frac{4 - 4 \ln x - a}{x^2}$$

$$4 - 4 \ln\left(e^{-\frac{3}{4}}\right) - a = 0 \Rightarrow 4 + 4 \cdot \frac{3}{4} - a = 0 \Rightarrow a = 7$$

$$y = \frac{4 \ln x + 7}{x}, y' = \frac{4 - 4 \ln x - 7}{x^2} = \frac{-3 - 4 \ln x}{x^2} \quad (ii)$$

$$x = e^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}} \Rightarrow y = \frac{4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 7}{e^{-\frac{3}{4}}} = 4e^{\frac{3}{4}}$$

|      |                               |                               |                               |
|------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| x    | $x < \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$ | $x = \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$ | $x > \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$ |
| $y'$ | +                             | 0                             | -                             |
| y    | ↗                             | <b>max</b>                    | ↘                             |

$$y'(1) = \frac{-3 - 4 \cdot 0}{1^2} < 0$$

$$y'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{-3 + 4}{+} > 0$$

$$\text{קיבלנו: } \max\left(\frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}, 4\sqrt[4]{e^3}\right)$$

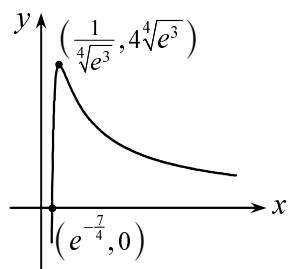
$$x > 0 \quad (\text{ב})$$

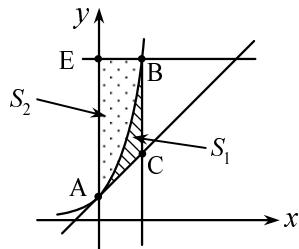
$$(\text{ג}) \text{ לפי הטליה: תחום עלייה: } 0 < x < \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}, \text{ תחום ירידה: } x > \frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$$

$$y = 0 \Rightarrow 4 \ln x + 7 = 0 \quad : x \text{ נקודת חיתוך עם ציר ה-} x$$

$$\ln x = -\frac{7}{4} \Rightarrow x = e^{-\frac{7}{4}} \Rightarrow \left(e^{-\frac{7}{4}}, 0\right)$$

(ד)





(א) נמצאת שיעור ה-  $y$  של נקודה A , נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-  $y$  :

$$y = e^0 = 1 \Rightarrow A(0,1)$$

$$f'(x) = e^x$$

$$m_A = f'(0) = e^0 = 1$$

משוואת המשיק :

$$y - y_A = m_A(x - x_A) \Rightarrow y - 1 = 1 \cdot (x - 0) \Rightarrow y = x + 1$$

(ב) נמצאת שיעורי נקודה B :

$$y_B = e \Rightarrow e = e^x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow B(1,e)$$

הנקודה C היא נקודת החיתוך של האנך מנקודה B לציר ה-  $x$

והמשיק לגרף הפונקציה בנקודה A . מכאן :

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 + 1 = 2 \Rightarrow C(1,2)$$

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= S_{\text{טרפזoid}} = \frac{AE + CB}{2} \cdot EB = \frac{(y_E - y_A) + (y_B - y_C)}{2} \cdot (x_B - x_E) = \\ &= \frac{(e - 1) + (e - 2)}{2} \cdot (1 - 0) = \frac{2e - 3}{2} = \text{יחידות שטח } \left(e - \frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

$$S_2 = \int_0^1 (e - e^x) dx = \left(ex - e^x\right) \Big|_0^1 = e - e - (0 - 1) = 1 \text{ יחידת שטח}$$

$$S_1 = S_{\text{טרפזoid}} - S_2 = e - \frac{3}{2} - 1 = \text{יחידת שטח } \left(e - 2.5\right)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{e - 2.5} \approx 4.58$$



טלפון: 04-8200929

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

❖ לכל ה大雨ות ❖ לכל השאלונים ❖ לכל הרמות