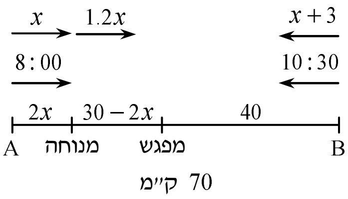
פתרון מבחן מס' 33 (ספר מבחנים – שאלון 035804)



(1) (א) נסמן ב- x קמ"ש את מהירות

הולך הרגל הראשון בשעתיים הראשונות,

ואז: $1.2x$ קמ"ש $=\frac{100+20}{100}x$ יסמן

את מהירות הולך הרגל הראשון אחרי המנוחה,

ו- $(x+3)$ קמ"ש יסמן את מהירות הולך הרגל השני.

בשעתיים הראשונות הולך הרגל הראשון עבר מרחק של $2x$ ק"מ $=2\cdot x$,

ומרחקו עד נקודת הפגישה: $(30-2x)$ ק"מ.

מרחק זה עבר ב- $\frac{30-2x}{1.2x}$ שעות.

הולך רגל שני עבר 40 ק"מ עד הפגישה, ועבר מרחק זה ב- $\frac{40}{x+3}$ שעות.

נתחשב בכך שהולך הרגל השני יצא $2\frac{1}{2}$ שעות אחרי הולך הרגל הראשון

ובכך שהולך הרגל הראשון נח $\frac{1}{2}$ שעה, ונקבל את המשוואה:

$$2+\frac{1}{2}+\frac{30-2x}{1.2x}=\frac{40}{x+3}+2\frac{1}{2}$$

$$48x=(30-2x)(x+3) \quad\Rightarrow\quad 48x=30x+90-2x^2-6x$$

$$2x^2+24x-90=0 \quad /:2 \quad\Rightarrow\quad x^2+12x-45=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-12\pm\sqrt{144+180}}{2}=\frac{-12\pm 18}{2} \quad\Rightarrow\quad x_1=3\ ,\ x_2=-15$$

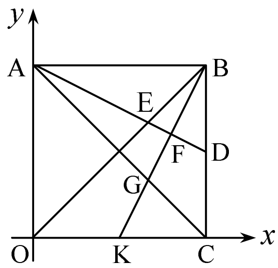
הפתרון $x_2=-15$ מבוטל כי מהירות היא גודל חיובי.

כלומר הולך הרגל שיצא מ- A צעד במהירות 3 קמ"ש בשעתיים הראשונות לצעידתו.

(ב) הולך שני יצא ב- 10:30 והלך $\frac{40}{x+3}$ שעות, כלומר: $6\frac{2}{3}$ שעות $=\frac{40}{3+3}$.

לכן הולכי הרגל ייפגשו בשעה $10\frac{1}{2}+6\frac{2}{3}=17\frac{1}{6}$.

10 דקות $=\frac{1}{6}$ שעה, כלומר הולכי הרגל נפגשו בשעה 17:10 .



(2) (א) D היא נקודת אמצע BC , לכן :

$$AB = BC = 2 \cdot BD \quad \Rightarrow \quad \frac{AB}{BD} = 2$$

בריבוע האלכסונים חוצים את הזוויות,

לכן לפי משפט חוצה-זווית ב- ΔABD :

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BD} = 2$$

(ב) מכיוון שאורך צלע הריבוע הוא 4 , ניתן לקבוע :

$$A(0,4)\ ,\ B(4,4)\ ,\ C(4,0)$$

$$D\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right) = D\left(\frac{4+4}{2}, \frac{4+0}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad D(4,2)$$

$$m_{OB} = \frac{4-0}{4-0} = 1$$

משוואת BO :

$$y - 0 = 1 \cdot (x - 0) \quad \Rightarrow \quad y = x$$

$$m_{AD} = \frac{2-4}{4-0} = -\frac{1}{2}$$

משוואת AD :

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 0) \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{1}{2}x + 4$$

מציאת שיעורי הנקודה E :

$$\begin{cases} y = x \\ y = -\frac{1}{2}x + 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \Rightarrow \quad 1\frac{1}{2}x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 2\frac{2}{3}$$

$$x = 2\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad y = 2\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad E\left(2\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}\right)$$

(ג) (*i*)

$$BF \perp AD \quad \Rightarrow \quad m_{BF} \cdot m_{AD} = -1$$

$$m_{BF} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \quad \Rightarrow \quad m_{BF} = 2$$

משוואת BF :

$$y - 4 = -2(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y = 2x - 4$$

$$m_{AC} = \frac{0-4}{4-0} = -1$$

משוואת AC :

$$y - 4 = -1 \cdot (x - 0) \quad \Rightarrow \quad y = -x + 4$$

שיעורי הנקודה G :

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 2x - 4 = -x + 4 \quad \Rightarrow \quad 3x = 8 \quad \Rightarrow \quad x = 2\frac{2}{3}$$

$$x = 2\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad y = -2\frac{2}{3} + 4 = 1\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad G\left(2\frac{2}{3}\ ,\ 1\frac{1}{3}\right)$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(*ii*) נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של המשך BF עם ציר ה- x (הנקודה K):

$$y=0 \Rightarrow 0=2x-4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow \mathrm{K}(2,0)$$

$$\mathrm{O}(0,0)\ ,\ \mathrm{C}(4,0) \Rightarrow \frac{x_{\mathrm{O}}+x_{\mathrm{C}}}{2}=\frac{0+4}{2}=2=x_{\mathrm{K}}$$

$y_{\mathrm{O}}=y_{\mathrm{C}}=0=y_{\mathrm{K}} \Rightarrow$ K היא נקודת אמצע הקטע OC

(*iii*) $\mathrm{A}(0,4)\ ,\ \mathrm{E}(2\frac{2}{3},2\frac{2}{3})\ ,\ \mathrm{G}(2\frac{2}{3},1\frac{1}{3})\ ,\ \mathrm{O}(0,0)$

$x_{\mathrm{E}}=x_{\mathrm{G}}=2\frac{2}{3} \Rightarrow$ EG || ציר ה- y $\Rightarrow$ EG || AO

$$\mathrm{AE}^2=\left(2\frac{2}{3}-0\right)^2+\left(\frac{2}{3}-4\right)^2=8\frac{8}{9}=\frac{80}{9}$$

כלומר: $\frac{\sqrt{80}}{3}$ יחידות אורך = AE .

$\mathrm{OG}=\sqrt{\left(2\frac{2}{3}\right)^2+\left(1\frac{1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{64}{9}+\frac{16}{9}}=\sqrt{\frac{80}{9}}=$ $\frac{\sqrt{80}}{3}$ יחידות אורך

כלומר: $\mathrm{OG}=\mathrm{AE}$, EG || AO ,

ולכן AEGO הוא טרפז שווה-שוקיים.

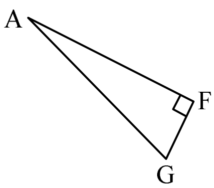
$$\mathrm{AO}=4-0=4$$

$$\mathrm{EG}=2\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}$$

$$\mathrm{h}_{\text{גובה הטרפז}}=x_{\mathrm{E}}-x_{\mathrm{O}}=2\frac{2}{3}$$

מכאן: $S_{\text{טרפז}}=\frac{(\mathrm{AO}+\mathrm{EG})\cdot \mathrm{h}}{2}=\frac{(4+1\frac{1}{3})\cdot 2\frac{2}{3}}{2}=$ $7\frac{1}{9}$ יחידות שטח

(ד) ב- $\Delta\mathrm{AFG}$: $\measuredangle\mathrm{AFG}=90^\circ$.



$$\mathrm{AF}>\mathrm{EF}=\frac{\sqrt{80}}{3} \Rightarrow \mathrm{AF}>\frac{\sqrt{80}}{3}$$

$$\mathrm{GF}<\mathrm{GE}=2\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}$$

כי ב- $\Delta\mathrm{EGF}$ הניצב קטן מהיתר.

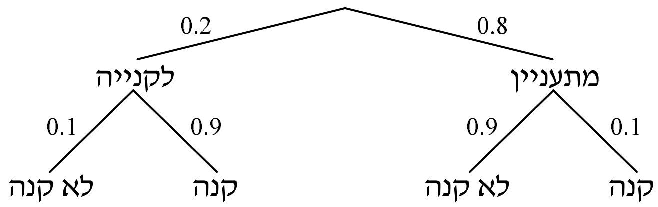
מכאן נקבל: $\mathrm{AF}>\mathrm{GF} \Leftarrow \frac{\sqrt{80}}{3}>\frac{4}{3}$.

סכום שתי זוויות חדשות במשולש ישר-זווית AFG שווה ל- 90° ,

ובמשולש מול צלע גדולה מונחת זווית גדולה, ומכאן:

$$\measuredangle\mathrm{AGF}>\frac{90^\circ}{2}=45^\circ$$

(3) נבנה עץ הסתברויות לפי הנתונים.



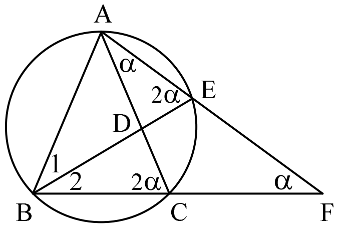
(א)
$$P(\text{קנה}) = P(\text{לקנייה}) \cdot P(\text{קנה} / \text{לקנייה}) + P(\text{מתעניין}) \cdot P(\text{קנה} / \text{מתעניין}) =$$
$$= 0.2 \cdot 0.9 + 0.8 \cdot 0.1 = 0.26$$

(ב)
$$P(\text{לקנייה} / \text{קנה}) = \frac{P(\text{לקנייה} \cap \text{קנה})}{P(\text{קנה})} = \frac{0.2 \cdot 0.9}{0.26} = \frac{18}{26} = \frac{9}{13}$$

(ג)
$$P(\text{לקנייה} / \text{לא קנה}) = \frac{P(\text{לקנייה} \cap \text{לא קנה})}{P(\text{לא קנה})} = \frac{0.2 \cdot 0.1}{0.2 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.9} = \frac{1}{37}$$

$$P(\text{2 מתוך 2 לא קנו}) = \left(\frac{1}{37}\right)^2 = \frac{1}{1{,}369}$$

(ד)
$$P(\text{לפחות אחד מתוך 2 לא קנה}) = 1 - P(\text{שניהם לא קנו}) =$$
$$= 1 - [P(\text{לא קנה})]^2 = 1 - (0.2 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.9)^2 =$$
$$= 1 - 0.74^2 = 0.4524$$



(4) (א) (*i*) נתון: $\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$,

$\measuredangle ABE = \frac{1}{2} \cdot \measuredangle ACB$,

$AF =$ 25 ס״מ , $EF =$ 16 ס״מ .

נסמן: $\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2 = \alpha$.

$\measuredangle ABC = \measuredangle B_1 + \measuredangle B_2 = 2\alpha$ (חיבור זוויות + הצבה)

$\measuredangle CAE = \measuredangle B_2 = \alpha$ (זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות זו לזו)

$\measuredangle ACB = \measuredangle CAF + \measuredangle F$ (זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה)

$\measuredangle ACB = 2 \cdot \measuredangle ABE = 2\alpha$ (נתון $\measuredangle ABE = \frac{1}{2} \cdot \measuredangle ACB$ + הצבה)

$\Downarrow$

$2\alpha = \alpha + \measuredangle F$ (הצבה)

$\measuredangle F = \alpha$

$\measuredangle AEB = \measuredangle ACB = 2\alpha$ (זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות זו לזו)

ז. $\measuredangle B_1 = \measuredangle F = \alpha$

ז. $\measuredangle AEB = \measuredangle ABF = 2\alpha$

$\Downarrow$

$\Delta AEB \sim \Delta ABF$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

(*ii*) $AE = AF - EF =$ (חיסור קטעים)

$= 25 - 16 =$ 9 ס״מ

$\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF}$ (פרופורציית צלעות מתאימות במשולשים דומים)

$\frac{9}{AB} = \frac{AB}{25} \Rightarrow AB =$ 15 ס״מ (הצבה)

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(*iii*) $\measuredangle B_2 = \measuredangle F = \alpha$

$BE = EF = 16$ ס״מ (במשולש מול זוויות שוות
מונחות צלעות שוות)

$\frac{BE}{BF} = \frac{AE}{AB}$ (פרופורציית צלעות מתאימות
במשולשים דומים)

$\frac{16}{BF} = \frac{9}{15}$ (הצבה)

$\Downarrow$

$BF = \frac{16 \cdot 15}{9} = 26\frac{2}{3}$ ס״מ

(ב) $\measuredangle ACE = \measuredangle B_1 = \alpha$ (זוויות היקפיות הנשענות
על אותה הקשת שוות זו לזו)

ז. $\measuredangle ACE = \measuredangle EBF = \alpha$

ז. $\measuredangle CAE = \measuredangle EFB = \alpha$

$\Downarrow$

$\Delta BEF \sim \Delta AEC$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

(ג) ז. $\measuredangle CAF = \measuredangle EBF = \alpha$

ז. $\measuredangle AFC = \measuredangle EFB = \alpha$

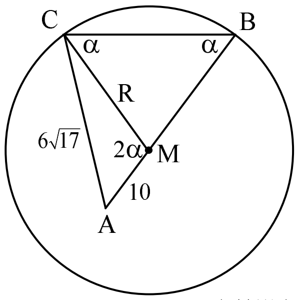
$\Downarrow$

$\Delta ACF \sim \Delta BEF$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

$\frac{CF}{EF} = \frac{AF}{BF}$ (פרופורציית צלעות מתאימות
במשולשים דומים)

$\frac{CF}{16} = \frac{25}{26\frac{2}{3}}$ (הצבה)

$CF = \frac{25 \cdot 16}{26\frac{2}{3}} = 15$ ס״מ



(5) (א) נתון: $AC = 6\sqrt{17}$ ס"מ ,

$AM = 10$ ס"מ , $\text{tg}\measuredangle ABC = \frac{4}{3}$.

$$CM = MB = R$$
$$\Downarrow$$

$\measuredangle MCB = \measuredangle MBC = \alpha$ (במשולש מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות + סימון)

$\measuredangle CMA = \alpha + \alpha = 2\alpha$ (זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינו צמודות לה)

לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔACM :

$$(6\sqrt{17})^2 = R^2 + 10^2 - 2\cdot R\cdot 10\cdot \cos 2\alpha$$

$$612 = R^2 + 100 - 20R\cos 2\alpha \quad (*)$$

ניעזר בזהויות הטריגונומטריות:
$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$
$$\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

ונקבל:
$$\cos^2\alpha = \frac{1}{\tan^2\alpha + 1} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1} = \frac{9}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cdot\frac{9}{25} - 1 = -\frac{7}{25}$$

נציב $-\frac{7}{25}$ במקום $\cos 2\alpha$ ב- $(*)$ ונקבל:

$$612 = R^2 + 100 - 20R\cdot\left(-\frac{7}{25}\right) \quad \Rightarrow \quad R^2 + 5.6R - 512 = 0$$

$$R_{1,2} = \frac{-5.6 \pm \sqrt{5.6^2 + 4\cdot 512}}{2} = \frac{-5.6 \pm 45.6}{2}$$

$$R_1 = 20 \ , \ R_2 = -25.6$$

הפתרון $R_2 = -25.6$ נפסל כי רדיוס הוא גודל חיובי.

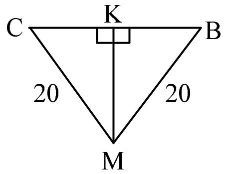
תשובה: $R = 20$ ס"מ .

המשך בעמוד הבא ►►►

(ב) במשולש שווה-שוקיים CBM

נוריד גובה MK לבסיס CB.

במשולש ישר-זווית BKM:



$$\mathrm{KB} = \mathrm{MB} \cdot \cos \measuredangle \mathrm{B} = 20 \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = 20 \cdot \frac{3}{5} = $$ 12 ס״מ

גובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא גם תיכון לבסיס, לכן:

$$\mathrm{CK} = \mathrm{KB} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{BC} = 2 \cdot \mathrm{KB} = 2 \cdot 12 = $$ 24 ס״מ

(6) (א) $f(x) = \sqrt{-x^2 + \mathrm{m}x + \mathrm{k}}$, $\mathrm{m}, \mathrm{k} > 0$,

נתון: $f'(0) \cdot f'(7) = -1$, $f'(4) = 0$.

$$f'(x) = \frac{-2x + \mathrm{m}}{2\sqrt{-x^2 + \mathrm{m}x + \mathrm{k}}}$$

$$f'(4) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{-2 \cdot 4 + \mathrm{m}}{+} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{m} = 8$$

$$f'(0) \cdot f'(7) = -1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{m}}{2\sqrt{\mathrm{k}}} \cdot \frac{\mathrm{m} - 14}{2\sqrt{-49 + 7\mathrm{m} + \mathrm{k}}} = -1$$

$$\frac{8}{2\sqrt{\mathrm{k}}} \cdot \frac{-6}{2\sqrt{-49 + 56 + \mathrm{k}}} = -1 \quad \Rightarrow \quad -48 = -4 \cdot \sqrt{\mathrm{k}} \cdot \sqrt{\mathrm{k} + 7}$$

$$\sqrt{\mathrm{k}(\mathrm{k} + 7)} = 12 \quad /(\,)^2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{k}(\mathrm{k} + 7) = 144$$

$$\mathrm{k}^2 + 7\mathrm{k} - 144 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{k}_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 4 \cdot 144}}{2} = \frac{-7 \pm 25}{2}$$

$$\mathrm{k}_1 = 9 \ , \ \mathrm{k}_2 = -16$$

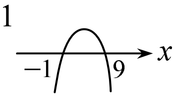
הפתרון $\mathrm{k}_2 = -16$ מבוטל, כי נתון $\mathrm{k} > 0$.

כלומר: $\mathrm{k} = 9$, $\mathrm{m} = 8$ ו- $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x + 9}$.

(ב) תחום הגדרה:

$$-x^2 + 8x + 9 \ge 0$$

$$-x^2 + 8x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-8 \pm 10}{-2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9 \ , \ x_2 = -1$$



כלומר תחום ההגדרה: $-1 \le x \le 9$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

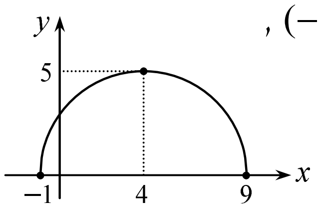
(ג) $x=0 \Rightarrow f(0)=\sqrt{9}=3 \Rightarrow (0,3)$

$f(x)=0 \Rightarrow x_1=-1 \; , \; x_2=9 \Rightarrow (-1,0) \; , \; (9,0)$

(ד) – (ו) $f'(x)=\dfrac{-2x+8}{2\sqrt{-x^2+8x+9}}=0 \Rightarrow -2x+8=0 \Rightarrow x=4$

$x=4 \Rightarrow y=\sqrt{-16+32+9}=5 \Rightarrow (4,5)$

בקצוות מצאנו: $(-1,0) \; , \; (9,0)$.



כלומר מינימום מקומי ומוחלט: $(-1,0) \; , \; (9,0)$,

מקסימום מקומי ומוחלט: $(4,5)$,

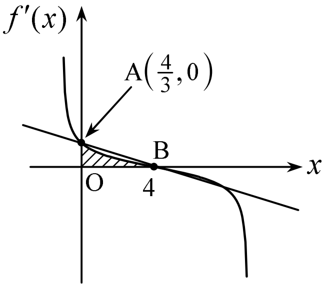
תחום עלייה: $-1 \le x < 4$,

תחום ירידה: $4 < x \le 9$.

(ז) האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ הן בנקודות ההתאפסות של המכנה בביטוי של $f'(x)$, כלומר: $x=-1$, $x=9$.

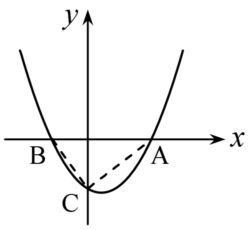
(ח) $x=0 \Rightarrow f'(0)=\dfrac{-2\cdot 0+8}{2\sqrt{-0^2+8\cdot 0+9}}=\dfrac{8}{2\cdot 3}=\dfrac{4}{3} \Rightarrow \left(0,\frac{4}{3}\right)$

(ט) נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f'(x)$ והצירים ברביע הראשון.



$$S_1 < S_{\Delta ABO}=\frac{4\cdot\frac{4}{3}}{2}=\frac{8}{3}$$

לכן מתקיים: $S_1 < \frac{8}{3}$ יחידות שטח .



(7) (א) $f(x)=x^2+\frac{3-3a^2}{a}x-9$ ‏($a>0$).

$$x_C=0 \Rightarrow y_C=0+0-9 \Rightarrow C(0,-9)$$

נראה כי הנקודות $A(3a,0)$, $B\left(-\frac{3}{a},0\right)$

נמצאות על גרף הפונקציה:

$$0\overset{?}{=}(3a)^2+\frac{3-3a^2}{a}\cdot 3a-9 \Rightarrow 0\overset{?}{=}9a^2+(3-3a^2)\cdot 3-9$$

$$0\overset{?}{=}9a^2+9-9a^2-9 \Rightarrow 0=0$$

כלומר הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה (ונמצאת על ציר ה- x).

$$0\overset{?}{=}\left(-\frac{3}{a}\right)^2+\frac{3-3a^2}{a}\cdot\left(-\frac{3}{a}\right)-9 \Rightarrow 0\overset{?}{=}\frac{9}{a^2}-\frac{3(3-3a^2)}{a^2}-9$$

$$0\overset{?}{=}\frac{9}{a^2}-\frac{9-9a^2}{a^2}-9 \Rightarrow 0\overset{?}{=}\frac{9-9+9a^2-9a^2}{a^2} \Rightarrow 0=0$$

כלומר הנקודה B (הנמצאת על ציר ה- x) נמצאת על גרף הפונקציה.

(ב)

$$f(a)=S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot h_{AB}}{2}=\frac{(x_A-x_B)(y_A-y_C)}{2}=$$

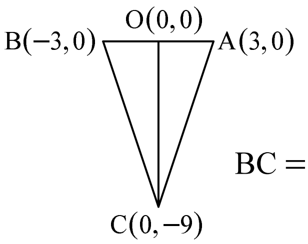
$$=\frac{\left(3a+\frac{3}{a}\right)(0+9)}{2}=\frac{27}{2}\left(a+\frac{1}{a}\right)$$

$$f'(a)=0 \Rightarrow \frac{27}{2}\left(1-\frac{1}{a^2}\right)=0 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=\pm 1$$

נתון $a>0$, לכן נקבל: $a=1$.

$$f''(a)=\frac{27}{2}\left(1-\frac{1}{a^2}\right)'=\frac{27}{2}\cdot\frac{2}{a^3} \Rightarrow f''(1)>0 \Rightarrow \min$$

(ג) $S_{min}=f(1)=\frac{27}{2}\left(1+\frac{1}{1}\right)=$ 27 יחידות שטח



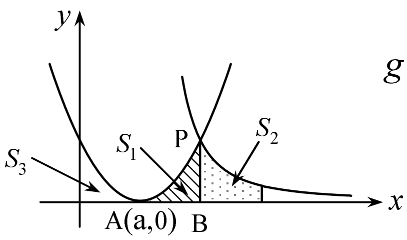
(ד) (*i*) $CO\perp AB$, $AO=3$, $CO=9$.

$$\tan\measuredangle A=\frac{9}{3}=3 \Rightarrow \measuredangle A=71.565^\circ$$

(*ii*) $BC=\sqrt{3^2+9^2}=\sqrt{90}=$ $3\sqrt{10}$ יחידות אורך

לפי משפט הסינוסים ב- ΔABC :

$$\frac{BC}{\sin\measuredangle A}=2R \Rightarrow R=\frac{BC}{2\sin\measuredangle A}=\frac{3\sqrt{10}}{2\sin 71.565^\circ}=$$ 5 יחידות אורך



(8) (א) $f(x)=(x-\mathrm{a})^2$, $g(x)=\left(\frac{\mathrm{b}^2}{x-\mathrm{a}}\right)^2$

($\mathrm{a}>0$, $\mathrm{b}>0$).

מציאת שיעורי הנקודה P :

$$f(x)=g(x) \Rightarrow (x-\mathrm{a})^2=\frac{\mathrm{b}^4}{(x-\mathrm{a})^2} \Rightarrow (x-\mathrm{a})^4=\mathrm{b}^4$$

$$x_1-\mathrm{a}=\mathrm{b} \Rightarrow x_1=\mathrm{a}+\mathrm{b}$$

$$x_2-\mathrm{a}=-\mathrm{b} \Rightarrow x_2=\mathrm{a}-\mathrm{b}$$

נתון כי $x_{\mathrm{P}}>\mathrm{a}$ ו- $\mathrm{b}>0$, לכן הפתרון $x_2=\mathrm{a}-\mathrm{b}$ אינו מתאים.

$$x_{\mathrm{P}}=\mathrm{a}+\mathrm{b} \Rightarrow y_{\mathrm{P}}=(\mathrm{a}+\mathrm{b}-\mathrm{a})^2=\mathrm{b}^2 \Rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{a}+\mathrm{b},\mathrm{b}^2)$$

(ב) שיעורי הנקודה A :

$$y=0 \Rightarrow (x-\mathrm{a})^2=0 \Rightarrow x=\mathrm{a} \Rightarrow \mathrm{A}(\mathrm{a},0)$$

$$S_1=\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{a+b}}(x-\mathrm{a})^2\,dx=\left[\frac{(x-\mathrm{a})^3}{3}\right]\Bigg|_{\mathrm{a}}^{\mathrm{a+b}}=\frac{\mathrm{b}^3}{3}-0=\frac{\mathrm{b}^3}{3}$$ יחידות שטח

$$S_2=\int_{\mathrm{a+b}}^{\mathrm{a+3}}\frac{\mathrm{b}^4}{(x-\mathrm{a})^2}\,dx=\int_{\mathrm{a+b}}^{\mathrm{a+3}}\mathrm{b}^4(x-\mathrm{a})^{-2}\,dx=\left[\frac{\mathrm{b}^4\,(x-\mathrm{a})^{-1}}{-1}\right]\Bigg|_{\mathrm{a+b}}^{\mathrm{a+3}}=$$

$$=-\frac{\mathrm{b}^4}{3}+\frac{\mathrm{b}^4}{\mathrm{b}}=\mathrm{b}^3-\frac{\mathrm{b}^4}{3}$$ יחידות שטח

נתון: $S_1=S_2$, לכן:

$$\frac{\mathrm{b}^3}{3}=\mathrm{b}^3-\frac{\mathrm{b}^4}{3} \quad /\cdot\frac{3}{\mathrm{b}^3}$$

$$1=3-\mathrm{b} \Rightarrow \mathrm{b}=2 \Rightarrow S_1=\frac{\mathrm{b}^3}{3}=\frac{2^3}{3}=\frac{8}{3}$$ יחידות שטח

(ג) נתון: $S_3=S_1$, לכן: $S_3=\frac{8}{3}$ יחידות שטח .

$$S_3=\int_0^{\mathrm{a}}(x-\mathrm{a})^2\,dx=\left[\frac{(x-\mathrm{a})^3}{3}\right]\Bigg|_0^{\mathrm{a}}=0-\frac{(-\mathrm{a})^3}{3}=\frac{\mathrm{a}^3}{3}$$

לכן:

$$\frac{\mathrm{a}^3}{3}=\frac{8}{3} \Rightarrow \mathrm{a}^3=8 \Rightarrow \mathrm{a}=2$$

גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◈ לכל הכיתות ◈ לכל השאלונים ◈ לכל הרמות