פתרון מבחן מס' 26 (ספר מבחנים – שאלון 035803)

(1) נסמן ב- x ש"ח מחיר של טיסה ב"נופשון"

וב- y ש"ח מחיר של יום אירוח אחד ב"נופשון",

ואז $0.9x$ ש"ח $= \frac{100-10}{100}x$ יהיה מחיר של טיסה ב"טיולון"

ו- $1.2y$ ש"ח $= \frac{100+20}{100}\cdot y$ יהיה מחיר של יום אירוח אחד ב"טיולון".

לפי נתוני השאלה נרכיב מערכת משוואות:

מחירי החבילות זהים: $x+5y=0.9x+5\cdot 1.2y$

המחיר של הזמנת יאיר: $0.9x+5y=4,200$

$$\begin{cases} x+5y=0.9x+5\cdot 1.2y \\ 0.9x+5y=4,200 \end{cases}$$

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x+5y=0.9x+6y \\ 0.9x+5y=4,200 \end{cases} \Rightarrow 0.1x=y$$

נציב $0.1x$ במקום y במשוואה השנייה ונקבל:

$$0.9x+5\cdot 0.1x=4,200 \Rightarrow 1.4x=4,200 \Rightarrow x=3,000$$

ואז: $y=0.1\cdot 3,000=300$.

(א) המחיר של הטיסה בחברת "נופשון" הוא 3,000 ש"ח.

(ב) המחיר הכולל של חבילת הנופש בחברת "נופשון" הוא:

$x+5y=3,000+5\cdot 300=$ 4,500 ש"ח

(2) **(א)** $(x-8)^2+y^2=50$

כדי למצוא את שיעורי הנקודות A ו- B יש לפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y=-5 \\ (x-8)^2+y^2=50 \end{cases}$$

$$(x-8)^2+(-5)^2=50 \Rightarrow (x-8)^2=25$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

$x-8=5 \;\Rightarrow\; x=13 \;\Rightarrow\; \mathrm{B}(13,-5)$

$x-8=-5 \;\Rightarrow\; x=3 \;\Rightarrow\; \mathrm{A}(3,-5)$

(ב) (*i*) ממשוואת המעגל נסיק: $\mathrm{M}(8,0)$.

M היא נקודת אמצע הקוטר BC, לכן לפי נוסחת שיעורי אמצע קטע נקבל:

$$x_{\mathrm{M}}=\frac{x_{\mathrm{B}}+x_{\mathrm{C}}}{2} \;\Rightarrow\; 8=\frac{13+x_{\mathrm{C}}}{2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 16=13+x_{\mathrm{C}} \;\Rightarrow\; x_{\mathrm{C}}=3$$

$$y_{\mathrm{M}}=\frac{y_{\mathrm{B}}+y_{\mathrm{C}}}{2} \;\Rightarrow\; 0=\frac{-5+y_{\mathrm{C}}}{2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 0=-5+y_{\mathrm{C}} \;\Rightarrow\; y_{\mathrm{C}}=5$$

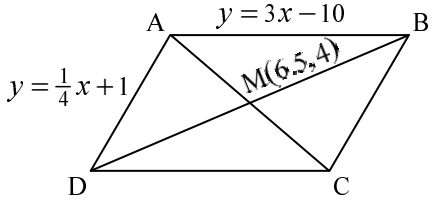
כלומר: $\mathrm{C}(3,5)$.

(*ii*)
$$S_{\mathrm{OCMA}}=S_{\Delta\mathrm{OCM}}+S_{\Delta\mathrm{OMA}}=\frac{\mathrm{OM}\cdot\mathrm{h}_1}{2}+\frac{\mathrm{OM}\cdot\mathrm{h}_2}{2}=$$

$$=\frac{(x_{\mathrm{M}}-x_0)(y_{\mathrm{C}}-0)}{2}+\frac{(x_{\mathrm{M}}-x_0)(0-y_{\mathrm{A}})}{2}=$$

$$=\frac{(8-0)\cdot 5}{2}+\frac{(8-0)\cdot 5}{2}=40 \text{ יחידות שטח}$$

(3) $3x-y=10 \;\Rightarrow\; y=3x-10$



A היא נקודת החיתוך של הישרים AD ו- AB ואת שיעוריה נקבל מפתרון מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y=3x-10 \\ y=\frac{1}{4}x+1 \end{cases} \;\Rightarrow\; 3x-10=\frac{1}{4}x+1$$

$$2\tfrac{3}{4}x=11 \;/:2\tfrac{3}{4} \;\Rightarrow\; x=4 \;\Rightarrow\; y=3\cdot 4-10=2 \;\Rightarrow\; \mathrm{A}(4,2)$$

אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה, לכן הנקודה $\mathrm{M}(6.5,4)$ היא נקודת אמצע הקטע AC, ולפי נוסחת שיעורי אמצע קטע נקבל:

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

© כל הזכויות שמורות להוצאת מ ש ב צ ת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

$$\begin{cases} 6.5=\frac{4+x_C}{2} \Rightarrow 13=4+x_C \Rightarrow x_C=9 \\ 4=\frac{2+y_C}{2} \Rightarrow 8=2+y_C \Rightarrow y_C=6 \end{cases} \Rightarrow C(9,6)$$

במקבילית צלעות נגדיות מקבילות, לכן $BC \parallel AD$,

ולכן: $m_{BC}=m_{AD}=\frac{1}{4}$

משוואת BC: $y-6=\frac{1}{4}(x-9) \Rightarrow y=\frac{1}{4}x+3\frac{3}{4}$

B היא נקודת החיתוך של הישרים BC ו- AB

ואת שיעוריה נקבל מפתרון מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y=3x-10 \\ y=\frac{1}{4}x+3\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow 3x-10=\frac{1}{4}x+3\frac{3}{4}$$

$$2\frac{3}{4}x=13\frac{3}{4} \Rightarrow x=5 \Rightarrow y=3\cdot 5-10=5$$

כלומר $B(5,5)$.

M היא נקודת אמצע הקטע BD ולכן:

$$\begin{cases} 6.5=\frac{5+x_D}{2} \Rightarrow 13=5+x_D \Rightarrow x_D=8 \\ 4=\frac{5+y_D}{2} \Rightarrow 8=5+y_D \Rightarrow y_D=3 \end{cases} \Rightarrow D(8,3)$$

(4) נקודות חיתוך עם הצירים: $x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow (0,0)$

$$y=0 \Rightarrow 0=x(2x^2-15x+36)$$

$$2x^2-15x+36=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{15\pm\sqrt{225-288}}{4}$$

למשוואה זו אין פתרונות ממשיים, לכן גרף הפונקציה חותך את הצירים

רק בנקודה $(0,0)$.

$$y'=6x^2-30x+36$$

$$y'=0 \Rightarrow 6x^2-30x+36=0 \quad /:6$$

$$x^2-5x+6=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון **035803**

$$x_1=\frac{5+1}{2}=3 \;\Rightarrow\; y_1=2\cdot 3^3-15\cdot 3^2+36\cdot 3=27 \;\Rightarrow\; (3,27)$$
$$x_2=\frac{5-1}{2}=2 \;\Rightarrow\; y_2=2\cdot 2^3-15\cdot 2^2+36\cdot 2=28 \;\Rightarrow\; (2,28)$$

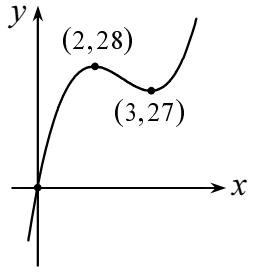
x	$x<2$	$x=2$	$2<x<3$	$x=3$	$x>3$
y'	+	0	−	0	+
y	↗	max	↘	min	↗

$$y'(0)=36>0$$
$$y'(4)=6\cdot 4^2-30\cdot 4+36>0$$
$$y'(2.5)=6\cdot 2.5^2-30\cdot 2.5+36<0$$

כלומר: $\max(2,28)$, $\min(3,27)$.

תחומי עלייה: $x<2$, $x>3$.

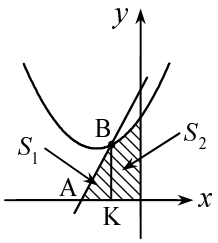
תחומי ירידה: $2<x<3$.



על סמך מה שמצאנו,

נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(5) נמצא את שיעורי הנקודות A ו- B שבסרטוט.



$$y_A=0 \;\Rightarrow\; 0=4x+16$$
$$x_A=-4 \;\Rightarrow\; A(-4,0)$$
$$x^2+5x+10=4x+16 \;\Rightarrow\; x^2+x-6=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{-1\pm 5}{2} \;\Rightarrow\; x_1=-3\ ,\ x_2=2$$

כלומר: $x_B=-3 \;\Rightarrow\; y_B=4\cdot(-3)+16=4 \;\Rightarrow\; B(-3,4)$

נוריד אנך מ- B לציר ה- x החותך אותו ב- K, מכאן: $K(-3,0)$.

$$S_{\text{מבוקש}}=S_1+S_2$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון **035803**

$$S_1 = \frac{AK \cdot BK}{2} = \frac{(-3+4)\cdot 4}{2} = 2 \text{ יחידות שטח}$$

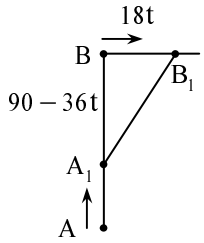
$$S_2 = \int_{-3}^{0} (x^2 + 5x + 10)\,dx = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 10x \Big|_{-3}^{0} =$$

$$= 0 - \left[\frac{-3^3}{3} + \frac{5\cdot(-3)^2}{2} + 10\cdot(-3)\right] = 0 - (-9 + 22.5 - 30) =$$

$$= 16.5 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 2 + 16.5 = 18.5 \text{ יחידות שטח}$$

(6) (א) t שעות אחרי יציאתם,



ספינה A תגיע לנקודה A_1

וספינה B תגיע לנקודה B_1.

$$AA_1 = t\cdot 36 = 36t \text{ ק"מ}$$

$$BB_1 = t\cdot 18 = 18t \text{ ק"מ}$$

ואז: $A_1B = (90-36t)$ ק"מ

לפי משפט פיתגורס ב- ΔA_1BB_1 :

$$(A_1B_1)^2 = (18t)^2 + (90-36t)^2$$

$$(A_1B_1)^2 = 324t^2 + 8,100 - 6,480t + 1,296t^2 =$$

$$= 1,620t^2 - 6,480t + 8,100$$

(ב) נסמן: $f(t) = (A_1B_1)^2$.

$$f'(t) = 3,240t - 6,480$$

$$f'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3,240t - 6,480 = 0 \quad /:3,240 \quad \Rightarrow \quad t = 2$$

$$f''(t) = 3,240 > 0 \quad \Rightarrow \quad \min$$

תשובה: שעתיים מרגע יציאת הספינות לדרך, יהיה ריבוע המרחק ביניהן מינימלי.

(ג) $f_{\min} = f(2) = 1,620\cdot 2^2 - 6,480\cdot 2 + 8,100 = 1,620$

ולכן המרחק המינימלי בין הספינות: $(A_1B_1)_{\min} = \sqrt{1,620} \approx 40.25$ ק"מ

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

גבי יקואל



www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות