פתרון מבחן מס' 16 (ספר מבחנים – שאלון 035803)

(1) נסמן ב- x את מספר המחברות שקנה יואב בקיץ,

ואז כל מחברת שקנה בקיץ עולה $\frac{65}{x}$ ש"ח.

בחורף כל מחברת עולה: $\frac{52}{x}$ ש"ח $= 0.8\cdot\frac{65}{x} = \frac{100-20}{100}\cdot\frac{65}{x}$

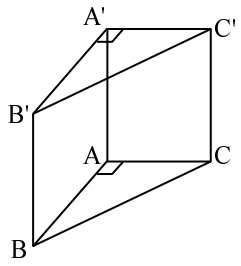
ומספר המחברות שקנה יואב בחורף הוא $(x+5)$.

מנתוני השאלה נרכיב את המשוואה: $\frac{52}{x}\cdot(x+5)=62 \quad /\cdot x$

$$52x+260=62x \quad\Rightarrow\quad 260=10x \quad\Rightarrow\quad x=26$$

תשובה: יואב קנה בקיץ 26 מחברות.

(2) (א) נתון: $\sphericalangle BAC=\sphericalangle B'A'C'=90°$.



נסמן ב- x ס"מ את אורך היתר BC ואז:

$$AC=\frac{100-20}{100}\cdot x = 0.8x \text{ ס"מ}$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔABC:

$$AC^2+AB^2=BC^2$$
$$(0.8x)^2+AB^2=x^2 \quad\Rightarrow\quad 0.64x^2+AB^2=x^2$$
$$AB^2=0.36x^2 \quad\Rightarrow\quad AB=\sqrt{0.36x^2}$$

כלומר: $AB = 0.6x$ ס"מ.

AB קטן מהיתר BC ב- $x-0.6x=0.4x$ ס"מ,

כלומר ב- $\frac{0.4x}{x}\cdot 100\% = 40\%$.

(ב) (*i*) נתון: $AB+BC+AC=48$ ס"מ

כלומר:

$$0.6x+x+0.8x=48$$
$$2.4x=48 \quad /:2.4 \quad\Rightarrow\quad x=20$$

ואז: $AB=0.6\cdot 20=12$ ס"מ, $AC=0.8\cdot 20=16$ ס"מ,

$BC=20$ ס"מ.

(*ii*) נתון: $AA'=12$ ס"מ, ואז:

$$V_{\text{מנסרה}} = \text{שטח הבסיס}\cdot\text{גובה המנסרה} = \frac{AB\cdot AC}{2}\cdot AA' =$$
$$= \frac{12\cdot 16}{2}\cdot 12 = 1{,}152 \text{ סמ"ק}$$

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

(3) (א) הנקודה $O(0,0)$ נמצאת על המעגל $(x-3)^2+(y-6)^2=\mathrm{R}$,

לכן: $(0-3)^2+(0-6)^2=\mathrm{R}^2$

כלומר: $\mathrm{R}^2=9+36=45$

ומשוואת המעגל היא: $(x-3)^2+(y-6)^2=45$

(ב) (*i*) נקודה A ($y_{\mathrm{A}}=3$) נמצאת על המעגל, לכן:

$$(x-3)^2+(3-6)^2=45 \quad \Rightarrow \quad (x-3)^2+9=45$$
$$(x-3)^2=36$$
$$x-3=6 \quad \Rightarrow \quad x_1=9$$
$$x-3=-6 \quad \Rightarrow \quad x_2=-3$$

מכיוון שהנקודה A נמצאת ברביע השני, הרי ש- $x_{\mathrm{A}}=-3$,

כלומר: $\mathrm{A}(-3,3)$.

(*ii*) נמצא את שיעורי הנקודות B ו- C:

$$x_{\mathrm{C}}=0 \quad \Rightarrow \quad (0-3)^2+(y-6)^2=45 \quad \Rightarrow \quad (y-6)^2=36$$
$$y-6=6 \quad \Rightarrow \quad y_1=12$$
$$y-6=-6 \quad \Rightarrow \quad y_2=0$$

מכאן נקבל: $\mathrm{C}(0,12)$.

$$y_{\mathrm{B}}=0 \quad \Rightarrow \quad (x-3)^2+(0-6)^2=45 \quad \Rightarrow \quad (x-3)^2=9$$
$$x-3=3 \quad \Rightarrow \quad x_1=6$$
$$x-3=-3 \quad \Rightarrow \quad x_2=0$$

מכאן נקבל: $\mathrm{B}(6,0)$.

$$\mathrm{m}_{\mathrm{BC}}=\frac{12-0}{0-6}=-2 \quad , \quad \mathrm{m}_{\mathrm{AO}}=\frac{3-0}{-3-0}=-1$$

מכיוון שהשיפועים אינם שווים, הרי ש- AO אינו מקביל ל- BC .

(ג) $$S_{\Delta \mathrm{AOB}}=\frac{\text{הגובה לצלע OB}\cdot \mathrm{OB}}{2}=\frac{(x_{\mathrm{B}}-x_{\mathrm{O}})(y_{\mathrm{A}}-y_{\mathrm{O}})}{2}=$$
$$=\frac{(6-0)(3-0)}{2}=9 \text{ יחידות שטח}$$

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

(4) (א)

$$f(x)=(x-2)(x^2-x-12)$$

$$y=0 \;\Rightarrow\; (x-2)(x^2-x-12)=0$$

$$x^2-x-12=0 \;\Rightarrow\; x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot(-12)}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}$$

$$x_1=4\ ,\ x_2=-3$$

$$x-2=0 \;\Rightarrow\; x_3=2$$

כלומר נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הן:

$(4,0)$, $(2,0)$, $(-3,0)$.

(ב) הנקודה הימנית מבין הנקודות שמצאנו בסעיף (א) היא $(4,0)$.

$$f(x)=(x-2)(x^2-x-12)=x^3-x^2-12x-2x^2+2x+24$$

כלומר:

$$f(x)=x^3-3x^2-10x+24$$

$$f'(x)=3x^2-6x-10$$

$$f'(4)=3\cdot 4^2-6\cdot 4-10=48-24-10=14$$

משוואת המשיק ששיפועו 14 ועובר דרך $(4,0)$:

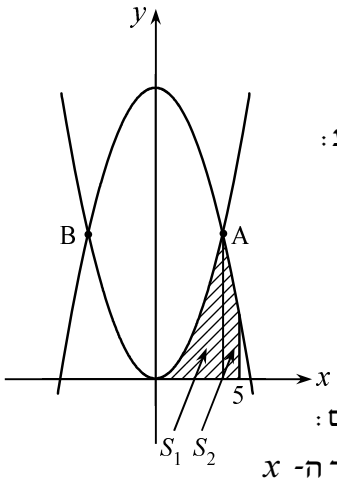
$$y-0=14(x-4) \;\Rightarrow\; y=14x-56$$

(5) (א) למציאת שיעורי ה- x של נקודות החיתוך A ו- B , נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=-x^2+32 \end{cases} \;\Rightarrow\; x^2=-x^2+32$$

$$2x^2=32 \;\Rightarrow\; x^2=16$$

כלומר: $x_B=-4$, $x_A=4$.



(ב) נמצא את השטח המבוקש כסכום של שני שטחים:

S_1 – השטח בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין ציר ה- x בגבולות מ- 0 ועד $x_A=4$,

S_2 – השטח שבין גרף הפונקציה $g(x)$ לבין ציר ה- x בגבולות מ- 4 ועד 5 .

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון **035803**

$$S_1=\int_0^4 x^2\,dx=\frac{x^3}{3}\Big|_0^4=\frac{4^3}{3}-0=\frac{64}{3}=21\frac{1}{3}\ \text{יחידות שטח}$$

$$S_2=\int_4^5 (32-x^2)\,dx=32x-\frac{x^3}{3}\Big|_4^5=\left(32\cdot 5-\frac{5^3}{3}\right)-\left(32\cdot 4-\frac{4^3}{3}\right)=$$

$$=118\frac{1}{3}-106\frac{2}{3}=11\frac{2}{3}\ \text{יחידות שטח}$$

כלומר: $S_{\text{מקווקו}}=21\frac{1}{3}+11\frac{2}{3}=33$ יחידות שטח

(6) (א) $f(x)$ היא פונקציה ממעלה ראשונה, ולכן הגרף שלה הוא קו ישר,
כלומר גרף I.
$g(x)$ היא פונקציה ריבועית, לכן הגרף שלה הוא פרבולה,
כלומר גרף II.

(ב) מכיוון שהקטע AB מקביל לציר ה- y, הרי ש- $x_A=x_B$.
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודות A ו- B, ואז:

$$y_A=\frac{1}{3}t^2+4\quad,\quad y_B=\frac{t-1}{3}$$

$$f(t)=AB=y_A-y_B=\frac{1}{3}t^2+4-\frac{t-1}{3}$$

$$f'(t)=\frac{2}{3}t-\frac{1}{3}$$

$$f'(t)=0\ \Rightarrow\ \frac{2}{3}t-\frac{1}{3}=0\ \ /\cdot 3\ \Rightarrow\ 2t-1=0\ \Rightarrow\ t=\frac{1}{2}$$

$$f''(t)=\frac{2}{3}>0\ \Rightarrow\ \min$$

תשובה: כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי,
שיעור ה- x של הנקודות A ו- B צריך להיות $\frac{1}{2}$.

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035803

גבי יקואל



www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות