

פתרון מבחן מס' 13 (ספר מבחנים – שאלון 035803)

(1) נסמן ב- x את מספר הטלויזיות שקנה סוחר א'.

ואז $x + 4$ הוא מספר הטלויזיות שקנה סוחר ב'.

$$\frac{100-20}{100} \cdot 4,000 = 3,200 \text{ ש"ח} \quad \text{מחיר כל טלויזיה לסוחר א':}$$

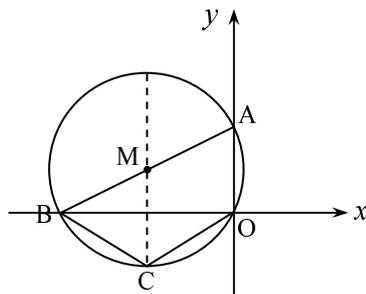
$$\frac{100-30}{100} \cdot 4,000 = 2,800 \text{ ש"ח} \quad \text{מחיר כל טלויזיה לסוחר ב':}$$

על-סמך הנתון בשאלה נרכיב את המשוואה:

$$3,200x = 2,800(x + 4) \quad / : 400$$

$$8x = 7(x + 4) \Rightarrow 8x = 7x + 28 \Rightarrow x = 28$$

תשובה: סוחר א' קנה 28 טלויזיות וסוחר ב' קנה 32 טלויזיות.



$$(x + 12)^2 + (y - 5)^2 = 169 \quad (2)$$

(א) נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y :

$$x = 0 \Rightarrow 144 + (y - 5)^2 = 169$$

$$(y - 5)^2 = 25$$

$$y - 5 = 5 \quad \text{או} \quad y - 5 = -5$$

$$y = 10 \quad \text{או} \quad y = 0$$

$$A(0,10) \quad , \quad O(0,0)$$

נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x :

$$y = 0 \Rightarrow (x + 12)^2 + 25 = 169 \Rightarrow (x + 12)^2 = 144$$

$$x + 12 = 12 \quad \text{או} \quad x + 12 = -12$$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x = -24$$

$$O(0,0) \quad , \quad B(-24,0)$$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{OB \cdot OA}{2} = \frac{(x_O - x_B) \cdot (y_A - y_O)}{2} = \frac{(0 + 24) \cdot (10 - 0)}{2} = \quad (i) \quad (ב)$$

$$= 120 \text{ יחידות שטח}$$

$$x_C = x_M = -12 \quad (ii)$$

כלומר משוואת הקוטר המאונך לציר ה- x :

למציאת שיעור ה- y של נקודה C נציב $x = -12$

$$0^2 + (y - 5)^2 = 169 \quad \text{במשוואת המעגל ונקבל:}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$y - 5 = 13 \quad \text{או} \quad y - 5 = -13$$

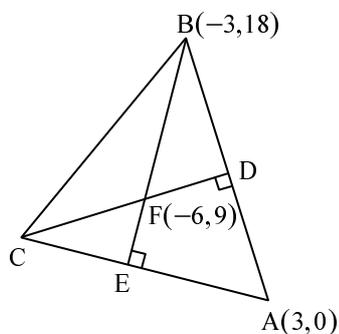
$$y = 18 \quad \text{או} \quad y = -8$$

↓

↓

M מעל נקודה C(-12, -8)

$$\begin{aligned} S_{ABCO} &= S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOC} = 120 + \frac{\text{הגובה ל-BO} \cdot \text{BO}}{2} = \\ &= 120 + \frac{(x_O - x_B) \cdot (y_O - y_C)}{2} = 120 + \frac{(0 + 24) \cdot (0 + 8)}{2} = \\ &= 120 + \frac{24 \cdot 8}{2} = 120 + 96 = 216 \text{ יחידות שטח} \end{aligned}$$



$$CD \perp AB \Rightarrow m_{CD} \cdot m_{AB} = -1 \quad (\text{א}) \quad (3)$$

$$m_{AB} = \frac{18-0}{-3-3} = -3 \Rightarrow m_{CD} = \frac{1}{3}$$

משוואת CD העובר דרך F(-6,9)

$$\text{ושיפועו } m = \frac{1}{3}$$

$$y - 9 = \frac{1}{3}(x + 6)$$

$$y = \frac{1}{3}x + 11 \quad \text{כלומר:}$$

$$m_{BE} = \frac{y_B - y_F}{x_B - x_F} = \frac{18-9}{-3+6} = \frac{9}{3} = 3 \quad (\text{ב})$$

(ג) C היא נקודת החיתוך של הישרים CD ו-AC,

$$m_{AC} \cdot m_{BE} = -1 \text{ לכן } AC \perp BE$$

$$m_{AC} \cdot 3 = -1 \Rightarrow m_{AC} = -\frac{1}{3}$$

משוואת AC העובר דרך A(3,0) ושיפועו $m = -\frac{1}{3}$:

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

מציאת שיעורי נקודה C:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 11 \\ y = -\frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3} + 11 = -\frac{x}{3} + 1 \Rightarrow \frac{2x}{3} = -10 \Rightarrow x = -15$$

$$y = -\frac{15}{3} + 11 = 6 \Rightarrow C(-15, 6) \quad \text{כלומר:}$$

(4) (א) נתון: $BC = b$, $AC = 9$

$PC = x \Rightarrow P = 9 - x$

$$f(x) = AP^2 + BP^2 + CP^2 = (9 - x)^2 + \underbrace{(b^2 + x^2)}_{\substack{\text{לפי משפט פיתגורס} \\ \Delta BPC - ב}}$$

כלומר: $f(x) = 81 - 18x + x^2 + b^2 + x^2 + x^2$

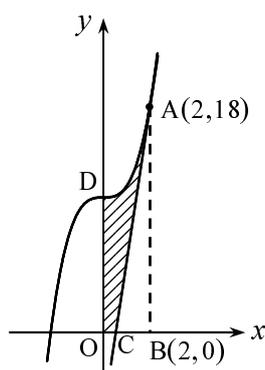
$f(x) = 3x^2 - 18x + 81 + b^2$

$f'(x) = 6x - 18$ (ב)

$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 18 = 0 \Rightarrow x = 3$

$f''(x) = 6 > 0 \Rightarrow \min$

תשובה: עבור $x = 3$ סכום ריבועי המרחקים של נקודה P מקדקודי המשולש יהיה מינימלי.



(5) (א) $f(x) = x^3 + 10$

$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 + 10 = 18$

A(2, 18) נקודת השקה:

$f'(x) = 3x^2$

$f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$

משוואת המשיק: $y - 18 = 12(x - 2)$

$y - 18 = 12x - 24 \Rightarrow y = 12x - 6$

(ב) נוריד מנקודה A אנך לציר ה-x בנקודה B(2, 0).

את השטח המבוקש נמצא כהפרש בין S_{ODAB} , השטח מתחת לפרבולה

בגבולות מאפס ועד 2, לבין שטח ΔABC .

C היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.

$y = 0 \Rightarrow 0 = 12x - 6 \Rightarrow 12x = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow C(\frac{1}{2}, 0)$

$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AB}{2} = \frac{(2 - \frac{1}{2}) \cdot 18}{2} = 13\frac{1}{2}$ יחידות שטח

$S_{ODAB} = \int_0^2 (x^3 + 10) dx = \frac{x^4}{4} + 10x \Big|_0^2 = \frac{2^4}{4} + 10 \cdot 2 - 0 =$

$= 24$ יחידות שטח

$S_{\text{מבוקש}} = 24 - 13\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$ יחידות שטח

$$y = x^3 + 1, A(1,2) \quad (6) \quad (א)$$

$$y' = 3x^2$$

$$y'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3$$

$$y - 2 = 3(x - 1) \quad \text{משוואת המשיק:}$$

$$y = 3x - 1$$

(ב) שיעור ה- y של נקודה על המשיק שבה $x = -2$:

$$y = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

שיעור ה- y של נקודה על גרף הפונקציה שבה $x = -2$:

$$y = (-2)^3 + 1 = -8 + 1 = -7$$

הנקודה ששיעוריה $(-2, -7)$ נמצאת גם על המשיק וגם על גרף הפונקציה לכן המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה $(-2, -7)$ (השונה מנקודת ההשקה $(1, 2)$).

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות