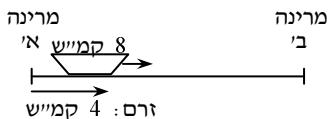


פתרונות מבחן מס' 10 (ספר מבחנים – שאלון 035804)

(1) נסמן את המרחק בין המרינות א' ו- ב' ב- S .



מהירות הסירה הראשונה במים עומדים 8 קמ"ש.
לכן, מהירותה כשתה עם כיוון הזרם:

$$12 \text{ קמ"ש} = 8 + 4.$$



הדרך שעבירה הסירה הראשונה במשך 1.5 שעות:
 $1.5 \cdot 12 = 18$ ק"מ.



מהירות הסירה השנייה ביחס לסירה הראשונה
היא: $36 \text{ קמ"ש} = 44 - 8$.
לכן, הסירה השנייה תציג את הסירה הראשונה
 $t = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ שעה.

כלומר, נקודת הפגיעה נמצאת במרחק $24 \text{ ק"מ} = \frac{1}{2} \cdot (44 + 4)$ ממרינה א',
ובמרחק $S - 24$ ק"מ ממרינה ב'.

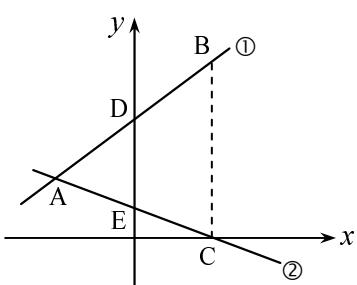
מהירות הסירה הראשונה בדרך חוזרת למרינה א' (נגד הזרם)
היא $4 \text{ קמ"ש} = 8 - 4$.

הזמן מנקודת הפגיעה ועד להגעת הסירה הראשונה למרינה א'
הוא 6 שעות. $\frac{24}{4} = 6$.

הזמן מנקודת הפגיעה ועד להגעת הסירה השנייה למרינה ב' הוא $\frac{S-24}{48}$ שעות.

לפי נתוני הבעיה משך הזמן מנקודת הפגיעה ועד להגעת כל אחת מהסירות
למרינות שווה.

$$\frac{S-24}{48} = 6 \Rightarrow S - 24 = 6 \cdot 48 \Rightarrow S = 312 \text{ ק"מ} \quad \text{לכן:}$$



(א) שיפוע הישר $y = \frac{3}{4}x + 6$ הוא $\frac{3}{4}$ לכן המשווה מתאימה לישר העולה בפרטות, כלומר, לישר ①.

$$(ב) (i) נתון BC = 9$$

$$\begin{aligned} y_B = 9 &\Rightarrow 9 = \frac{3}{4}x + 6 \\ \frac{3}{4}x = 3 &\Rightarrow x_B = 4 \end{aligned}$$

$$B(4, 9)$$

$$x_C = x_B = 4 \Rightarrow C(4, 0) \quad (ii)$$

שיעור נקודה : D

$$x_D = 0 \Rightarrow y_D = \frac{3}{4} \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow D(0, 6)$$

שיעור נקודה : B

הנקודה D היא אמצע הקטע AB, אז לפי נוסחאות שיעורי אמצע קטע :

$$\begin{cases} x_D = \frac{x_A + x_B}{2} = \Rightarrow 0 = \frac{x_A + 4}{2} \Rightarrow x_A = -4 \\ y_D = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 6 = \frac{y_A + 9}{2} \Rightarrow y_A = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-4, 3)$$

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= \frac{BC \cdot h_{BC}}{2} = \frac{(y_B - y_C) \cdot (x_B - x_A)}{2} = \\ &= \frac{(9 - 0) \cdot (4 + 4)}{2} = 36 \end{aligned}$$

(ד) נמצא את המשוואה של הישר AC שאינה נתונה.

$$A(-4, 3), C(4, 0) \Rightarrow m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{0 - 3}{4 + 4} = -\frac{3}{8}$$

$$y - y_C = m_{AC}(x - x_C) \Rightarrow y - 0 = -\frac{3}{8}(x - 4)$$

$$y = -\frac{3}{8}x + \frac{3}{2}$$

. ΔABC מכוא, DE הוא קטע אמצעים ב- $DE \parallel BC$, $AD = DB$ (ה)

$$DE = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$$

היחס בין שטחי משולשים דומים הוא ריבוע יחס הדמיון ביניהם.

המשך הבא

$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{DBCE}}{S_{\Delta ADE}} = \frac{S_{\Delta ABC} - S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ADE}} = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} - 1 = 4 - 1 = 3$$

שטח הטרפז DBCE גדול משטח המשולש ADE פי 3.

- (3) (א) נסמן ב- A את המאורע לבחור באקראי פרח ריחני.
נסמן ב- B את המאורע לבחור באקראי פרח אדום.

	\bar{A}	A	
0.6	0.21	0.39	B
0.4	0.14	0.26	\bar{B}
1	0.35	0.65	

$$P(B / A) = 0.6 \quad \text{נתון :}$$

$$P(A / B) = 0.65$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

(כי מאורעות A ו- B בלתי-תלויים)

$$P(B) = ? \quad \text{צ"ל :}$$

נרכיב טבלה מתאימה.

$$P(A / B) = P(A) = 0.65 \quad \text{היות והמאורעות A ו- B בלתי תלויים :}$$

$$P(B / A) = P(B) = 0.6$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.65 = 0.35$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.65 \cdot 0.6 = 0.39$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.39 = 0.21$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.65 - 0.39 = 0.26$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap B) = 0.35 - 0.21 = 0.14$$

$$P(B) = 0.6 \Rightarrow 60\% \quad \text{אחוז הפרחים האדומים הוא :}$$

$$P_1 = P(B / A) \quad \text{(ב) ההסתברות שפרח ריחני הוא אדום :}$$

$$P_1 = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.39}{0.65} = \frac{3}{5}$$

$$P_2 = P(B / \bar{A}) \quad \text{ההסתברות שפרח חסר ריח הוא אדום :}$$

המשך בעמוד הבא ►►

$$P_1 = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0.21}{0.35} = \frac{3}{5}$$

$$P_1 = P_2$$

לכן :

(א) ההסתברות שהפרח שנבחר אדום או ריחני :

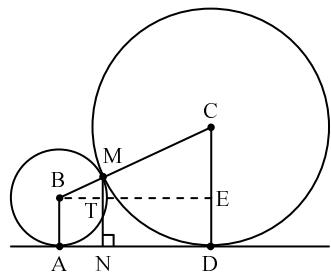
$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.14 = 0.86$$

(ד) לפי נוסחת ברנולי ההסתברות שבדוק 3 מ- 8 הפרחים שנבחרו :

יהיו חסרי ריח :

$$P(\bar{A}) = 0.35 \Rightarrow P_8(3) = \frac{8!}{3! \cdot 5!} (0.35)^3 (1 - 0.35)^5$$

$$P_8(3) = 56 \cdot 0.35^3 \cdot 0.65^5 \approx 0.2786$$



(4) נתון :

רדיוס המעגל שמרכזו C : 5 ס"מ

רדיוס המעגל שמרכזו B : 2 ס"מ

$MN \perp AD$

$BE \parallel AD$

בנקודות ההשקה הרדיוס מאונך למשיק.

\Downarrow

שני ישרים מאונכים לישר שלישי מקבילים

זה זהה.

נתון. $BE \parallel AD$

\Downarrow

מרובע בעל שני זוגות צלעות מקבילות הוא

מקבילית.

במקבילית צלעות נגדיות שוות זו לזו.

$ED = BA = 2$

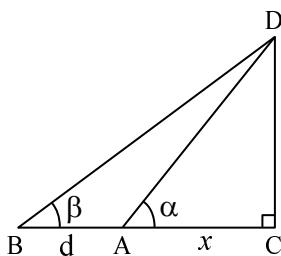
נתון. $MN \perp AD$

(א)

\Downarrow

המשך בעמוד הבא <<

- אם סכום שתי זוויות חד-צדדיות בין שני ישרים שווה ל- 180° אז הישרים מקבילים זה לזה.
- זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
- זוויות משותפות למשולשים BMT ו- BCE .
- לפי משפט דמיון ז.
- מ.ש.ל. (א).
- $BM = R_B = 2$ ס"מ נתון.
- $CM = R_C = 5$ ס"מ נתון.
- הוכחנו בסעיף (א). $\Delta BMT \sim \Delta BCE$
- פרופורצית צלעות מתאימות במשולשים דומים. חיבור קטיעים, חיסור קטיעים.
- הצבה. $\frac{BM}{BC} = \frac{MT}{CE}$
- $$\frac{2}{2+5} = \frac{MT}{5-2}$$
- $$MT = \frac{6}{7} \Rightarrow MN = MT + TN = \frac{6}{7} + 2 = \frac{20}{7}$$
- מ.ש.ל. (ב).



(5) נתון :

$$\angle DBA = \beta, \angle DAC = \alpha$$

$$AB = d, \angle DCA = 90^\circ$$

נסמן :

$$AC = x$$

צריך לבטא את x באמצעות d , α ו- β .

$$DC = x \tan \alpha \quad : \Delta ACD$$

ב- ΔBCD :

$$DC = BC \cdot \tan \beta = (d + x) \tan \beta$$

$$x \tan \alpha = d \tan \beta + x \tan \beta \quad : \text{מכאן נובע}$$

$$x \tan \alpha - x \tan \beta = d \tan \beta$$

$$x(\tan \alpha - \tan \beta) = d \tan \beta$$

$$x = \frac{d \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$$

המשך בעמוד הבא <<>

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{d \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = \frac{d \tan \beta}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \text{אפשר לפשט את הביטוי:} \\
 &= \frac{d \sin \beta}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha \cancel{\cos \beta}}{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha} = \frac{d \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}
 \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)} = \sqrt{(1-x)(1+x)(1+2x^2)} \quad (6)$$

(א) לכל x מתקיים:

$(1-x^2)(1+2x^2) \geq 0 \Rightarrow 1-x^2 \geq 0$ תחום ההגדרה:



כלומר, תחום ההגדרה של $f(x)$

(ב) שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y :

$$f(0) = 1 \Rightarrow (0,1)$$

שיעור נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x :

$$0 = \sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}$$

$$1+2x^2 \neq 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow (1,0), (-1,0)$$

$$f'(x) = (\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)})' = (\sqrt{-2x^4 + x^2 + 1})' = \quad (5)$$

$$= \frac{-8x^3 + 2x}{2\sqrt{-2x^4 + x^2 + 1}} = \frac{2x(1-4x^2)}{2\sqrt{-2x^4 + x^2 + 1}} = \frac{x(1-4x^2)}{\sqrt{-2x^4 + x^2 + 1}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x(1-4x^2)}{\sqrt{-2x^4 + x^2 + 1}} = 0 \Rightarrow x(1-2x)(1+2x) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

המשך בעמוד הבא ▶▶

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

. $[-1, 1]$ היות והפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה

לפי ערכי ה- y אפשר לקבוע כי :

$$, \left(\pm \frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{4} \right)$$

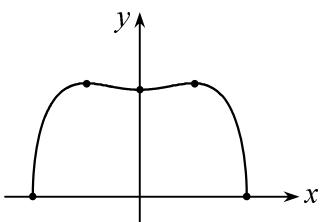
שיורי נקודות מינימום מוחלט

ושיעורי נקודות מינימום מוחלט

$$. (\pm 1, 0) . 0 < x < \frac{1}{2}, -1 \leq x < -\frac{1}{2}$$

$$. -\frac{1}{2} < x < 0, \frac{1}{2} < x \leq 1$$

(ה) ראו סקיצה משמאל.



$$f(x) = \frac{mx - 2x^2 - 24}{nx^2} = \frac{m}{nx} - \frac{2}{n} - \frac{24}{nx^2} \quad (7)$$

(א) נתון כי $y = -2$ אסימפטוטה אופקית של הפונקציה.

מהפונקציה נסיק כי משוואת האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה היא

$$-\frac{2}{n} = -2 \Rightarrow n = 1 \quad \text{לכן : } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\frac{2}{n} \quad y = -\frac{2}{n}$$

גם נתון כי :

$$f'(-2) = -10$$

$$f'(x) = -\frac{m}{nx^2} + \frac{48}{nx^3} = -\frac{m}{x^2} + \frac{48}{x^3}$$

$$-\frac{m}{(-2)^2} + \frac{48}{(-2)^3} = -10 \Rightarrow -\frac{m}{4} - 6 = -10 \Rightarrow m = 16$$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 16x - 24}{x^2} = \frac{-2(x^2 - 8x + 12)}{x^2}$$

(ב) תחום ההגדרה : $x \neq 0$ (כל x השונה מאפס).

המשך בעמוד הבא

(א) אין נקודות חיתוך עם ציר ה- y כי $x = 0$ אינו שייך לתוחום הגדרה.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{-2(x^2 - 8x + 12)}{x^2} = 0 \quad : \text{שיורי נקודות חיתוך עם ציר ה-} x$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2} \Rightarrow (6, 0), (2, 0)$$

(ד) אסימפטוטה אנכית $x = 0$

($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -2$) . $y = -2$ אסימפטוטה אופקית

$$f'(x) = -\frac{m}{x^2} + \frac{48}{x^3} = \frac{-16}{x^2} + \frac{48}{x^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{-16}{x^3}(x - 3) \quad (\text{ה})$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-16}{x^3}(x - 3) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$$

$$x = 3, y = \frac{-2(9 - 24 + 12)}{9} = \frac{2}{3}$$

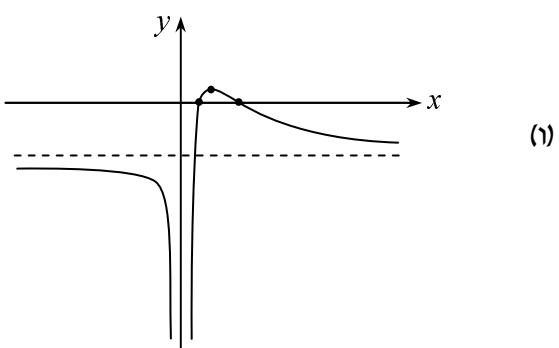
x	$x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
y'	-	נקודות אי- הגדרה	+	0	-
y	↘		↗	max	↘

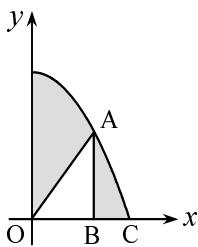
$$f'(-1) = -\frac{16}{(-1)^2} + \frac{48}{(-1)^3} < 0$$

$$f'(1) = -\frac{16}{1^2} + \frac{48}{1^3} > 0$$

$$f'(4) = -\frac{16}{4^2} + \frac{48}{4^3} < 0$$

$$\max(3, \frac{2}{3})$$





$$x \geq 0, \quad y = 18 - 6x^2 \quad (8)$$

$$(a) \text{ נסמן } x_A = t$$

$$\text{לכן, } y_A = 18 - 6t^2$$

נסמן ב- C את נקודת החיתוך של הפרבולה

עם ציר ה- x.

$$y_C = 0 \Rightarrow 18 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}, \quad x > 0 \Rightarrow x_C = \sqrt{3}$$

$$C(\sqrt{3}, 0) \Rightarrow 0 \leq t \leq \sqrt{3}$$

$$OB = x_B - x_O = t - 0 = t$$

$$AB = y_A - y_B = 18 - 6t^2 - 0 = 18 - 6t^2$$

$$S(t) = S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = \frac{1}{2} t(18 - 6t^2) = 9t - 3t^3$$

$$S'(t) = 9 - 9t^2$$

$$S'(t) = 0 \Rightarrow 9 - 9t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm 1, \quad t > 0$$

$$t = 1 \Rightarrow A(1, 12)$$

$$S''(t) = -18t, \quad S''(1) < 0 \Rightarrow \text{max}$$

שטח המשולש AOB מקסימלי עבור נקודה A ששיעוריה (1, 12).

$$S_{\Delta AOB} = S(1) = 9 - 3 = 6 \quad (b) \quad \text{יחידות שטח מקסימלי}$$

נמצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה והצירים.

$$S_{(\text{מתחת לפרבולה})} = \int_0^{\sqrt{3}} (18 - 6x^2) dx = (18x - 2x^3) \Big|_0^{\sqrt{3}} =$$

$$18\sqrt{3} - 2(\sqrt{3})^3 - 0 = 18\sqrt{3} - 2 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$S_{\text{אנו}} = S_{(\text{מתחת לפרבולה})} - S_{\Delta AOB} = 12\sqrt{3} - 6 \approx 14.78 \quad \text{יחידות שטח}$$



טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

❖ לכל ה大雨ות ❖ לכל השאלונים ❖ לכל הרמות