פתרון מבחן מס' 10 (ספר מבחנים – שאלון 035802)

(1) (א) למציאת שיעורי נקודות החיתוך בין שני הגרפים,
נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y=-x^2+8x \\ y=2x-7 \end{cases} \Rightarrow \quad 2x-7=-x^2+8x$$

$$x^2-6x-7=0$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-7)}}{2}=\frac{6\pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1=7\ ,\ x_2=-1$$

$$x_1=7 \quad \Rightarrow \quad y_1=2\cdot 7-7=7 \quad \Rightarrow \quad (7,7)$$

$$x_2=-1 \quad \Rightarrow \quad y_2=2\cdot(-1)-7=-9 \quad \Rightarrow \quad (-1,-9)$$

(ב) שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה מחושב על-ידי $x_{\text{קדקוד}}=-\frac{b}{2a}$.

$$x_{\text{קדקוד}}=-\frac{8}{-2}=4 \quad \Rightarrow \quad y_{\text{קדקוד}}=-(4)^2+8\cdot 4=16 \quad \Rightarrow \quad (4,16)$$

(ג) הפרבולה היא "הפוכה" (המקדם הראשי הוא שלילי),
לכן הפרבולה עולה עבור $x<x_{\text{קדקוד}}$, כלומר עבור $x<4$,
ויורדת עבור $x>x_{\text{קדקוד}}$, כלומר עבור $x>4$.

(ד) כדי להגדיר את תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה,
נמצא את נקודות האפס שלה.

$$-x^2+8x=0 \quad \Rightarrow \quad -x(x-8)=0 \quad \Rightarrow \quad x_1=0\ ,\ x_2=8$$

הפרבולה חיובית עבור $0<x<8$, ושלילית עבור $x>8$ או $x<0$.

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035802

(2) נתון:

סדרה א': $a_1=10\ ,\ d=8$

סדרה ב': $a_1=10\ ,\ d=5$

$$S_n^{\text{א}}=S_n^{\text{ב}}+759$$

נציב את הנתונים בנוסחת הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה חשבונית:

$$\frac{n}{2}[2\cdot 10+(n-1)\cdot 8]=\frac{n}{2}\cdot[2\cdot 10+(n-1)\cdot 5]+759$$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{n}{2}\cdot(20+8n-8)=\frac{n}{2}\cdot(20+5n-5)+759 \quad /\cdot 2$$

$$n\cdot(12+8n)=n\cdot(15+5n)+1,518$$

$$12n+8n^2=15n+5n^2+1,518$$

$$3n^2-3n-1,518=0 \quad /:3$$

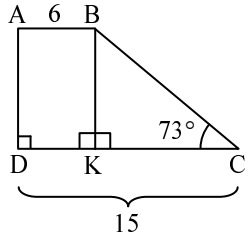
$$n^2-n-506=0$$

$$n_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-506)}}{2}=\frac{1\pm 45}{2}$$

$$n_1=23\ ,\ n_2=-22$$

הפתרון $n=-22$ נפסל כי n צריך להיות מספר טבעי,

לכן התשובה היא: בכל סדרה יש 23 איברים.



(3) נעביר אנך BK מנקודה B לצלע DC.

$ABKD$ מלבן, לכן:

$DK=AB=6$ ס"מ $\ ,\ BK=AD$.

(א) $KC=DC-DK=15-6=9$ ס"מ.

נתבונן במשולש ישר-זווית BKC:

$$\tan\measuredangle C=\frac{BK}{KC}\ \Rightarrow\ \tan 73^\circ=\frac{BK}{9}$$

$$BK=9\cdot\tan 73^\circ=29.44 \text{ ס"מ}$$

$$\cos\measuredangle C=\frac{KC}{BC}\ \Rightarrow\ \cos 73^\circ=\frac{9}{BC}\ \Rightarrow\ BC\cdot\cos 73^\circ=9$$

$$BC=\frac{9}{\cos 73^\circ}=30.78 \text{ ס"מ}$$

המשך בעמוד הבא ‹‹‹

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון **035802**

היקף הטרפז שווה לסכום אורכי צלעותיו, לכן:

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD =$$
$$= 6 + 30.78 + 15 + AD = 51.78 + AD$$

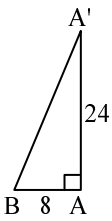
אבל מצאנו כי $AD = BK =$ 29.44 ס"מ, לכן:

$$P_{ABCD} = 51.78 + 29.44 =$$ 81.22 ס"מ

(ב) $S_{ABCD} = \frac{AB+DC}{2} \cdot h$. גובה הטרפז הוא הקטע BK, לכן:

$$S_{ABCD} = \frac{6+15}{2} \cdot 29.44 =$$ 309.12 סמ"ר

(4) המקצוע D'A' מאונך למישור ABB'A',
כלומר A'D' מאונך לכל ישר במישור ABB'A',
ובפרט: $A'D' \perp A'B$.
נתבונן במשולש ישר-זווית A'D'B.
8 ס"מ $= A'D'$, $\measuredangle A' = 90°$.
כדי למצוא את אורך הצלע A'B
נתבונן במשולש AA'B (בפאה ABB'A').
לפי משפט פיתגורס:

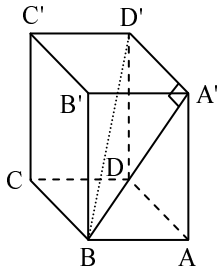


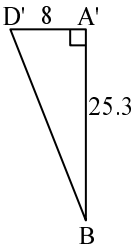
$$A'B^2 = A'A^2 + AB^2$$
$$A'B^2 = 24^2 + 8^2 = 576 + 64 = 640$$

כלומר: $A'B = \sqrt{640} =$ 25.3 ס"מ.

נסמן את התוצאה שקיבלנו בסרטוט של $\Delta A'D'B$.
כעת אפשר למצוא את גודל הזווית המבוקשת:

$$\tan \measuredangle B = \frac{A'D'}{A'B} = \frac{8}{25.3} \approx 0.3162 \quad \Rightarrow \quad \measuredangle B = 17.55°$$





© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035802

(5) (א) אם הממוצע של 20 תלמידים לא ישתנה אחרי הוספת הציון ה- 21 , הציון ה- 21 שווה לממוצע. הציון של התלמיד ה- 21 הוא 65 .

(ב) סטיית התקן של 20 תלמידים :

$$S=\sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_{20}-\overline{x})^2}{20}}$$

מכאן :

$$S^2=\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_{20}-\overline{x})^2}{20}$$

$$(x_1-\overline{x})^2+...+(x_{20}-\overline{x})^2=20S^2$$

אחרי הוספת הציון ה- 21 נקבל :

$$S=\sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_{20}-\overline{x})^2+(x_{21}-\overline{x})^2}{21}}$$

אבל $x_{21}-\overline{x}=0$, לכן :

$$S_{\text{חדש}}=\sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_{20}-\overline{x})^2}{21}}=\sqrt{\frac{20S^2}{21}}=S\cdot\sqrt{\frac{20}{21}}<1S=S$$

כלומר, סטיית התקן קטנה.

(6) (א) $p_{\text{ירון}}=\frac{1}{7}$

(ב) $p_{\text{נעמה}}=\frac{1}{7}$

(ג) $p_{\text{אסף}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(ד) $p_{\text{הילה}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

(ה) הדס בכיתה י' 1 : $p_1=\frac{1}{7}$

הדס בכיתה י' 2 : $p_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

$\frac{1}{7}>\frac{1}{8}$, לכן להדס כדאי ללמוד בכיתה י' 1 .

© כל הזכויות שמורות להוצאת משבצת (www.mishbetzet.co.il) – ספר מבחנים לשאלון 035802

גבי יקואל



www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות